

महत्तम समापवर्तक एवं लघुत्तम समापवर्त्य (Highest Common Factor and Least Common Multiple)

□ महत्तम समापवर्तक

महत्तम समापवर्तक को भली भांति समझने के लिए सबसे पहले अपवर्तक और फिर समापवर्तक को समझना आवश्यक है। इसीलिए अपवर्तक और समापवर्तक का उल्लेख करना समीचीन है। इन्हें हम इस प्रकार समझ सकते हैं—

○ अपवर्तक (Factor)

जो-जो संख्याएं किसी दी हुई संख्या को पूरी-पूरी विभाजित कर देती हैं उन्हें दी हुई संख्या का अपवर्तक (Factor) या विभाजक (Divisor) कहते हैं। जैसे-संख्या 12, इसे 1, 2, 3, 4, 6 तथा 12 पूरी-पूरी विभाजित करते हैं। अतः 1, 2, 3, 4, 6 तथा 12 को 12 का अपवर्तक कहते हैं। दूसरे शब्दों में किसी संख्या के सभी विभाजक उसके अपवर्तक कहलाते हैं। जैसे- 27 के विभाजक 1, 3, 9 तथा 27 हैं। अतः ये सभी 27 के अपवर्तक हुए।

○ समापवर्तक (Common Factor)

दो या दो से अधिक दी हुई संख्याओं को एक साथ जो-जो संख्याएं विभाजित कर देती है उनको दी हुई संख्याओं का समापवर्तक कहते हैं अर्थात् दो या दो से अधिक दी हुई संख्याओं के सभी विभाजकों को समापवर्तक कहते हैं। जैसे- 24 और 32 को 1, 2, 4 और 8 बारी-बारी से विभाजित करते हैं। अतः 1, 2, 4, 8 को 24 और 32 का समापवर्तक कहेंगे। इसी प्रकार 12, 18, 24 को क्रमशः 1, 2, 3, 6 पूरा-पूरा, बारी-बारी से विभाजित कर रहे हैं। अतः 1, 2, 3, 6 दी हुई संख्याओं 12, 18, 24 की समाप्तरक हैं।

○ महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)

दी हुई दो या दो से अधिक संख्याओं को पूरा-पूरा विभाजित करने वाली संख्याओं में जो सबसे बड़ी होती है, इसे दी हुई

संख्याओं का महत्तम समापवर्तक कहते हैं। जैसे—20, 30, 40 को 1, 2, 5 और 10 पूरा-पूरा विभाजित करते हैं और 1, 2, 5, 10 में सबसे बड़ी संख्या 10 है अतः 10 को 20, 30, 40 का महत्तम समापवर्तक कहेंगे।

○ महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना

महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने की दो विधियां हैं—

(1) गुणनखंड विधि एवं (2) भाग विधि।

1. गुणनखंड विधि—जिन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना रहता है, उनका बारी-बारी से अभाज्य गुणनखंड करते हैं। (अभाज्य गुणनखंड उन गुणनखंडों को कहते हैं जिनका पुनः गुणनखंड न किया जा सके। जैसे—12 के अभाज्य गुणनखंड क्रमशः $1 \times 2 \times 2 \times 3$ है जबकि 2×6 या 3×4 भाज्य गुणनखंड है।) अभाज्य गुणनखंड करने के बाद सर्वनिष्ठ गुणनखंडों (Common Factors) का आपस में गुणा कर लेते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल अभीष्ट महत्तम समापवर्तक होता है। जैसे 20, 30, 40 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करना—

$$20 = \underline{1} \times \underline{2} \times 2 \times \underline{5}$$

$$30 = \underline{1} \times \underline{2} \times 3 \times \underline{5}$$

$$40 = \underline{1} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{5}$$

$$\text{म.स.} = 1 \times 2 \times 5 = 10$$

(क्योंकि ये ही **Common Factors** अथवा सर्वनिष्ठ गुणनखंड हैं।)

इसी प्रकार 24, 36 और 48 का म.स. ज्ञात किया जाएगा—

$$24 = \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times \underline{3}$$

$$36 = \underline{2} \times \underline{2} \times 3 \times \underline{3}$$

$$48 = \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$$

$$\text{म.स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$



यदि संख्याएं अभाज्य संख्या हों तो संख्याओं का म.स. 1 होता है, जैसे संख्या 37, 43, 47 का म.स. ज्ञात करने पर
 $37 = 1 \times 37$
 $43 = 1 \times 43$
 $47 = 1 \times 47$
म.स. = 1

2. भाग विधि—जब दी गई संख्याएं इस प्रकार हों कि उनका अभाज्य गुणनखंड आसानी से ज्ञात न हो सके, तब भाग विधि का प्रयोग किया जाता है। इस विधि में सबसे पहले दो संख्याओं को लेकर छोटी संख्या से बड़ी में भाग देते हैं। इस क्रिया के अंत में जो शेष बचता है उससे भाजक में भाग देते हैं। पुनः इसमें प्राप्त शेष से इसके भाजक में भाग देते हैं। यही क्रिया तब तक करते हैं जब तक शेष शून्य (0) न हो जाए। जब शेष शून्य हो जाए तो अंतिम भाजक दोनों संख्याओं का म.स. होगा। यदि तीसरी संख्या भी प्रश्न में दी गई हो तो इस म.स. और तीसरी संख्या का म.स. उक्त भाग विधि से ज्ञात करते हैं। इस प्रकार 1617, 2277 एवं 4213 का म.स. ज्ञात करना।

1617) 2277 (1

1617

660) 1617 (2

1320

297) 660 (2

594

66) 297 (4

264

33) 66 (2

66

00

इस प्रकार 1617 और 2277 का म. स. 33 हुआ। अब 33 और तीसरी संख्या 4213 का म.स. इसी भाग विधि से ज्ञात करेंगे।

33) 4213 (127

33

91

66

253

231

22) 33 (1

22

11) 22 (2

22

00

अतः तीनों संख्याओं 1617, 2277 तथा 4213 का महत्तम समापवर्तक (म.स.) 11 हुआ।

एक उदाहरण और देखें

प्रश्न—1056, 1584 तथा 2178 का महत्तम

समापवर्तक ज्ञात कीजिए।



हत : परंपरागत विधि

पहले 1056 तथा 1584 का म. स. ज्ञात किया जाएगा।

1056) 1584(1

1056

528) 1056 (2

1056

0000

1056 तथा 1584 का म. स. = 528

अब 528 तथा 2178 का म.स. ज्ञात किया जाएगा।

528) 2178(4

2112

66) 528(8

528

xxx

अतः तीनों संख्याओं 1056, 1584 तथा 2178 का म. स. 66 हुआ। \Rightarrow उत्तर

लघुत्तम समापवर्त्य (Least Common Multiple)

लघुत्तम समापवर्त्य को समझने के लिए सबसे पहले अपवर्त्य और समापवर्त्य समझना आवश्यक है।

अपवर्त्य (Multiple)

जिन-जिन संख्याओं को कोई दी हुई संख्या पूरा-पूरा विभाजित करती है उन सभी संख्याओं को दी हुई संख्या का अपवर्त्य कहते हैं।



जैसे कोई दी हुई संख्या यदि 4 हो तो 4, 8, 12, 16, 20, 24.....
के पूरा-पूरा विभाजित करेगी। अतः 4, 8, 12, 16, 20, 24..... दी
हुई संख्या 4 के अपवर्त्य हुए।

⇨ समापवर्त्य (Common Multiple)

जो-जो संख्याएं दी हुई संख्याओं से पूरा-पूरा विभाजित हो
जाती है उनको दी हुई संख्याओं का समापवर्त्य कहते हैं। मान
लिया 10, 12 तथा 15 दी हुई संख्याएं हैं, चूंकि ये संख्याएं क्रमशः
60, 120, 180.... इत्यादि को पूरा-पूरा विभाजित कर रही हैं
इसलिए 60, 120, 180 इत्यादि को 10, 12, 15 का समापवर्त्य कहते हैं।

⇨ लघुत्तम समापवर्त्य (Least Common Multiple)

जो छोटी से छोटी संख्या दी हुई सभी संख्याओं से पूरी-
पूरी विभाजित हो जाती है उसे दी हुई संख्याओं का लघुत्तम
समापवर्त्य कहते हैं अर्थात दी हुई संख्याएं जिन-जिन संख्याओं
को पूरा-पूरा विभाजित कर देती हैं उनमें सबसे छोटी संख्या को
दी हुई संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य कहते हैं। जैसे-10, 12
तथा 15 बारी-बारी से 60, 120, 180, 240..... इत्यादि को पूरा-पूरा
विभाजित करती है और 60, 120, 180, 240..... इत्यादि में सबसे
छोटी संख्या 60 है। अतः 60 ही 10, 12 तथा 15 की लघुत्तम
समापवर्त्य हुई।

⇨ लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करना

लघुत्तम समापवर्त्य तीन विधियों से ज्ञात किया जाता है।

1. गुणनखंड विधि 2. भाग विधि 3. महत्तम समापवर्तक और
भाग की संयुक्त विधि

1. गुणनखंड विधि

इस विधि में दी गई संख्याओं का सबसे पहले अभाज्य
गुणनखंड करते हैं। इसके बाद उभयनिष्ठ गुणनखंडों का आपस
में गुण करते हुए लिखते हैं फिर दी गई संख्याओं के अभाज्य
गुणनखंड में जो शेष गुणनखंड बचते हैं उनका आपस में गुण
करते हुए लिखते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल अभीष्ट लघुत्तम
समापवर्त्य होता है। जैसे-10, 12 तथा 18 का ल.स. ज्ञात करना—

$$\text{अभाज्य गुणनखंड } 10 = 2 \times 5$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.)} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 180$$

2. भाग विधि

दी हुई संख्याओं को अर्थात जिन संख्याओं का ल.स. ज्ञात
करना हो उन्हें क्रम में लिख देते हैं फिर 2, 3, 4, 5..... से बारी-
बारी भाग देते जाते हैं। यदि किसी संख्या में भाग न जाए तो उसे
ज्यों का त्यों उतार देते हैं। अगली बार उसे उसके भाजक से
भाग देते हैं। जब सभी संख्याओं का अंतिम भागफल एक (1) आ
जाए तो सभी भाजकों का आपस में गुणा कर देते हैं। इस प्रकार
प्राप्त गुणनफल अभीष्ट ल.स. होगा। जैसे 10, 12, 15 का ल.स.
निम्नलिखित प्रकार ज्ञात करेंगे।

2	10, 12, 15
2	5, 6, 15
3	5, 3, 15
5	5, 1, 5
	1, 1, 1

$$\text{लघुत्तम समापवर्त्य} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

3. महत्तम समापवर्तक और भाग की संयुक्त विधि

जब संख्याएं बड़ी-बड़ी होती हैं तो उनका गुणनखंड आसानी
से नहीं हो पाता है। तब इस विधि का प्रयोग करना सुविधाजनक
होता है। इस विधि में भाग विधि से पहली दो संख्याओं का
महत्तम समापवर्तक ज्ञात कर सकते हैं, इसके बाद सूत्र “पहली
संख्या × दूसरी संख्या = महत्तम समापवर्तक × लघुत्तम समापवर्त्य”
के प्रयोग से उन दोनों का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कर सकते हैं।
यह क्रिया अंतिम संख्या के साथ करते हैं। जैसे—

792 और 1152 का ल.स. ज्ञात करना

$$792) 1152 (1$$

$$\begin{array}{r} 792 \\ 360) 792 (2 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$72) 360 (5$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 000 \end{array}$$

$$\therefore 792 \text{ तथा } 1152 \text{ का म.स.} = 72$$

अब पहली संख्या × दूसरी संख्या = म.स. × ल. स.

$$792 \times 1152 = 72 \times \text{ल. स.}$$

$$\text{ल.स.} = \frac{792 \times 1152}{72} = 11 \times 1152$$

$$\therefore \text{ल.स.} = 12672$$



☞ महत्तम समापवर्तक एवं लघुतम समापवर्त्य में संबंध
दो संख्याओं और उनके म.स. तथा ल.स. में संबंध बहुत ही
महत्वपूर्ण है। प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे जाने वाले प्रश्नों की दृष्टि
से इस संबंध की जानकारी अत्यधिक उपयोगी है, जो इस प्रकार है—

$$\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या} = \text{म.स.} \times \text{ल. स.}$$

उपर्युक्त सूत्र का विस्तार इस प्रकार है—

मान लीजिए दो संख्याएं क्रमशः 24 व 36 हैं।

(i) 24 एवं 36 का म.स.

$$24 = \underline{1 \times 2 \times 2} \times 3$$

$$36 = \underline{1 \times 2 \times 2} \times 3 \times 3$$

इनका म.स. = $1 \times 2 \times 2 \times 3$ [क्योंकि ये ही दोनों गुणनखंड
समूहों में (Common Factors) = 12 उभयनिष्ठ हैं।]

(ii) 24 एवं 36 का ल.स.

$$24 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{इनका ल.स.} = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$$

(ल.स. में म.स. के गुणनखंडों के अतिरिक्त दोनों संख्याओं
के सभी गुणनखंड शामिल होते हैं)

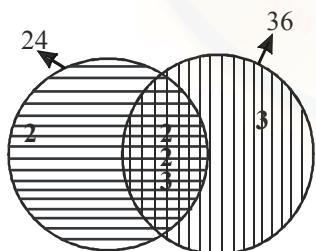
सूत्र है—

$$\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या} = \text{म.स.} \times \text{ल. स.}$$

$$\begin{array}{rcl} 24 & \times & 36 = 12 \times 72 \\ & & 864 = 864 \end{array}$$

अतः पहली संख्या \times दूसरी संख्या = म.स. \times ल. स.

HINT



$$\text{म.स.} = \text{दोनों में उभयनिष्ठ संख्याओं का गुणनफल} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\text{ल.स.} = \text{उभयनिष्ठ का गुणनफल} \times \text{शेष संख्याओं के गुणनफल} = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 3) = 12 \times 6 = 72$$

नोट : अतः दोनों संख्याओं के गुणनफल का मान इनके म.स. एवं ल.स. के गुणनफल के बराबर होगा।

☞ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें—



प्रश्न 1. वह छोटी से छोटी संख्या बताइए जिसमें
8, 9, 12 तथा 15 से भाग देने पर सदैव 1 शेष रहे।



हल : नोट—जब भी छोटी से छोटी संख्या ज्ञात

करनी हो तो ल.स. निकाला जाता है।

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है 8, 9, 12 तथा 15 का ल.स. निकालना है।

2	8, 9, 12, 15
2	4, 9, 6, 15
2	2, 9, 3, 15
3	1, 9, 3, 15
3	1, 3, 1, 5
5	1, 1, 1, 5
	1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

निष्कर्ष 2. 8, 9, 12 एवं 15 का ल.स. 360 है। अतः ये संख्याएं 360 को पूर्णतः विभाजित करती हैं।

निष्कर्ष 3. सदैव शेष 1 रहता है यानी उपर्युक्त संख्याओं के ल.स. में 1 जोड़ना होगा।

निष्कर्ष 4. अतः अभीष्ट संख्या = $360 + 1 = 361$

⇒ उत्तर



प्रश्न 2. वह छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या बताइए जो 3, 4, 7, 10 तथा 12 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाए।



हल : निष्कर्ष 1. स्पष्ट है 3, 4, 7, 10 तथा 12

का ल.स. निकालना है।

2	3, 4, 7, 10, 12
2	3, 2, 7, 5, 6
3	3, 1, 7, 5, 3
5	1, 1, 7, 5, 1
7	1, 1, 1, 1, 1
	1, 1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$



निकर्ष 2. पूर्ण वर्ग संख्या ज्ञात करनी है। अतः उपर्युक्त लघुतम समापवर्त्य में $3 \times 5 \times 7$ से गुण कर दिया जाय तो प्राप्त गुणनफल पूर्ण हो जाएगा क्योंकि संख्या में गुणनखंडों के दो-दो के समूह बन जाएंगे।

निकर्ष 3. अभीष्ट पूर्ण वर्ग संख्या = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 3 \times 5 \times 7 = 44100 \Rightarrow$ उत्तर

■ भिन्नों का म.स. तथा ल.स. ज्ञात करना

भिन्नों का महत्तम समापवर्तक (म.स.)—भिन्नों का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई भिन्नों के अंशों का म.स. ज्ञात करते हैं फिर उसके हरों का ल.स. ज्ञात करते हैं जो कि क्रमशः अंश व हर के रूप में होंगे।

$$\therefore \text{भिन्न का म.स.} = \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$$

■ एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

 प्रश्न- भिन्न $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ का म.स. ज्ञात कीजिए।

 हल- भिन्न का म.स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

$$\begin{aligned} \text{अंशों का म.स. अर्थात } 2, 3, 4 \text{ का म.स. ज्ञात करना है} \\ 2 = 1 \times 2 \\ 3 = 1 \times 3 \\ 4 = 1 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

म.स. = 1 (क्योंकि मात्र यही Common factor है)

हरों का म.स. अर्थात 5, 8, 9 का ल.स. ज्ञात करना है—

2	5, 8, 9
2	5, 4, 9
2	5, 2, 9
3	5, 1, 9
3	5, 1, 3
5	5, 1, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

$$\begin{aligned} \text{अतः दी गई भिन्नों का म.स.} &= \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}} \\ &= \frac{1}{360} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

■ भिन्नों का लघुतम समापवर्त्य

भिन्नों का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई भिन्नों के अंशों का ल.स. ज्ञात करते हैं फिर उसके हरों का म.स. ज्ञात करते हैं जो कि क्रमशः अंश और हर के रूप में होंगे अर्थात्

$$\text{भिन्नों का ल.स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

■ एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



$$\text{प्रश्न-भिन्न } \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9} \text{ का ल.स. ज्ञात कीजिए।}$$



$$\text{हल-भिन्न का ल.स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

अंशों का ल.स. अर्थात् 2, 3, 4 का ल.स. ज्ञात करना है।

2	2, 3, 4
2	1, 3, 2
3	1, 3, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

हरों का म.स. अर्थात् 5, 8, 9 का म.स. ज्ञात करना है।

$$5 = 1 \times 5$$

$$8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$9 = 1 \times 3 \times 3$$

म.स. = 1 (क्योंकि ये ही Common Factors हैं)

$$\text{अतः दी गई भिन्नों का ल.स.} = \frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$$

$$= \frac{12}{1} = 12 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

■ दशमलव संख्याओं का म.स. तथा ल.स. ज्ञात करना-

दशमलव संख्याओं का म.स. तथा ल.स. ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं का दशमलव बिंदु हटाकर संख्या को सरलतम रूप में लिखते हैं। अब प्राप्त संख्या का ल.स. तथा म.स. ज्ञात करके जितने स्थान से दशमलव बिंदु हटाए थे उन्ने स्थान पर प्राप्त ल.स. तथा म.स. में दशमलव बिंदु लगाते हैं।



एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



प्रश्न-संख्या 0.148 तथा 0.185 का ल.स. एवं म.स.
ज्ञात कीजिए।



हल-

निष्कर्ष 1. संख्या 0.148 तथा 0.185 का दशमलव बिंदु हटाने पर प्राप्त संख्या 148 तथा 185 होगी।

निष्कर्ष 2. अब संख्या 148 तथा 185 का ल.स. तथा म.स. ज्ञात करते हैं।

संख्या 148 तथा 185 का ल.स. =

$$\begin{array}{|c|cc|} \hline 2 & 148, & 185 \\ \hline 2 & 74, & 185 \\ \hline 5 & 37, & 185 \\ \hline 37 & 37, & 37 \\ \hline & 1, & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 5 \times 37 = 740$$

संख्या 148 तथा 185 का म.स. =

$$\begin{array}{r} 148)185(1 \\ \underline{148} \\ 37)148(4 \\ \underline{148} \\ 00 \end{array}$$

$$\text{म.स.} = 37$$

निष्कर्ष 3. अः संख्या 0.148 तथा 0.185 का ल.स. = 0.740

संख्या 0.148 तथा 0.185 का म.स. = 0.037 \Rightarrow उत्तर

दशमलव भिन्न का म.स. तथा ल.स. ज्ञात करने के लिए क्या करना होगा?

सर्वप्रथम दशमलव भिन्न से दशमलव बिंदु हटाकर साधारण भिन्न में लिखेते हैं अब जिस प्रकार भिन्नों का ल.स. तथा म.स. ज्ञात करते हैं उसी प्रकार प्राप्त भिन्न का भी ल.स. तथा म.स. ज्ञात करेंगे किर जितने स्थान तक दशमलव चिह्न हटाए होते हैं, प्राप्त भिन्न के ल.स. तथा म.स. में उतने स्थान दशमलव चिह्न लगा देते हैं।

एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



प्रश्न- भिन्न $\frac{0.12}{1.5}$ एवं $\frac{0.13}{0.8}$ का ल.स. तथा म.स.
ज्ञात करें।



$$\text{हल- } \frac{0.12}{1.5} = \frac{0.12 \times 100}{1.5 \times 100} = \frac{12}{150}$$

$$\frac{0.13}{0.8} = \frac{0.13 \times 100}{0.8 \times 100} = \frac{13}{80}$$

(i) भिन्न $\frac{12}{150}$ एवं $\frac{13}{80}$ का ल.स. = $\frac{\text{अंशों का ल.स.}}{\text{हरों का म.स.}}$

अंशों का ल.स. अर्थात् अंश 12, 13 का ल.स.

$$\begin{array}{|c|cc|} \hline 12 & 12, & 13 \\ \hline 13 & 1, & 13 \\ \hline & 1, & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{ल.स.} = 12 \times 13 = 156$$

हरों का म.स. अर्थात् हर 150, 80 का म.स.

$$80)150(1$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 70)80(1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 10)70(7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 00 \end{array}$$

$$\text{हरों का म.स.} = 10$$

भिन्न $\frac{12}{150}$ एवं $\frac{13}{80}$ का ल.स. = $\frac{156}{10}$

अः भिन्न $\frac{0.12}{1.5}$ एवं $\frac{0.13}{0.8}$ का ल.स. = $\frac{1.56}{0.10} \Rightarrow \frac{1.56}{0.1}$

(ii) भिन्न $\frac{12}{150}$ एवं $\frac{13}{80}$ म.स. = $\frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

अंशों का म.स. अर्थात् अंश 12 तथा 13 का म.स.

$$12)13(1$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 1)12(12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 00 \end{array}$$

$$\text{म.स.} = 1$$



हरों का ल.स. अर्थात् 150 एवं 80 का ल.स.

2	80, 150
2	40, 75
2	20, 75
2	10, 75
3	5, 75
5	5, 25
5	1, 5
	1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 1200$$

$$\text{मिन्न } \frac{12}{150} \text{ एवं } \frac{13}{80} \text{ का म.स. } = \frac{1}{1200}$$

$$\text{अतः मिन्न } \frac{0.12}{1.5} \text{ एवं } \frac{0.13}{0.8} \text{ म. स. } = \frac{0.01}{12.00} \Rightarrow \frac{.01}{12}$$

$\Rightarrow \text{उत्तर}$

नोट-यदि दो संख्याओं में एक संख्या भाज्य तथा दूसरी अभाज्य है तो संख्याओं का म.स. 1 तथा संख्याओं का ल.स. भाज्य संख्या और अभाज्य संख्या का गुणनफल होता है, जैसे- दो संख्याएं 12, 13 हैं तो संख्याओं का म.स. 1 तथा ल.स. 156 ($12 \times 13 = 156$) होगा।

उदाहरणार्थ प्रश्न



प्रश्न 1. दो संख्याओं का योग 24 तथा उनके म.स. और ल.स. क्रमशः 8 और 16 हैं। उनके व्युक्तमों का योग क्या होगा?



हल :

निष्कर्ष 1. संख्याओं का योग 24 तथा म.स. 8 दिया गया है। इसलिये संख्याएं $8x$ और $8y$ मान लेते हैं।

निष्कर्ष 2. संख्याओं का ल.स. = $8xy$

$$\therefore 8xy = 16$$

$$xy = \frac{16}{8} = 2$$

निष्कर्ष 3. संख्याओं का योग = $8x + 8y$

$$\therefore 8(x + y) = 24$$

$$x + y = \frac{24}{8} = 3$$

$$\begin{aligned}\text{निष्कर्ष 4. संख्याओं के व्युक्तमों का योग} &= \frac{1}{8x} + \frac{1}{8y} \\ &= \frac{8x + 8y}{64xy} \\ &= \frac{8(x + y)}{64xy}\end{aligned}$$

$$= \frac{3}{8 \times 2} = \frac{3}{16} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

[$x + y = 3$ तथा $xy = 2$ रखा गया]



सामान्य समझ पर

प्रश्न देखते ही स्पष्ट है कि संख्याएं 8 एवं 16 होंगी ज्योंकि इनका योग $8 + 16 = 24$ है तथा म.स. 8 और ल.स. 16 भी

$$\text{उपयुक्त है। अतः इनके व्युक्तमों का योग} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

$\Rightarrow \text{उत्तर}$

प्रश्न 2. 1000 तथा 2000 के बीच आने वाली एक संख्या को 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 से भाग देने पर क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 शेष रहता है। वह संख्या बताइए।



हल :

निष्कर्ष 1. 1000 तथा 2000 के बीच आने वाली एक संख्या को 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 से भाग देने पर क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 शेष बचता है।

$$2 - 1 = 1$$

$$3 - 2 = 1$$

$$4 - 3 = 1$$

$$5 - 4 = 1$$

$$6 - 5 = 1$$

$$7 - 6 = 1$$

$$8 - 7 = 1$$



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>

निष्कर्ष 2. उपर्युक्त दी गई संख्याओं में से उनके शेषों को घटाया गया है। घटाने के बाद सभी जगह समान संख्या (1) प्राप्त हो रही है। अतः दी गई संख्याओं (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) के समापवर्त्य (जो 1000 से 2000 के बीच हो) से 1 घटाने पर अभीष्ट संख्या प्राप्त होगी।

निष्कर्ष 3. उपर्युक्त संख्याओं के समापवर्त्य के लिए इनका ल.स. ज्ञात करना होगा।

2	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
2	1, 3, 2, 5, 3, 7, 4
2	1, 3, 1, 5, 3, 7, 2
3	1, 3, 1, 5, 3, 7, 1
5	1, 1, 1, 5, 1, 7, 1
7	1, 1, 1, 1, 1, 7, 1
	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 840$$

निष्कर्ष 4 चूंकि वह संख्या 1000 एवं 2000 के बीच में है इसलिए 840 के गुणज में अगली संख्या होगी अर्थात्

$$840 \times 2 = 1680$$

$$840 \times 3 = 2520$$

$$\text{अतः अभीष्ट संख्या} = 1680 - 1 = 1679 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 **प्रश्न 3.** संख्याएँ 77, 99 तथा x के म.स. तथा ल.स. क्रमशः 11 तथा 3465 हैं। x का न्यूनतम मान क्या होगा?

 **हल :**

निष्कर्ष 1. 77, 99 तथा x का म.स. 11 है।

\therefore सभी संख्याओं में 11 गुणज होगा।

निष्कर्ष 2. सर्वप्रथम 77 तथा 99 का ल.स. लेंगे उसके बाद तीनों संख्याओं के ल.स. में भाग देंगे।

$$\begin{array}{r} 77, 99 \\ \hline 11 | 11, 99 \\ 9 | 1, 9 \\ \hline 1, 1 \end{array}$$

$$= 7 \times 11 \times 9$$

$$= 77 \times 9 = 693$$

निष्कर्ष 3. तीनों संख्याओं के ल.स. में 77, 99 के ल.स. से भाग

देने पर भागफल प्राप्त होगा-

$$\frac{3465}{693} = 5$$

निष्कर्ष 4. तीनों संख्याओं के म.स. में भागफल को गुणा करने पर x का मान प्राप्त हो जायेगा।

$$\text{अर्थात् } x = 11 \times 5 = 55 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 4. वह बड़ी से बड़ी संख्या कौन-सी है जिससे यदि 2274, 2061 और 1054 में भाग देने पर क्रमशः 6, 3 तथा 4 शेष बचते।



हल :

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है कि यदि 2274, 2061 और 1054 में भाग देने पर क्रमशः 6, 3 तथा 4 शेष बचता है तो $2274-6 = 2268, 2061-3 = 2058$ तथा $1054-4 = 1050$ उस संख्या से पूर्णतः विभाजित होगी।

निष्कर्ष 2. 2268, 2058 तथा 1050 को विभाजित करने वाली बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करनी है। अर्थात् म.स. ज्ञात करना है।

$$1050) 2058 (1$$

$$\begin{array}{r} 1050 \\ \hline 1008) 1050 (1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1008 \\ \hline 42) 1008 (24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ 000 \end{array}$$

इस प्रकार 1050 एवं 2058 का म.स. 42 हुआ। अब 42 एवं 2268 का म.स. ज्ञात करेंगे।

$$42) 2268 (54$$

$$\begin{array}{r} 210 \\ 168 \\ 168 \\ 000 \end{array}$$



निष्कर्ष 3. 1050, 2058 एवं 2268 का म.स. = 42

अतः अभीष्ट संख्या = 42 होगी। \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 5. आरेही क्रम की चार अभाज्य संख्याओं में से प्रथम तीन का गुणनफल 385 तथा अंतिम तीन का गुणनफल 1001 है। बताइए इनमें सबसे बड़ी अभाज्य संख्या कौन है?



हल :

निष्कर्ष 1. प्रथम तीन अभाज्य संख्याओं का गुणनफल 385 तथा अंतिम तीन संख्याओं का गुणनफल 1001 है।

निष्कर्ष 2. मध्य की दो संख्याओं का गुणनफल 385 एवं 1001 दोनों में होगा अर्थात् मध्य की दोनों संख्याओं का गुणनफल 385 एवं 1001 का म.स. होगा।

$$385 = 5 \times 7 \times 11$$

$$1001 = 7 \times 11 \times 13$$

निष्कर्ष 3. दोनों गुणनफलों को अभाज्य गुणनखण्ड में परिवर्तित करने पर जो सबसे बड़ी संख्या प्राप्त होगी वही संख्या सबसे बड़ी अभाज्य संख्या होगी।

अर्थात् संख्या 13 सबसे बड़ी अभाज्य संख्या है।



प्रश्न 6. 200 और 600 के मध्य कितनी संख्याएं जो 4, 5, 6 से पूर्णतः विभाजित हैं?



हल :

प्रश्न का आशय यह है कि 200 और 600 के मध्य 4, 5 और 6 के समापवर्त्य कितने हैं अर्थात् सर्वप्रथम लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करना होगा।

2	4, 5, 6
2	2, 5, 3
3	1, 5, 3
5	1, 5, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

4, 5, 6 के समापवर्त्य मिलिखित होंगे—

$$60 \times 1 = 60$$

$$60 \times 2 = 120$$

$$60 \times 3 = 180$$

$$60 \times 4 = 240$$

$$60 \times 5 = 300$$

$$60 \times 6 = 360$$

$$60 \times 7 = 420$$

$$60 \times 8 = 480$$

$$60 \times 9 = 540$$

$$60 \times 10 = 600$$

इस प्रकार 200 से 600 बीच कुल 6 संख्याएं (240, 300, 360, 420, 480, 540) हैं जो 4, 5 और 6 से पूर्णतः विभाजित हैं। \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 7. किसी संख्या को 8 से भाग देने पर शेष 6 तथा 7 से भाग देने पर शेष 5 रहता है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।



हल :

निष्कर्ष 1. यदि संख्या 8 एवं 7 का ल.स. ज्ञात कर लें, तो प्राप्त संख्या 8 एवं 7 से पूर्णतः विभाजित होगी अर्थात् संख्या 8 एवं 7 का ल.स.

2	8, 7
2	4, 7
2	2, 7
7	1, 7
	1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$$

यानी कि संख्या 56, संख्या 8 एवं 7 से पूर्णतः विभाजित है।



निष्कर्ष 2. परंतु प्रश्न में यह है कि संख्या 8 एवं 7 से भाग देने पर शेष क्रमशः 6 तथा 5 बचता है अब $8-6=2$ एवं $7-5=2$, यानी कि संख्या 8 तथा 7 के ल.स. में से 2 घटाने पर अभीष्ट संख्या प्राप्त हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. अतः अभीष्ट संख्या $= 56-2 = 54$ (अर्थात् संख्या 54 में 8 एवं 7 से भाग देने पर क्रमशः 6 तथा 5 शेष बचेंगे)

\Rightarrow उत्तर

 **प्रश्न 8.** दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्त्य क्रमशः 12 तथा 600 है। यदि एक संख्या 24 हो, तो दोनों संख्याओं का औसत क्या होगा?



हल :

निष्कर्ष 1. एक संख्या \times दूसरी संख्या = दोनों संख्याओं का म.स. \times ल.स. होता है।

निष्कर्ष 2. अतः दूसरी संख्या $= \frac{12 \times 600}{24} = 300$ होगी।

निष्कर्ष 3. अब दोनों संख्याओं का औसत ज्ञात करना है

$$\therefore \text{औसत} = \frac{\text{दोनों संख्याओं का योग}}{2}$$

$$= \frac{24 + 300}{2} = \frac{324}{2} = 162 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 **प्रश्न 9.** वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 99, 123 और 183 को भाग देने पर हर दशा में समान शेष बचे।



हल :

निष्कर्ष 1. समान शेष का अर्थ है उनके अंतर का म.स. उन संख्याओं का भी म.स. होगा।

निष्कर्ष 2. यानी कि 99, 123 और 183 के अंतराल का म.स. ज्ञात करना होगा। जो म.स. प्राप्त होगा वही अभीष्ट संख्या होगी।

जिससे 99, 123 और 183 को भाग देने पर समान शेष बचे।

$$183 - 123 = 60$$

$$123 - 99 = 24$$

$$183 - 99 = 84$$

निष्कर्ष 3. अब दो गई संख्याओं के अंतराल का म.स. अर्थात् 24, 60 तथा 84 का म.स.

$$24) 60(2$$

$$\underline{48}$$

$$12) 24(2$$

$$\underline{24}$$

$$00$$

$$12) 84(7$$

$$\underline{84}$$

$$00$$

$$\text{म.स.} = 12$$

अथवा

2	24, 60, 84
2	12, 30, 42
3	6, 15, 21
	2, 5, 7

म.स. $= 2 \times 2 \times 3$ (क्योंकि $2 \times 2 \times 3$ तीनों $= 12$ संख्याओं में Common Factor है)

दी गई संख्याओं के अंतराल का म.स. = 12

निष्कर्ष 4. इस प्रकार ग्रात म.स. (12) से 99, 123 और 183 को भाग देने पर हर दशा में समान शेष बचेंगे।

अतः अभीष्ट उत्तर 12 होगा। \Rightarrow उत्तर

 **प्रश्न 10.** वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 590, 908 तथा 1014 को भाग देने पर प्रत्येक दशा में शेष समान बचे ?



हल :

समान शेष का अर्थ है उनके अंतर का म.स. उन संख्याओं का भी म.स. होगा।

$$590, 908 \text{ तथा } 1014 \text{ के अंतराल} =$$

$$1014 - 908 = 106$$

$$908 - 590 = 318$$

$$1014 - 590 = 424$$

अतः $106, 318$ तथा 424 का म.स. ज्ञात करना होगा।



106) 318 (3

$$\begin{array}{r} 318 \\ \times 000 \\ \hline \end{array}$$

106) 424 (4

$$\begin{array}{r} 424 \\ \times 000 \\ \hline \end{array}$$

अतः 106, 318 अतः 424 का म.स. = 106 \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 11. दो संख्याओं का योग 721 है तथा महत्तम समापवर्तक 103 है। सभी संभव संख्याओं के युग्म ज्ञात कीजिए।



हल :

निष्कर्ष 1. मान लीजिए अभीष्ट संख्याएं = 103a एवं 103b हैं (क्योंकि संख्या अपने महत्तम समापवर्तक का ही कोई न कोई गुणक होती है)

निष्कर्ष 2. दोनों संख्याओं का योग 721 है

$$\therefore 103a + 103b = 721$$

$$103(a+b) = 721$$

$$a+b = \frac{721}{103} = 7$$

निष्कर्ष 3. संभव जोड़े a + b = 7 होंगे अर्थात् a, b का संभव जोड़ा

$$= (1, 6)(2, 5)(3, 4) \text{ हो सकते हैं}$$

निष्कर्ष 4. संख्या 103a एवं 103b

$$(1, 6) \text{ पर}, 103 \times 1 \text{ एवं } 103 \times 6 \Rightarrow 103 \text{ एवं } 618$$

$$(2, 5) \text{ पर}, 103 \times 2 \text{ एवं } 103 \times 5 \Rightarrow 206 \text{ एवं } 515$$

$$(3, 4) \text{ पर}, 103 \times 3 \text{ एवं } 103 \times 4 \Rightarrow 309 \text{ एवं } 412$$

अतः संभव संख्याओं के तीन युग्म (103, 618) (206, 515) (309, 412) प्राप्त होंगे।

यदि प्रश्न में सभी संभव संख्याओं के युग्मों की संख्या ज्ञात करना होता तो फ्रूल युग्म संख्या 3 अभीष्ट उत्तर होता।

\Rightarrow उत्तर



प्रश्न 12. दो संख्याओं का गुणनफल 4107 है यदि उनका म.स. 37 है, तो संख्याएं ज्ञात कीजिए।



हल :

निष्कर्ष 1. मान लीजिए संख्याएं 37a एवं 37b हैं। (क्योंकि संख्या अपने म.स. का ही कोई न कोई गुणक होती हैं)

निष्कर्ष 2. दोनों संख्याओं का गुणनफल 4107 है अर्थात्

$$37a \times 37b = 4107$$

$$a \times b = \frac{4107}{37 \times 37} \Rightarrow a \times b = 3 \times 1$$

निष्कर्ष 3. $a \times b = 3$ में केवल एक ही जोड़ा बनेगा $a \times b = 3 \times 1$ का अर्थात् (1, 3)

निष्कर्ष 4. संख्याएं 37a तथा 37b हैं

संभव जोड़ा (1, 3) के लिए संख्या

$$37 \times 1 \text{ तथा } 37 \times 3 \Rightarrow 37 \text{ एवं } 111$$

अतः संख्याएं 37 एवं 111 हैं। \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 13. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए

जिससे 639, 712 तथा 1525 को भाग देने पर क्रमशः 10, 9 तथा 8 शेष बचे?



हल :

निष्कर्ष 1. 639 में से 10 घटाने पर बनी संख्या अर्थात् $639 - 10 = 629$ उस संख्या से पूर्णतः विभाजित होगी।

निष्कर्ष 2. 712 से 9 घटाने पर बनी संख्या अर्थात् $712 - 9 = 703$ उस संख्या से पूर्णतः विभक्त होगी।

निष्कर्ष 3. 1525 से 8 घटाने पर बनी संख्या अर्थात् $1525 - 8 = 1517$ उस संख्या से पूरी तरह विभाजित होगी।

निष्कर्ष 4. रूपष्ट है कि $629, 703$ एवं 1517 उस संख्या से पूर्णतः विभाजित होगी।



निष्कर्ष 5. 629, 703 एवं 1517 से विभाजित होने वाली तो अनेक संख्याएं होंगी लेकिन बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करना है,
अतः म.स. निकालना होगा।

निष्कर्ष 6. 629, 703 एवं 1517 का म.स.

$$\begin{array}{r} 629 \\ 74)629(8 \\ \underline{592} \\ 37)74(2 \\ \underline{74} \\ 00 \\ 37)1517(4 \\ \underline{148} \\ 37)37(1 \\ \underline{37} \\ 00 \end{array}$$

अतः 629, 703 एवं 1517 का म.स. 37 है \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 14. $\frac{437}{529}$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।



हल :

निष्कर्ष 1. सरलतम या सूक्ष्मतम का अर्थ है बड़ी से बड़ी संख्या से भाग देना।

निष्कर्ष 2. 437 एवं 529 को बड़ी से बड़ी संख्या से भाग देने हेतु इन संख्याओं का म.स. ज्ञात करना होगा।

निष्कर्ष 3. 437 एवं 529 का म.स.

$$\begin{array}{r} 437 \\ 92)437(4 \\ \underline{368} \\ 69)92(1 \\ \underline{69} \\ 23)69(3 \\ \underline{69} \\ 00 \end{array}$$

म.स. = 23

निष्कर्ष 4. प्रत्येक को 23 से भाग देने पर

$$\frac{437 \div 23}{529 \div 23} = \frac{19}{23}$$

अतः $\frac{437}{529}$ का सरलतम रूप $\frac{19}{23}$ होगा। \Rightarrow उत्तर

अभ्यास प्रश्न

- चार अंगों की वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 6, 8, 10 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाए।
- 1000 के निकटतम वह छोटी से छोटी संख्या बताइए जिसे क्रमशः 5, 6, 7 से भाग देने पर शेष क्रमशः 1, 2, 3 प्राप्त हो ?
- यदि छ: घटियां क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकंड के अंतराल में बजे तो 30 मिनट में वे कितनी बार इकट्ठी बजेंगी ?
- तीन खेतों का क्षेत्रफल क्रमशः 165 वर्गमीटर, 195 वर्गमीटर तथा 285 वर्गमीटर है इनमें बराबर-बराबर क्षेत्रफल की क्यारियां हैं। यदि क्यारियों की चौड़ाई 3 मीटर हो तो प्रत्येक की अधिकतम लंबाई क्या होगी ?
- दो संख्याओं का गुणनफल 20808 है और उनका म.स. 17 है तो संख्याएं ज्ञात कीजिए।
- दो संख्याओं का ल.स. उनके म.स. से 28 गुना है। उनके ल.स. और म.स. का योग 1740 है। यदि उनमें से एक संख्या 240 है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।
- चार क्रमागत संख्याओं में प्रथम तीन संख्याओं का गुणनफल 210 तथा अंतिम तीन संख्याओं का गुणनफल 336 है। चारों संख्याओं से विभाजित होने वाली छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।
- 1000 से 2000 के बीच 100, 120, 150 से विभाजित होने वाली समस्त संख्याएं ज्ञात कीजिए।
- किसी संख्या से 73, 127 तथा 163 को भाग देने पर प्रत्येक दशा में समान शेष बचता है, वह संख्या ज्ञात कीजिए।
- वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 4, 6, 8, 12 से भाग देने पर शेष 1 आए परंतु 11 से भाग देने पर शेष कुछ भी न रहे।



11. 13 से विभाजित होने वाली वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 8, 10, 12 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 7 शेष बचे।
12. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1785, 1995 तथा 2415 को पूरा-पूरा विभाजित कर दे।
13. दो संख्याएं 3 : 4 के अनुपात में हैं। उनके म.स. तथा ल.स. का गुणनफल 2028 है। संख्याओं का योगफल क्या होगा?
14. यदि नौवीं कक्षा के छात्रों की 6, 8, 12 या 16 की पंक्तियां बनाई जाती हैं, तो कोई भी छात्र छूटता नहीं है। तदनुसार उस कक्षा में छात्रों की कुल संभावित संख्या कितनी है?
15. तीन घंटियां एक साथ 11 बजे प्रातः बजती हैं। वे तीनों क्रमशः 20 मिनट, 30 मिनट तथा 40 मिनट के अंतराल पर बजती रहती हैं। तदनुसार वे दोबारा एक समय किस समय बजेंगी?
16. 68 मीटर लंबाई तथा 51 मीटर चौड़ाई वाले एक हाल के फर्श को आच्छादित करने के लिए कम से कम कितनी वर्गकार टाइलों की आवश्यकता होगी?
17. सैनिकों, जिन्हें बराबर सैनिकों वाली 12, 15 तथा 18 पंक्तियों में खड़ा किया जा सके एवं उन्हें एक ठोस वर्गके रूप में भी व्यवस्थित किया जा सके, की कम-से कम संख्या क्या होगी?
18. दो संख्याओं का योग 528 है और उनका महत्तम समापवर्तक 33 है। तदनुसार इस प्रकार की संख्याओं के कुल कितने जोड़े हो सकते हैं?
19. $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{6}$ का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।
20. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 है और उनका उच्चतम समापवर्तक 4 है, तो उनका लघुत्तम समापवर्त्य क्या होगा?
21. तीन संख्याएं 1 : 2 : 3 के अनुपात में हैं और उनका महत्तम समापवर्तक 12 है। संख्याएं कौन सी हैं?
22. दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक और लघुत्तम समापवर्तक क्रमशः 44 और 264 है। यदि पहली संख्या को 2 से भाग दिया जाए तो भागफल 44 होता है, तो दूसरी संख्या क्या होगी?
23. 10, 15, 20 से पूर्णतय विभाज्य 4 अंकों वाली महत्तम संख्या कौन सी है?
24. तीन भिन्न संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M) 120 है। तदनुसार 8, 12, 24, 35 में से कौन सी संख्या महत्तम समापवर्तक नहीं हो सकती है?
25. दो संख्याओं का ल.स. 495 तथा म.स. 5 है, यदि उन संख्याओं का योग 100 हो तो उनका अंतर क्या होगा?
26. दो संख्याओं का योग 36 तथा उनके म.स. और ल.स. क्रमशः 3 तथा 105 है। उनके व्युत्क्रमों का योग क्या होगा?
27. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 7 घटाने पर शेष बची संख्या 20, 28, 35 तथा 105 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त हो जाए।
28. $3x^2y, 12x^2y^2$ तथा $9xy^4$ का ल.स. ज्ञात कीजिए।
29. संख्या 0.150 तथा 0.450 का ल.स. तथा म.स. ज्ञात कीजिए।
30. दो व्यंजकों a तथा b का म.स. 1 है। उनका ल.स. ज्ञात कीजिए।

अभ्यास प्रश्नों का हल



हल 1.

नोट : जब भी छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करनी हो तो ल.स. निकाला जाता है।

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है 6, 8, 10 का ल.स. निकालना है।

2		6, 8, 10
2		3, 4, 5
2		3, 2, 5
3		3, 1, 5
5		1, 1, 5
		1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

निष्कर्ष 2. चार अंकों की छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करनी है जो 6, 8, 10 से पूरी-पूरी विभाजित हो अर्थात् संख्या इनके ल.स. की एक गुणज होगी।

निष्कर्ष 3. चार अंकों की छोटी से छोटी संख्या = 1000 अतः



अभीष्ट संख्या 1000 के निकटतम संख्या होगी। यानी कि

$$\begin{array}{r} 120)1000(8 \\ \underline{960} \\ \underline{40} \end{array}$$

अर्थात् अभीष्ट संख्या ल.स. और 9 की गुणज होगी (क्योंकि ल.स. और 8 के गुणज 960 में तीन ही अंक हैं)

निष्कर्ष 4. अतः अभीष्ट संख्या = $120 \times 9 = 1080$

⇒ उत्तर



हल 2. निष्कर्ष 1. अभीष्ट संख्या में 5, 6, 7 से

भाग देने पर शेष क्रमशः 1, 2, 3 बचता है।

$$\begin{array}{r} 5 - 1 = 4 \\ 6 - 2 = 4 \\ 7 - 3 = 4 \end{array}$$

निष्कर्ष 2. उपर्युक्त दी गई संख्याओं में से उनके शेषों को घटाया गया है। घटाने के बाद समान संख्या (4) प्राप्त हो रही है। अतः दी गई संख्याओं के ल.स. के गुणज से 4 घटाने पर अभीष्ट संख्या प्राप्त होगी।

निष्कर्ष 3. उपर्युक्त संख्याओं का ल.स.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5, \quad 6, \quad 7 \\ \hline 3 \quad 5, \quad 3, \quad 7 \\ \hline 5 \quad 5, \quad 1, \quad 7 \\ \hline 7 \quad 1, \quad 1, \quad 7 \\ \hline 1, \quad 1, \quad 1 \end{array}$$

$$\text{ल.स.} = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

निष्कर्ष 4. अब देखना है कि 1000 के निकट छोटा से छोटा समापवर्त्य क्या होगा?

$$\begin{array}{r} 210)1000(4 \\ \underline{840} \\ \underline{160} \end{array}$$

1000 के निकट छोटा से छोटा पांचवां समापवर्त्य होगा (क्योंकि चौथा समापवर्त्य 1000 से छोटा है)

$$\begin{aligned} \text{पांचवां समापवर्त्य या गुणज ल.स.} &= 210 \times 5 \\ &= 1050 \end{aligned}$$

(क्योंकि चौथा समापवर्त्य 1000 से 160 कम है जबकि पांचवा समापवर्त्य 1000 से 50 अधिक है। अतः 1000 के निकट पांचवा समापवर्त्य है।)

निष्कर्ष 5. अतः 5, 6, 7 के ल.स. (210) के 5वें गुणज में से 4 घटाने पर अभीष्ट संख्या प्राप्त होगी।

$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 1050 - 4 = 1046 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 3.

निष्कर्ष 1. सभी घंटियां एक साथ बजना आरंभ करती हैं तो अपने समय अंतराल (2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकंड) के ल.स. के बराबर समय के बाद एक साथ पुनः बजेंगी। इसके बाद समापवर्त्यों के समय पर एक साथ बजती रहेंगी।

निष्कर्ष 2. अब समय अंतराल 2, 4, 6, 8, 10, 12 का ल.स. ज्ञात करना होगा।

2	2, 4, 6, 8, 10, 12
2	1, 2, 3, 4, 5, 6
2	1, 1, 3, 2, 5, 3
3	1, 1, 3, 1, 5, 3
5	1, 1, 1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

निष्कर्ष 3. अतः बजना आरंभ होने के 120 सेकंड बाद सभी घंटियां एक साथ बजेंगी। पुनः क्रमशः समापवर्त्य समयों के बाद अर्थात् 2×120 सेकंड, 3×120 सेकंड, 4×120 सेकंड इत्यादि पर एक साथ बजेंगी।

निष्कर्ष 4. 30 मिनट में $30 \times 60 = 1800$ सेकंड।

अतः 1800 सेकंड में एक साथ बजने की कुल बारी

$$= \frac{1800}{120} = 15 \text{ बार} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 4.

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है प्रत्येक क्यारी का क्षेत्रफल तीनों खेतों के क्षेत्रफल का म.स. होगा।



निष्कर्ष 2. तीनों खेतों का क्षेत्रफल क्रमशः 165, 195 तथा 285

वर्गमीटर है। अतः 165, 195 तथा 285 का म.स.

$$165 = 3 \times 5 \times 11$$

$$195 = 3 \times 5 \times 13$$

$$285 = 3 \times 5 \times 19$$

म. स. $3 \times 5 = 15$ (क्योंकि सर्वनिष्ठ गुणनखंडों का गुणनफल
म.स. होता है)

निष्कर्ष 3. अतः प्रत्येक क्यारी का क्षेत्रफल = 15 वर्गमीटर होगा
जबकि प्रत्येक क्यारी की चौड़ाई = 3 मीटर है।

निष्कर्ष 4. क्यारी का क्षेत्रफल, लंबाई और चौड़ाई के गुणनफल के
बराबर होता है।

अतः क्यारी का क्षेत्रफल = ल. \times चौ.

$$15 = \text{ल.} \times 3$$

$$\therefore \text{क्यारी की लंबाई} = \frac{15}{3} = 5 \text{ मीटर} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 5.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए संख्याएँ 17a एवं 17b हैं क्योंकि संख्या
अपने म.स. का ही कोई न कोई गुणज होती है।

निष्कर्ष 2. दोनों संख्याओं का गुणनफल 20808 है अर्थात
 $17a \times 17b = 20808$

$$a \times b = \frac{20808}{17 \times 17} \Rightarrow a \times b = 72$$

निष्कर्ष 3. a और b में प्रश्न द्वारा कोई अन्य संबंध नहीं दिया गया
है जिससे a तथा b में कोई समीकरण प्राप्त हो सके।
इसलिए ऐसी दो-दो संख्याओं का युग्म ज्ञात करेंगे जिनका
गुणनफल 72 हो।
ये युग्म (8, 9)(12, 6)(18, 4)(24, 3)(36, 2)(72, 1) हों
सकती हैं।

निष्कर्ष 4. उपर्युक्त युग्मों में से अभाज्य युग्म (8, 9)(72, 1) लेते
हैं;
तो अभीष्ट संख्याएँ = म.स. \times 8 तथा म.स. \times 9 या
म. स. \times 72 तथा म.स. \times 1 होंगी

$$= 17 \times 8 \text{ तथा } 17 \times 9 \text{ या } 17 \times 72 \text{ तथा } 17 \times 1$$

$$= 136 \text{ तथा } 153 \text{ या } 1224 \text{ तथा } 17$$

अतः अभीष्ट संख्याएँ (136, 153) या (1224, 17) होंगी।

\Rightarrow उत्तर



हल 6.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए म.स. a है तो ल.स. होगा a का 28 गुना
अर्थात 28a

निष्कर्ष 2. ल.स. तथा म.स. का योग 1740 है अर्थात

$$a + 28a = 1740 \text{ होगा}$$

$$\therefore 29a = 1740 \Rightarrow a = \frac{1740}{29} = 60$$

यानी म.स. = 60 होगा।

निष्कर्ष 3. म.स. का मान 60 ज्ञात हो गया अब म. स. का 28 गुना
है ल.स. अर्थात ल.स. = $60 \times 28 = 1680$

निष्कर्ष 4. पहली संख्या \times दूसरी संख्या = म. स. \times ल.स. होता
है।

चूंकि पहली संख्या 240 है तो दूसरी संख्या

$$= \frac{\text{ल.स.} \times \text{म.स.}}{\text{पहली संख्या}} \text{ होगी}$$

$$\text{अतः दूसरी संख्या} = \frac{1680 \times 60}{240} = 420$$

\Rightarrow उत्तर



हल 7.

निष्कर्ष 1. प्रथम गुणनफल = $a \times b \times c = 210$

$$\text{द्वितीय गुणनफल} = b \times c \times d = 336$$

निष्कर्ष 2. A- उपर्युक्त से स्पष्ट है कि b एवं c उभयनिष्ठ (Common)
हैं अर्थात् दोनों गुणनफलों में शामिल हैं।

B- जब b \times c में a का गुणा किया जाता है तो गुणनफल
210 होता है और जब b \times c में d का गुण किया जाता
है तो गुणनफल 336 होता है।

C- संख्याएँ ब्रामागत हैं $\therefore b = a+1, c = a+2, d = a+3$



निष्कर्ष 3. $b \times c \times a = 210$

$$b \times c \times (a+3) = 336$$

$$b \times c \times 3 = 126$$

$$b \times c = \frac{126}{3} = 42$$

जब $b \times c$ में a से गुणा किया जाता है तो 210 प्राप्त होता है और जब $b \times c$ में $a+3$ से गुणा किया जाता है तो 336 अर्थात् 126 अधिक प्राप्त होता है।

$$\text{अतः } b \times c \text{ का } 3 \text{ गुना} = 126 \text{ एवं } b \times c = \frac{126}{3} = 42$$

निष्कर्ष 4. प्रश्नानुसार

$$b \times c \times a = 210$$

$$a = \frac{210}{b \times c}$$

$$a = \frac{210}{42} = 5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

$$5 \times 6 \times 7 = 210$$

चूंकि क्रमिक संख्या है अतः अगली संख्या 8 होगी।
 $6 \times 7 \times 8 = 336$

$$\text{स्पष्ट है } a = 5 \text{ तथा } d = 8 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 8.

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है कि 100, 120, 150 से विभाजित होने वाली संख्याएं 100, 120, 150 की समापवर्त्य होंगी जो कि इनके ल.स. की गुणज होगी।

निष्कर्ष 2. अतः उपर्युक्त संख्याओं (100, 120, 150) का ल.स. =

2	100, 120, 150
2	50, 60, 75
2	25, 30, 75
3	25, 15, 75
5	25, 5, 25
5	5, 1, 5
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 600$$

निष्कर्ष 3. चूंकि अभीष्ट संख्याएं 1000 से 2000 के बीच ज्ञात करनी हैं।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है 600 के ठीक बाद वाला समापवर्त्य = 2×600

$$= 1200 \text{ होगा, ठीक इसके बाद वाला समापवर्त्य} = 3 \times 600$$

$$= 1800 \text{ होगा (जो कि 1000 तथा 2000 के बीच है)}$$

अतः अभीष्ट संख्याएं हैं = 1200 एवं 1800 \Rightarrow उत्तर



हल 9. निष्कर्ष विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए 73, 127 एवं 163 से भाग देने पर समान शेष a बचता है।

निष्कर्ष 2. अभीष्ट संख्या (73-a), (127-a) (163-a) की म.स. होगी।

चूंकि दो संख्याओं को विभाजित करने वाली संख्या दोनों के अंतर को भी विभाजित करती है।

निष्कर्ष 3. अतः अभीष्ट संख्या [(127-a) - (73-a)], [(163-a)- (127-a)] तथा [(163-a)- (73-a)] की म.स. होगी।

$\therefore [127-73-a+a], [163-127-a+a]$ तथा $[163-73-a+a]$ की म.स. अर्थात् अभीष्ट संख्या 54, 36, 90 की म.स. होगी।

$$\begin{aligned} 54 &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 36 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 90 &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

[Common Factors का गुणनफल म. स. होगी]

$$\text{म. स.} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

निष्कर्ष 4. अतः संख्या 18 से 73, 127 तथा 163 में भाग देने पर प्रत्येक दशा में समान शेष बचेगा। \Rightarrow उत्तर



सामान्य समझ पर

म.स. अर्थात् संख्या = $127 - 73, 163 - 127$ तथा $163 - 73$ का म.स.

$$= 54, 36 \text{ एवं } 90 \text{ का म.स.}$$

$$54 = 2 \times 3 \times 3$$

$$36 = 2 \times 3 \times 3 \times 2$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\therefore \text{म.स.} = 2 \times 3 \times 3 = 18 \Rightarrow \text{उत्तर}$$





हल 10.

- निष्कर्ष 1.** सबसे पहले उन संख्याओं का ल.स. ज्ञात करेंगे जिनसे भाग देने पर शेष आता है। इसके बाद ल.स. से ऐसा समापवर्त्य ज्ञात करेंगे जो उस संख्या से विभाजित हो। जिससे कुछ भी शेष नहीं बचता अर्थात् जो 11 से विभाजित हो।

- निष्कर्ष 2.** दी गई संख्याएं 4, 6, 8, 12 का ल.स.

2	4, 6, 8, 12
2	2, 3, 4, 6
2	1, 3, 2, 3
3	1, 3, 1, 3
	1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

- निष्कर्ष 3.** अब ऐसा समापवर्त्य ज्ञात करेंगे जो 11 से विभाजित हो।

मान लीजिए वह समापवर्त्य $24k$ है, चूंकि 4, 6, 8, 12 से भाग देने पर शेष 1 बचता है।

अतः अभीष्ट संख्या $= 24k + 1$ होगी।

$$\begin{aligned} &= 22k + 2k + 1 [24k = 22k + 2k \text{ के रूप में लिखा गया}] \\ &= (11 \times 2k) + (2k + 1) \end{aligned}$$

[11 के अपवर्त्य के रूप में लिखा गया $22k$ की]

- निष्कर्ष 4.** अब k का ऐसा मान ज्ञात करना है कि $(2k + 1)$ भी 11 का अपवर्त्य हो जाए अर्थात् $2k + 1 = 11$ होगा।

$$\therefore 2k = 11 - 1$$

$$2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

- निष्कर्ष 5.** चूंकि अभीष्ट संख्या $= 24k + 1$

$$\begin{aligned} &= 24 \times 5 + 1 \\ &= 120 + 1 \Rightarrow 121 \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

संक्षेप में

$$4, 6, 8, 12 \text{ का ल.स.} = 24$$

ल.स. 24 के किसी गुणज में 1 जोड़कर जो संख्या 11 से विभाजित होगी कही अभीष्ट संख्या होगी-

$$24 + 1 = 25$$

$$24 \times 2 + 1 = 49$$

$$24 \times 3 + 1 = 73$$

$$24 \times 4 + 1 = 97$$

$$24 + 5 + 1 = 121$$

चूंकि 121 संख्या 11 से विभाज्य है

अतः यही अभीष्ट संख्या है \Rightarrow उत्तर



हल 11.

- निष्कर्ष 1.** सबसे पहले उन संख्याओं का ल.स. ज्ञात करेंगे जिनसे भाग देने पर 7 शेष आता है। इसके बाद ल.स. से ऐसा समापवर्त्य ज्ञात करेंगे जो संख्या 13 से विभाजित हो।

- निष्कर्ष 2.** दी गई संख्याएं 8, 10, 12 का ल.स.

2	8, 10, 12
2	4, 5, 6
2	2, 5, 3
3	1, 5, 3
5	1, 5, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

- निष्कर्ष 3.** अब ऐसा समापवर्त्य ज्ञात करेंगे जो 13 से विभाज्य हो।

मान लीजिए वह समापवर्त्य $120k$ है, चूंकि 8, 10, 12 से भाग देने पर शेष 7 बचता है।

अतः अभीष्ट संख्या $= 120k + 7$ होगी।

$$= 13 \times 9k + 3k + 7$$

$[120k = 117k + 3k = 13 \times 9k + 3k]$ लिखा गया जो कि 13 के अपवर्त्य के रूप में है।

$$= (13 \times 9k) + (3k + 7)$$

- निष्कर्ष 4.** अब k का ऐसा मान ज्ञात करना है कि $3k + 7$ भी 13 का अपवर्त्य हो जाए अर्थात् $3k + 7 = 13$ होगा तो $3k = 13 - 7$

$$3k = 6 \Rightarrow k = 2$$

- निष्कर्ष 5.** चूंकि अभीष्ट संख्या $120k + 7$ है।

अतः अभीष्ट संख्या $= 120 \times 2 + 7$

$$= 240 + 7 \Rightarrow 247 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

संक्षेप में

$$8, 10, 12 \text{ का ल.स.} = 120$$

$$\text{शेष} = 7$$



अतः संख्या 120 के किसी गुणज में 7 जोड़ने पर प्राप्त वह संख्या होगी जो 13 से विभाजित हो जाए।

$$120 \times 1 + 7 = 127$$

$$120 \times 2 + 7 = 247$$

(चूंकि यह संख्या 13 से विभाज्य है अतः यही अभीष्ट संख्या है) \Rightarrow उत्तर

एक अन्य विधि

- 120 में 13 से भाग दें और शेष ज्ञात करें
- ⇒ शेष = 3
- 13 में से शेष का कितना गुना घटाने पर अभीष्ट शेष 7 बचेगा।
- ⇒ $13 - 3 \times 2 = 7$
- यसपट है कि L.S.P. को 2 गुना करके 7 जोड़ना है।
- ⇒ $120 \times 2 + 7 = 247 \Rightarrow$ उत्तर



हल 13.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए संख्याएं $3x$ एवं $4x$ हैं।

निष्कर्ष 2. अब इन संख्याओं का M.S. तथा L.S. ज्ञात करेंगे।

$$3x \text{ एवं } 4x \text{ का M.S.} =$$

$$3x = 3 \times x$$

$$4x = 2 \times 2 \times x$$

[अभाज्य गुणनखंड किया गया]

M.S. = x [क्योंकि x दोनों संख्याओं के गुणनखंड में

सर्वनिष्ठ (Common factor) है।

$3x$ एवं $4x$ का L.S. =	2 $3x, 4x$
	2 $3x, 2x$
	3 $3x, x$
	$x x, x$
	1, 1

$$\text{L.S.} = 2 \times 2 \times 3 \times x = 12x$$

निष्कर्ष 3. पहली संख्या तथा दूसरी संख्या का गुणनफल संख्याओं

के M.S. और L.S. के गुणनफल के बराबर होती है।

\therefore संख्याओं का गुणनफल = संख्याओं का L.S. \times M.S.

$$2028 = 12x \times x$$

$$12x^2 = 2028 \Rightarrow x^2 = \frac{2028}{12}$$

$$x^2 = 169 \Rightarrow x = 13$$

निष्कर्ष 4. संख्याएं $3x$ तथा $4x$ हैं, तो प्राप्त संख्याएं 3×13 एवं 4

$$\times 13$$
, संख्याएं 39 एवं 52 होंगी।

निष्कर्ष 5. अतः संख्याओं का योग = $39 + 52 = 91$ होगा।

\Rightarrow उत्तर

एक अन्य विधि

मान संख्याएं = $3x$ एवं $4x$

L.S. एवं M.S. का गुणनफल = संख्याओं का गुणनफल

$$\text{अतः } 3x \times 4x = 2028$$

$$12x^2 = 2028$$

$$x^2 = \frac{2028}{12} = 169$$

$$x = \sqrt{169}$$

$$\text{प्रथम संख्या} = 3x = 3 \times 13 = 39$$

$$\text{द्वितीयक संख्या} = 4x = 4 \times 13 = 52$$



हल 12.

निष्कर्ष 1. बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करने के लिए दी गई संख्याओं का M.S. ज्ञात करना होता है।

निष्कर्ष 2. दी गई संख्या 1785, 1995 एवं 2415 का M.S.

$$\begin{array}{r} 1785)1995(1 \\ 1785 \\ \hline 210)1785(8 \\ 1680 \\ \hline 105)210(2 \\ 210 \\ \hline 000 \end{array}$$

अतः 1785 और 1995 का M.S. = 105

निष्कर्ष 3. 105 एवं 2415 का M.S. इसी प्रकार ज्ञात करें।

$$\begin{array}{r} 210 \\ 315 \\ \hline 315 \\ \hline 000 \end{array}$$

105 और 2415 का M.S. = 105

निष्कर्ष 4. संख्या 1785, 1995 एवं 2415 का M.S. = 105, अतः

वह बड़ी से बड़ी अभीष्ट संख्या जो इन संख्याओं को पूरी-पूरी विभाजित कर दे वह 105 होगी। \Rightarrow उत्तर





हल 14.

निष्कर्ष 1. छात्रों की 6, 8, 12 या 16 की पंक्तियां बनाने पर कोई छात्र नहीं छूटता यानी कि यहां हमें 6, 8, 12 या 16 का ल.स. ज्ञात करना होगा।

निष्कर्ष 2. अब 6, 8, 12 एवं 16 का ल.स.

2	6, 8, 12, 16
2	3, 4, 6, 8
2	3, 2, 3, 4
2	3, 1, 3, 2
3	3, 1, 3, 1
	1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

निष्कर्ष 3. अतः छात्रों की कुल संभावित संख्या 48 या 48 की कोई

भी गुणज संख्या हो सकती है अर्थात्

$$\text{छात्रों की संभावित संख्या} = 48 \times 1 = 48$$

$$\text{या } 48 \times 2 = 96$$

$$\text{या } 48 \times 3 = 144$$

$$\text{या } 48 \times 4 = 192$$

.....

.....

इत्यादि हो सकती है।

⇒ उत्तर



हल 15.

निष्कर्ष 1. तीनों घंटियां एक साथ बजना आरंभ करती है, तो अपने समय अंतराल (20 मिनट, 30 मिनट एवं 40 मिनट) के ल.स. के बराबर समय के बाद एक साथ पुनः बजेंगी, इसके बाद समाप्तवर्ती के समय पर एक साथ बजती रहेंगी।

निष्कर्ष 2. अतः 20, 30 एवं 40 मिनट का ल.स. =

2	20, 30, 40
2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120 \text{ मिनट}$$



चूंकि $60 \text{ मिनट} = 1 \text{ घंटा}$

$$\text{तो } 120 \text{ मिनट} = \frac{120}{60} = 2 \text{ घंटा}$$

निष्कर्ष 3. तीनों घंटियां 11 बजे एक साथ बजती हैं, वे दुबारा पहली बार 120 मिनट अर्थात् 2 घंटे बाद यानी कि 1 बजे एक साथ बजेंगी। ⇒ उत्तर



हल 16.

निष्कर्ष 1. हाल के फर्श को आच्छादित करने वाली आकृति की लंबाई एवं चौड़ाई रूमश: 68 मीटर एवं 51 मीटर है। वर्गाकार टाइलों की प्रत्येक भुजा ज्ञात करने के लिए लंबाई 68 मीटर एवं चौड़ाई 51 मीटर का म.स. ज्ञात करना होगा।

निष्कर्ष 2. 51 एवं 68 का म.स.-

$$\begin{array}{r} 51 \\ 17) 51(3 \\ \hline 51 \\ 00 \end{array}$$

$$\text{म.स.} = 17$$

गुणनखंड विधि से म.स. देखें

$$51 = \frac{17 \times 3}{17} \\ 68 = \frac{17 \times 4}{17}$$

म.स. = 17 (क्योंकि Common factor है)

निष्कर्ष 3. अतः वर्गाकार टाइल की प्रत्येक भुजा 17 मी. है, तो वर्गाकार टाइल का क्षेत्रफल = 17×17 वर्गमीटर

निष्कर्ष 4. हाल में प्रयुक्त टाइलों की संख्या

$$\begin{aligned} &\text{हाल को आच्छादित करने वाली आकृति का} \\ &= \frac{\text{क्षेत्रफल अर्थात् ल. } \times \text{ चौ.}}{\text{वर्गाकार टाइल्स का क्षेत्रफल}} \\ &= \frac{68 \times 51}{17 \times 17} = 4 \times 3 \Rightarrow 12 \end{aligned}$$

अतः हाल में प्रयुक्त वर्गाकार टाइलों की संख्या = 12 ⇒ उत्तर



हल 17.

निष्कर्ष 1. सैनिकों, जिन्हें बराबर सैनिकों वाली 12, 15 तथा 18 पंक्तियों में खड़ करने के लिए 12, 15 तथा 18 का ल.स. ज्ञात करना होगा।

निष्कर्ष 2. 12, 15 तथा 18 का ल.स. =

2	12, 15, 18
2	6, 15, 9
3	3, 15, 9
3	1, 5, 3
5	1, 5, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$$

निष्कर्ष 3. सैनिकों की संख्या कम से कम 180 रहे तो बराबर सैनिकों वाली पंक्तियों में खड़ा किया जा सकता है। एक ठोस वर्ग के रूप में व्यवस्थित करने के लिए 180 का वर्ग करना होगा या 180 का कोई गुणज जो वर्ग संख्या हो।

निष्कर्ष 4. अतः वर्ग के रूप में व्यवस्थित करने के लिए सैनिकों की संख्या $= 180 \times 5 = 900$ (जो कि एक वर्ग संख्या है)।

⇒ उत्तर



हल 18.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए अभीष्ट संख्याएं 33a एवं 33b हैं (क्योंकि संख्या अपने महत्तम समापवर्तक का ही कोई न कोई गुणक होती है)

निष्कर्ष 2. दोनों संख्याओं का योग 528 है अर्थात्

$$33a + 33b = 528$$

$$33(a+b) = 528$$

$$a+b = \frac{528}{33} \Rightarrow a+b = 16$$

निष्कर्ष 3. संभव जोड़े $a+b = 16$ होंगे अर्थात् a, b का संभव

जोड़ा $(1, 15), (2, 14), (3, 13), (4, 12), (5, 11), (6, 10),$

$(7, 9), (8, 8)$

निष्कर्ष 4. अतः सभी संभव जोड़ों की संख्या 8 होगी

$(1, 15), (3, 13), (5, 11), (7, 9)$ से संख्याओं को युग्म प्राप्त किया जा सकता है क्योंकि इनमें कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है

अर्थात् इनका म.स. 1 है। जबकि $(2, 14), (4, 12), (6, 10), (8, 8)$ में क्रमशः 2, 2 और 4, 2, 2 और 4 संख्याएं कमन हैं। अतः

प्रश्नानुसार युग्मों की संख्या 4 होगी। जो इस प्रकार है -

$(1, 15)$ के लिए संख्याएं $= 33 \times 1$ एवं 33×15

$$= 33 \text{ एवं } 495$$

$(3, 13)$ के लिए संख्याएं $= 33 \times 3$ एवं 33×13

$$= 99 \text{ एवं } 429$$

$(5, 11)$ के लिए संख्याएं $= 33 \times 5$ एवं 33×11

$$= 165 \text{ एवं } 363$$

$(7, 9)$ के लिए संख्याएं $= 33 \times 7$ एवं 33×9

$$= 231 \text{ एवं } 297 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 19.

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{6} \text{ का लघुत्तम समापवर्त्य} =$$

अंश का ल. स.
$\frac{\text{भिन्न का लघुत्तम समापवर्त्य}}{\text{हर का म. स.}}$

$$\text{अतः } \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{6} \text{ का ल.स.} = \frac{2, 4, 5 \text{ ल.स.}}{3, 9, 6 \text{ म.स.}}$$

अंश 2, 4, 5 का ल.स.

2	2, 4, 5
2	1, 2, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

हर 3, 9, 6 का म.स. =

$$3 = 1 \times \underline{3}$$

$$9 = 1 \times 3 \times \underline{3}$$

$$6 = 1 \times 2 \times \underline{3}$$

म.स. = 3 (क्योंकि 3 Common factors हैं)

अतः भिन्न $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{6}$ का अभीष्ट ल.स. $= \frac{20}{3} \Rightarrow \text{उत्तर}$



हल 20.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए दोनों संख्याएं $3x$ एवं $4x$ है (क्योंकि इनका अनुपात $3 : 4$ है)।

निष्कर्ष 2. अब इन संख्याओं का म.स. तथा ल.स. ज्ञात करेंगे।



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>

$3x$ एवं $4x$ का म.स. होगा-

$$3x = 3 \times x$$

$$4x = 2 \times 2 \times x$$

म.स. = x (क्योंकि x दोनों संख्याओं के गुणनखंड में

Common factor है)

निष्कर्ष 3. चूंकि म.स. 4 दिया है यानी कि $x = 4$ होगा।

अतः संख्याएं 3×4 , एवं 4×4 या 12 एवं 16 होंगी।

निष्कर्ष 4. अब संख्याएं 12 एवं 16 का ल.स.

2	12, 16
2	6, 8
2	3, 4
2	3, 2
3	3, 1
	1, 1

अतः अभीष्ट ल.स. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$ उत्तर

~~अपर्युक्त हल इस तरह भी देखें-~~



हल : सूत्र विधि

संख्याएं 3 : 4 के अनुपात हैं, तो मान लीजिए संख्याएं 3x एवं 4x हैं। $3x$ एवं $4x$ का म.स. = x जो कि दिया गया है यानी कि $x = 4$ है।

अतः संख्याएं 3×4 एवं 4×4 अर्थात् 12 एवं 16 होंगी।

म.स. × ल.स. = पहली संख्या × दूसरी संख्या

$$\text{ल.स.} = \frac{12 \times 16}{4} = 48 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 21.

निष्कर्ष 1. मान लीजिए संख्याएं x , $2x$ और $3x$ हैं।

निष्कर्ष 2. अब इन संख्याओं का म.स. ज्ञात करेंगे (क्योंकि प्रश्न में म.स. का मान दिया गया है)

$$x = 1 \times x$$

$$2x = 2 \times x$$

$$3x = 3 \times x$$

∴ उभयनिष्ठ गुणनखंड म.स. होता है।

$$\therefore \text{म.स.} = x$$

मन की गणित

निष्कर्ष 3. चूंकि म.स. 12 दिया है यानी $x = 12$ होगा।

$$\text{अतः संख्याएँ } = 12, 12 \times 2, 12 \times 3$$

$$= 12, 24, 36 \text{ होंगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 22.

निष्कर्ष 1. पहली संख्या को 2 से भाग देने पर भागफल 44 प्राप्त होता है।

$$\therefore \text{संख्या} = 44 \times 2 = 88$$

निष्कर्ष 2. हम जानते हैं कि

$$\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या} = \text{संख्याओं का ल.स.}$$

$$\times \text{संख्याओं का म.स.}$$

निष्कर्ष 3. प्रश्न में दी गई जानकारी के आधार पर मान रखने पर

$$\therefore 88 \times \text{दूसरी संख्या} = 44 \times 264$$

$$\text{दूसरी संख्या} = \frac{44 \times 264}{88} = 132$$

अतः दूसरी संख्या 132 है। \Rightarrow उत्तर



हल 23.

निष्कर्ष 1. सर्व प्रथम 10, 15, 20 का ल.स. लेने पर

2	10	15	20
2	5	15	10
3	5	15	5
5	5	5	5
	1	1	1

$$\therefore \text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

निष्कर्ष 2. चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या यदि 60 से विभाज्य होगी तभी वह संख्या 10, 15, 20 तीनों से विभाज्य होगी।

निष्कर्ष 3. 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 9999

$$\text{संख्या को 60 से विभाज्य करने पर} = \frac{9999}{60} \\ = 166.65$$



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>

निष्कर्ष 4. ∵ 4 अंकों की पूर्णांक संख्या जो 60 से विभाज्य है,

निम्न होगी

$$166 \times 60 = 9960$$

अतः संख्या 9960, संख्या 12, 15 और 20 से पूर्णतः विभाज्य है। ⇒ उत्तर



हल 24.

निष्कर्ष 1. संख्याओं का लघुतम समापवर्तक हमेशा महत्तम समापवर्तक से विभाजित होता है।

निष्कर्ष 2. ∵ संख्याओं को लघुतम समापवर्तक में विभाजित

करने पर-

$$\frac{120}{8} = 15$$

$$\frac{120}{12} = 10$$

$$\frac{120}{24} = 5$$

$$\frac{120}{35} = 3.42 \text{ (लगभग)}$$

निष्कर्ष 3. संख्या 35 लघुतम समापवर्तक को पूर्णतः विभाजित नहीं कर रही है। अतः संख्या 35 महत्तम समापवर्तक नहीं हो सकती है। ⇒ उत्तर



हल 25.

निष्कर्ष 1. चूंकि संख्याओं का म.स. 5 है तो मान लिया संख्याएं

$5x$ और $5y$ हैं।

निष्कर्ष 2. संख्याओं का ल.स. = $5xy$

प्रश्न से लिखने पर

$$5xy = 495$$

$$xy = \frac{495}{5} = 99$$

निष्कर्ष 3. चूंकि संख्याओं का योग 100 है

$$\therefore 5x + 5y = 100$$

$$\therefore 5(x+y) = 100$$

$$\therefore x+y = 20$$

$$\text{निष्कर्ष 4. } (x-y)^2 = (x+y)^2 - (4xy)$$

$$= (20)^2 - 4 \times 99$$

$$= 400 - 396$$

$$= 4$$

$$\therefore x-y = 2$$

$$\text{निष्कर्ष 5. } \text{संख्याओं का अंतर} = 5x - 5y$$

$$= 5(x-y)$$

$$= 5 \times 2 = 10 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 26.

निष्कर्ष 1. संख्याओं का म.स. 3 है।

∴ संख्या $3x$ और $3y$ मान लेते हैं।

निष्कर्ष 2. संख्याओं का ल.स. = $3xy$

$$\therefore 3xy = 105$$

$$xy = \frac{105}{3} = 35$$

निष्कर्ष 3. संख्याओं का योग 36 है।

$$\therefore 3x + 3y = 36$$

$$x + y = \frac{36}{3} = 12$$

निष्कर्ष 4. संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग = $\frac{1}{3x} + \frac{1}{3y}$

$$= \frac{3x+3y}{9xy}$$

$$= \frac{x+y}{3xy}$$



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>

$$= \frac{12}{3 \times 35} = \frac{12}{105} = \frac{4}{35}$$

\therefore संख्याओं के व्युक्तमों का योग $\frac{4}{35}$ है। \Rightarrow उत्तर



हल 27.

निष्कर्ष 1. जब छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करनी हो तो ल.स. निकाला जाता है। अतः 20, 28, 35, 105 का ल.स.।

2	20, 28, 35, 105
2	10, 14, 35, 105
3	5, 7, 35, 105
5	5, 7, 35, 35
7	1, 7, 7, 7
	1, 1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

निष्कर्ष 2. अब ऐसी संख्या ज्ञात करना है जिसमें 7 घटाने पर 20, 28, 35 तथा 105 से पूर्णतया विभाजित हो जाए। इसलिए ल.स. में 7 जोड़ना होगा।

$$\begin{aligned} \text{अतः अभीष्ट संख्या} &= (20, 28, 35 \text{ तथा } 105 \text{ का ल.स.}) + 7 \\ &= 420 + 7 \end{aligned}$$

$$= 427 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल : 28. दिये गये एक पदीय व्यंजनों में गुणांकों 3, 12 और 9 का ल.स. ज्ञात करें।

2	3, 12, 9
2	3, 6, 9
3	3, 3, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

तथा व्यंजकों में x और y उच्चतम घारें क्रमशः 3 व 4 हैं।

$$\therefore \text{लघुतम समापवर्त्य} = 36x^3y^4 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 29. निष्कर्ष 1. संख्या 0.150 तथा 0.450 का

दशमलव चिन्ह हटाने पर प्राप्त संख्या 150 तथा 450 होगी।

निष्कर्ष 2. संख्या 150 तथा 450 का ल.स.-

2	150, 450
3	75, 225
3	25, 75
5	25, 25
5	5, 5
	1, 1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 250$$

\therefore संख्या 0.150 तथा 0.450 का ल.स. = 0.450 \Rightarrow उत्तर

निष्कर्ष 3. संख्या 150 और 450 का म.स. =

$$\begin{array}{r} 150)450(3 \\ \quad 450 \\ \quad \underline{000} \end{array}$$

$$150 \text{ और } 450 \text{ का म.स.} = 150$$

\therefore संख्या 0.150 तथा 0.450 का म.स. = 0.150 \Rightarrow उत्तर



हल 30 : सूत्र विधि

दो व्यंजक a तथा b हैं तथा उनका म.स. 1 है।

सूत्र- म.स. \times ल. स. = पहला व्यंजक \times दूसरा व्यंजक

दिया है : महत्तम समापवर्त्य = 1

पहला व्यंजक = a

तथा दूसरा व्यंजक = b

$1 \times \text{लघुतम समापवर्त्य} = a \times b$

$$\text{लघुतम समापवर्त्य} = \frac{a \times b}{1} \quad [\text{पक्षान्तर करने पर}]$$

$$\therefore \text{लघुतम समापवर्त्य} = ab \Rightarrow \text{उत्तर}$$



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>

2	12,	16,	18,	21
2	6,	8,	9,	21
2	3,	4,	9,	21
2	3,	2,	9,	21
3	3,	1,	9,	21
3	1,	1,	3,	7
7	1,	1,	1,	7
	1,	1,	1,	1

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 1008$$

निकर्ष 3. ∵ संख्या 12, 16, 18 और 21 से विभाज्य संख्या =
 $2 \times 1008 = 2016$

निर्कर्ष 3. इस प्रकार संख्या 2000 में संख्या 16 जोड़ देने पर प्राप्त संख्या दी गई संख्या से पर्णतया विभाज्य हो जाएगी।

अतः संख्या 16 के अंकों का योग $\equiv 1 + 6 \equiv 7$

प्रश्न 4. दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (एच.सी.एफ.) और लघुतम समापवर्त्य (एल.सी.एम.) क्रमशः 44 और 264 हैं। यदि छहली संख्या दो 2 से भाग दिया जाए, तो भागफल 44 होता है। दसरी संख्या निम्नलिखित में से क्या होगी?

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा 2014

उत्तर—(c)



हल : सत्र विधि

प्रश्नान्वयन

$$\frac{\text{पहली संख्या}}{2} = 44$$

$$\therefore \text{पहली संख्या} = 44 \times 2 = 88$$

∴ पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स. × म.स.

$$88 \times \text{दूसरी संख्या} = 44 \times 264$$

$$\therefore \text{दूसरी संख्या} = \frac{44 \times 264}{88} = 132$$



सामाजिक समझ पर

एक संख्या 88 है जबकि 44 एवं 264 का गुणनफल दोनों संख्याओं के ग्रन्तिनियत के बराबर है। यदि पहली संख्या

मन की गणित



8795728611





प्रश्न 9. 2300 और 3500 को किस महत्तम संख्या से विभाजित किया जाए कि क्रमशः 32 और 56 शेष रहें?

- (a) 84
- (b) 168
- (c) 42
- (d) 136

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

$$2300 - 32 = 2268$$

$$\text{तथा } 3500 - 56 = 3444$$

संख्या 2268 एवं 3444 का म.स. अभीष्ट संख्या होगी।

$$\therefore 2268) 3444(1$$

$$\begin{array}{r} \underline{2268} \\ 1176) 2268(1 \\ \underline{1176} \\ 1092) 1176(1 \\ \underline{1092} \\ 84) 1092(13 \\ \underline{84} \\ \hphantom{84} \underline{1092} \\ \hphantom{84} \times \times \times \end{array}$$

अतः अभीष्ट संख्या 84 होगी।



प्रश्न 10. ऐसी लघुतम संख्या बताएं जिसे 5, 7, 11 और 13 से विभाजित करने पर क्रमशः 2, 4, 8 और 10 शेषफल आता है।

- (a) 5005
- (b) 5002
- (c) 5008
- (d) 5029

S.S.C. मल्टी टॉस्टिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)



हल : निकर्ष विधि

निकर्ष 1. संख्या 5, 7, 11 और 13 का म.स.इ. लेंगे।

$$\begin{aligned} &= 5 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &= 35 \times 143 = 5005 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{प्रश्नानुसार } 5 - 2 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$11 - 8 = 3$$

$$13 - 10 = 3$$

$$\text{निकर्ष 2. } \therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 5005 - 3 \Rightarrow 5002$$



सामान्य समझ पर

संख्या और उनसे विभाजित करने पर प्राप्त शेष संख्या का संबंध देखें। 5 से विभाजित करने पर शेष 2 बचने का अर्थ है कि भाज्य संख्या यदि 3 और बड़ी होती तो पूरी तरह विभाजित हो जाती। इसी प्रकार 7 से विभाजित करने पर शेष 4 बचने का भी यही अर्थ है कि यदि भाज्य संख्या 3 और बड़ी होती तो पूरी तरह विभाजित हो जाती। चूंकि सभी भाजक एवं उनके शेष में यही संबंध है अतः स्पष्ट है कि ल.स.प. से 3 बड़ी संख्या अभीष्ट संख्या होगी।

अर्थात् अभीष्ट संख्या = ल.स. – 3

$$= 5005 - 3 \Rightarrow 5002$$

प्रश्न 11. पांच अंकों वाली वह लघुतम संख्या बताइए जो 12, 18 और 21 से विभाज्य हो।

- (a) 50321
- (b) 10224
- (c) 30256
- (d) 10080

S.S.C. संयुक्त हायर सेकंडरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

संख्या 12, 18 एवं 21 का म.स.

2	12, 18, 21
2	6, 9, 21
3	3, 9, 21
3	1, 3, 7
7	1, 1, 7
	1, 1, 1

$$\therefore \text{म.स.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 252$$

252 की ऐसी गुणज संख्या जो 5 अंकों की छोटी से छोटी संख्या 10,000 से बड़ी हो अभीष्ट संख्या होगी।

$$252 \times 40 = 10080 \text{ ऐसी संख्या यानी अभीष्ट संख्या होगी।}$$

प्रश्न 12. दो संख्याओं के म.स. तथा म.स. क्रमशः 7 और 140 हैं। यदि संख्याएं 20 और 45 के बीच व्ही हों, तो उन संख्याओं का योग है—

- (a) 70
- (b) 77
- (c) 63
- (d) 56

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002, 1999

उत्तर—(c)

मन की गणित

149

महत्तम समापवर्तक एवं लघुतम समापवर्त्य



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>



हल : सूत्र विधि

$$\text{दोनों संख्याओं का गुणनफल} = \text{म.स.} \times \text{ल.स.} \\ = 7 \times 140 = 980$$

$$\text{तथा } 980 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$$

तब इन्हीं गुणनखंडों से बनाते हुए 20 और 45 के बीच दो संख्याएं हो सकती हैं—

$$5 \times 7 \text{ तथा } 2 \times 2 \times 7 = 35 \text{ तथा } 28$$

$$\therefore \text{संख्याओं का अभीष्ट योग} = 35 + 28 = 63$$

प्रश्न 13. 100 तथा 200 के बीच आने वाले उन पूर्णांकों, जो 9 तथा 6 दोनों से विभाजित हों, की कुल संख्या होगी—

- | | |
|-------|-------|
| (a) 5 | (b) 6 |
| (c) 7 | (d) 8 |

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

उत्तर—(b)



हल : सामान्य समझ पर

$$9,6 \text{ का ल.स.} = 18$$

अतः इस संख्या से विभाज्य संख्या, जो 100 से 200 के बीच है—
108, 126, 144, 162, 180 तथा 198 होंगी।

$$\therefore \text{कुल संख्या} = 6$$

प्रश्न 14. दो संख्याओं का योगफल 384 है। उनका महत्तम समापवर्तक 48 है। संख्याओं में अंतर है—

- | | |
|---------|---------|
| (a) 100 | (b) 192 |
| (c) 288 | (d) 336 |

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2009

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना संख्याएं $48x$ तथा $48y$ हैं।

$$\text{प्रश्नानुसार } 48x + 48y = 384$$

$$x + y = \frac{384}{48}$$

$$x + y = 8$$

अतः दोनों संख्याओं के संभव युग्म (1,7) (3,5) होंगे।

मन की गणित

$$\text{अतः पहली संख्या} = 48 \times 1 = 48$$

$$\text{दूसरी संख्या} = 48 \times 7 = 336$$

$$\text{अतः अभीष्ट अंतर} = 336 - 48 = 288$$

$$\text{या पहली संख्या } 48 \times 3 = 144$$

$$\text{दूसरी संख्या } 48 \times 5 = 240$$

$$\text{अब अंतर} = 240 - 144 = 96$$

अतः विकल्प के अनुसार अभीष्ट अंतर 288 होगा।



निकर्ष विधि-

निकर्ष 1. मान लीजिए अभीष्ट संख्याएं $48a$ एवं $48b$ हैं। (क्योंकि संख्या अपने म.स. का ही कोई न कोई गुणक होती है)

निकर्ष 2. दोनों संख्याओं का योग 384 है

$$\therefore 48a + 48b = 384$$

$$48(a + b) = 384 \Rightarrow (a + b) = \frac{384}{48}$$

$$(a + b) = 8$$

निकर्ष 3. संभव जोड़ $a + b = 8$ होंगे अर्थात् a, b के संभव जोड़े $(1, 7), (3, 5)$ हो सकते हैं।

निकर्ष 4. संख्या $48a$ एवं $48b$

$$(1, 7) \text{ लेने पर, } 48 \times 1 \text{ एवं } 48 \times 7 \Rightarrow 48 \text{ एवं } 336$$

$$(3, 5) \text{ लेने पर, } 48 \times 3 \text{ एवं } 48 \times 5 \Rightarrow 144 \text{ एवं } 240$$

अतः संभव संख्याओं के दो युग्म $(48, 336)$ एवं $(144, 240)$ प्राप्त होंगे।

निकर्ष 5. युग्मों का अन्तर—

$$\text{प्रथम युग्म का अन्तर} = 336 - 48 = 288$$

$$\text{तथा द्वितीय युग्म का अन्तर} = 240 - 144 = 96$$

विकल्प के अनुसार अभीष्ट अन्तर 288 है। \Rightarrow उत्तर

प्रश्न 15. $6x^2y(x-y)(x^2+xy+y^2)$, $18xy^2(x-y)^2$ और $12x(x-y)^3$ का महत्तम समापवर्तक है—

- | | |
|-----------------------|---------------|
| (a) $6(x-y)$ | (b) $6x(x-y)$ |
| (c) $6x$ | (d) $x(x-y)$ |
| (e) इनमें से कोई नहीं | |

R.R.B. कोलकाता (G.G.) परीक्षा, 2002

उत्तर—(b)





हल : गुणनखंड विधि

$$\begin{aligned}
 & 6x^2y(x-y)(x^2+xy+y^2) \text{ का गुणनखंड} \\
 & = 2 \times 3 \times x \times x \times y(x-y)(x^2+xy+y^2) \\
 & 18xy^2(x-y)^2 \text{ का गुणनखंड} \\
 & = 2 \times 3 \times x \times y \times y(x-y)(x-y) \\
 & 12x(x-y)^3 \text{ का गुणनखंड} \\
 & = 2 \times 3 \times 2 \times x(x-y)(x-y)(x-y)
 \end{aligned}$$

- म.स. = $2 \times 3 \times x(x-y) \Rightarrow 6x(x-y)$
- प्रश्न 16.** तीन अलग-अलग रास्तों के क्रॉसिंग पर ट्रैफिक की बत्ती क्रमशः 48, 72 तथा 108 सेकंड में बदलती हैं, यदि वह 8 : 20 : 00 बजे एक साथ बदलती हैं, तो किस एक साथ बदलेंगी-
- (a) 8 : 27 : 24 (b) 8 : 27 : 12
 (c) 8 : 27 : 36 (d) 8 : 27 : 48 बजे

R.R.B. मुजफ्फरपुर (A.S.M.) परीक्षा, 2003



हल : परंपरागत विधि

48, 72 तथा 108 का ल.स.प.

2	48, 72, 108
2	24, 36, 54
2	12, 18, 27
2	6, 9, 27
3	3, 9, 27
3	1, 3, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

ल.स.प. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 432$ से. या 7 मिनट 12 से.
 अतः अगली बार ट्रैफिक बत्ती बदलेगी = 8 : 20 : 00 + 7 : 12

$$= 8 : 27 : 12$$

- प्रश्न 17.** $(36x^2-49)(6x^2-25x+21)$ बहुपदों का लघुतम समापवर्त्य है-
- (a) $(x-3)$
 (b) $(x-3)^2(6x-7)$

$$(c) (x-3)^2(6x-7)(6x+7)$$

$$(d) (x-3)(6x-7)(6x+7)$$

R.R.B. कोलकाता (T.A.) परीक्षा, 2002

उत्तर-(d)



हल : गुणनखंड विधि

$$\begin{aligned}
 36x^2-49 &= (6x)^2 - (7)^2 \\
 &= (6x+7)(6x-7) \\
 6x^2-25x+21 &= 6x^2-18x-7x+21 \\
 &= 6x(x-3)-7(x-3) \\
 &= (6x-7)(x-3) \\
 \therefore \text{ल.स.} &= (x-3)(6x-7)(6x+7)
 \end{aligned}$$

- प्रश्न 18.** यदि $x^2+px=-q$ तथा $5x^2-3px=15q$ का महत्तम समापवर्तक $(x-3)$ है, तो p तथा q के मान होंगे-
- (a) -5, 6 (b) 5, -6
 (c) -5, -6 (d) 5, 6

R.R.B. जम्मू (A.S.M.) परीक्षा, 2004

R.R.B. चंडीगढ़ (T.C.) परीक्षा, 2002

उत्तर-(a)



हल : परंपरागत विधि

$\because x^2+px=-q$ तथा $5x^2-3px=15q$ का म.स. $(x-3)$ है।
 ∴ दोनों समीकरण $x=3$ से संतुष्ट होंगे।
 ∴ पहले समीकरण से $9+3p=-q$ या $3p+q=-9$... (i)
 दूसरे समीकरण से $45-9p=15q$

$$3p+5q=15 \quad \dots \text{(ii)}$$

दोनों समीकरणों को हल करने पर-

$$p=-5,$$

$$q=6$$

- प्रश्न 19.** तीन संख्याओं का म.स. 12 है। यदि वे 1 : 2 : 3 के अनुपात में हों, तो संख्याएँ हैं-

- (a) 12, 24, 36 (b) 10, 20, 30
 (c) 6, 12, 18 (d) 24, 48, 72

R.R.B. इलाहाबाद (Asst. Driv.) परीक्षा, 2007

R.R.B. इलाहाबाद (T.C.) परीक्षा, 2010

R.R.B. जयपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर-(a)



$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ = 1008$$

माना संख्या x है

$$x - 7 = 1008$$

$$x = 1008 + 7 = 1015$$



प्रश्न 24. दो संख्याओं x तथा y के ल.स. तथा म.स.
क्रमशः 3 तथा 105 हैं। यदि $x+y=36$ हो, तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ का
मान है—

(a) 1

$$(b) \frac{1}{6}$$

$$(c) \frac{12}{315}$$

$$(d) \frac{4}{35}$$

U.P.P.C.S. (Pre) (CSAT) 2012

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

प्रश्नानुसार,

$$x \text{ और } y \text{ का ल.स.} = 3$$

$$\text{तथा, } x \text{ और } y \text{ का म.स.} = 105$$

सूत्र से,

दो संख्याओं का गुणनफल = उनका ल.स. \times म.स.

$$\therefore x \times y = 3 \times 105$$

$$xy = 315 \dots \dots \dots (i)$$

प्रश्नानुसार,

$$x + y = 36 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy}$$

$$= \frac{36}{315} [\text{समी. (i) एवं (ii) से}]$$

$$= \frac{4}{35}$$



प्रश्न 25. कौन-सी लघुतम संख्या 37825 में योग करने
पर, उसे 13 से विभाज्य बना देगी—

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

U.P.P.C.S. (Pre) 2002

उत्तर—(d)

मन की गणित



हल : परंपरागत विधि

13 से लघुतम संख्या 37825 को विभाजित करने पर

$$\begin{array}{r} 2909 \\ 13 \overline{)37825} \\ 26 \\ \hline 118 \\ 117 \\ \hline 125 \\ 117 \\ \hline 8 \end{array}$$

8 शेष बचने का अर्थ है यदि संख्या 5 और बड़ी होती तो वह पूरी
तरह विभाजित हो जाती अतः 37825 में 5 जोड़ने पर, यह 13
से पूर्ण विभाजित संख्या होगी।



प्रश्न 26. एक व्यक्ति को, तीन द्रव पेट्रोल के 403 लीटर,
डीजल के 465 लीटर और मोबिल आयल के 496 लीटर
को बिना एक दूसरे के मिलाए पूर्णतः, समान माप की
बोतलों में ऐसे डालना है कि प्रत्येक बोतल पूरी भरी
जाए। ऐसी बोतलों की कम से कम कितनी संख्या की
आवश्यकता होगी?

(a) 34

(b) 44

(c) 46

(d) उपर्युक्त में से कोई भी नहीं

I.A.S. (Pre) 2007

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

तीनों द्रवों का म.स.

$$\begin{array}{r} 465 \\ 31) 465 (15 \\ \hline 145 \\ 145 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$31) 403 (13$$

$$\begin{array}{r} 303 \\ \hline 10 \end{array}$$

तीनों संख्याओं के म.स. के बराबर की माप वाली बोतलें होंगी
जो कि 31 लीटर हैं।

पेट्रोल के लिए आवश्यक बोतल $403 \div 31 = 13$

डीजल के लिए आवश्यक बोतल $465 \div 31 = 15$

मोबिल के लिए आवश्यक बोतल $496 \div 31 = 16$

कुल बोतलों की संख्या = 44



8795728611



<https://www.facebook.com/sarkarionlinejob/>