

## औसत (Average)



पहले के अध्याय की भाँति इस अध्याय में भी हमारा प्रयास यह होगा कि परंपरागत जानकारियों के साथ-साथ इस अध्याय पर आधारित पूछे गये प्रश्नों को विशेष महत्व प्रदान किया जाए। औसत से संबंधित प्रश्नों को अंकगणित के सरल अध्यायों में से एक माना जाता है। यही कारण है कि इस अध्याय पर आधारित सामान्य जानकारी प्रदान करने के बाद हम कुछ विशेष जानकारी प्रदान करेंगे। विशेष जानकारी के तहत 2 बातों पर चर्चा करेंगे-

1. परीक्षा संस्थाओं द्वारा परिवर्तित की जा रही परीक्षा प्रवृत्ति की जानकारी रखना।
2. प्रश्नों को हल करने की ऐसी विधियों का ज्ञान, जिससे परीक्षा भवन में प्रश्नों को समय-सीमा के तहत हल किया जा सके।

### ☞ सर्वप्रथम सामान्य जानकारी-

#### औसत क्या है?

दी हुई समान राशियों का औसत, उन राशियों के योगफल को उनकी संख्या से भाग देने पर प्राप्त होता है।

अर्थात्

$$\text{औसत} = \frac{\text{समान प्रकार की राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$$

1. औसत का अर्थ है सभी छोटी-बड़ी राशियों को बराबर करना।
2. यही कार्य सभी प्रकार के प्रश्नों के लिए करने की आवश्यकता होती है।

#### □ बराबर करने का क्या अर्थ है?

1. यदि 40 और 60 का औसत ज्ञात करना हो।

इनमें एक छोटी राशि (40) है और एक बड़ी राशि (60) है।

छोटी एवं बड़ी अर्थात् 40 एवं 60 को बराबर करने के लिए गणितीय नियमों का प्रयोग इस प्रकार कर सकते हैं-

$$\frac{40+60}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

2. दोनों राशियों को 'मन की गणित' माध्यम से केवल विचारण द्वारा हल कर सकते हैं।

#### कैसे?

60 यानी बड़ी संख्या से 10 लेकर छोटी संख्या यानी 40 को 10 प्रदान कर दें, तो दोनों संख्याएं 50-50 हो जाएंगी अर्थात् बराबर हो जाएंगी। बराबर हो जाने का अर्थ है कि यही 50 इन दोनों संख्याओं का औसत है।

राशियों को बराबर करने की क्रिया को एक थोड़े बड़े उदाहरण के माध्यम से इस प्रकार समझ सकते हैं-

#### ☞ एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

 प्रश्न : रीना, राम और श्याम तीन दोस्तों के पास क्रमशः 60, 70 व 95 रु. हैं। उनके पास औसत धनराशि क्या है?



हल : औसत धन राशि ज्ञात करने का अर्थ है

इन तीनों राशियों को बराबर करना। बराबर करने के लिए एक परंपरागत तरीका इस प्रकार है-

$$\text{औसत} = \frac{60+70+95}{3} = \frac{225}{3} = 75 \text{ रु.}$$

दूसरा तरीका यह है श्याम अपने बड़े हुए रुपयों को इस प्रकार बांटे कि सभी दोस्तों के पास बराबर धन राशि हो जाए।

### ऐसा कैसे करेंगे?

एक तरीका यह है कि श्याम, राम को 5 रु. दे दे और रीना को 15 रु. दे दे तो सभी के पास 75 रु.-75 रु. हो जाएंगे। यही राशि को बराबर करना है। इसीलिए यही औसत है।

एक दूसरा सरल तरीका यह है कि सबसे न्यूनतम राशि वाले यानी रीना की राशि 60 रुपये से ज्यादा जो भी रुपया अन्य दोस्तों के पास है। उसे अलग कर लिया जाय और उस अलग किए गए रुपये को तीनों दोस्तों में बराबर से बांट दिया जाए।

रीना	→	60 रु.
राम	→	60 रु. 10 रु.
श्याम	→	60 रु. 35 रु.

राम के पास से 10 रुपये अलग होंगे और श्याम के पास से 35 रुपये अलग होंगे। इन अलग हुई राशियों यानी  $10+35 = 45$  रुपये को सभी तीनों दोस्तों में बराबर से बांट दिया जाए तो प्रत्येक के पास  $60 + \frac{45}{3} = 75$  रुपये हो जाएगा। यही अभीष्ट औसत होगा।

### इस प्रकार देखें-

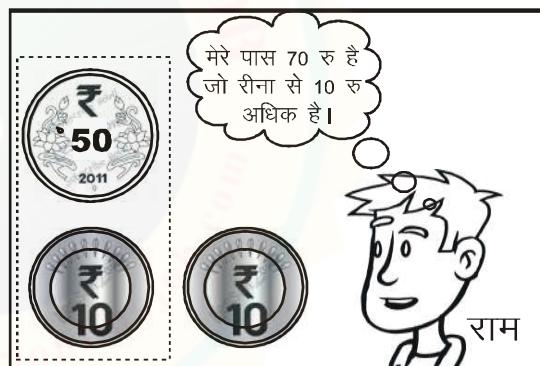
यदि राम से 10 रु. और श्याम से 35 रु. लेकर अलग कर लिया जाए तो प्रत्येक के पास 60-60 रु. हो जाएंगे। अलग किए गए 45 रु. ( $35 + 10$ ) को पुनः सभी में बराबर से बांट दिया जाए तो प्रत्येक को 15-15 रु. मिलेंगे और प्रत्येक के पास कुल 75-75 रु. ( $60+15$ ) हो जाएंगे।

चूंकि इस प्रक्रिया में सभी के पास राशियां बराबर हो गई। अतः यही 75 रु. तीनों का अभीष्ट औसत है।

### बराबर करने की यह प्रक्रिया क्यों उपयोगी है?

परंपरागत विधि में बड़ी राशियों का जोड़ एवं भाग किया जाता है। जैसे उपर्युक्त प्रश्न में 60, 70 एवं 95 का जोड़ एवं भाग बराबर करने की प्रक्रिया में छोटी राशियों जैसे उपर्युक्त प्रश्न में 10 एवं 35 को जोड़कर तीनों दोस्तों में बराबर बांट दिया जाए। छोटी राशियों के जोड़ एवं भाग

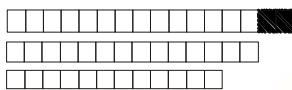
करने पर समय तो कम लगता ही है साथ ही त्रुटि की संभाव्यता भी नहीं रहती है। इसीलिए औसत के प्रश्नों को हल करने में बराबर करने की प्रक्रिया सहायक एवं उपयोगी है जो कि कुछ प्रश्नों को हल कुछ प्रश्नों को मानसिक स्तर पर ही चुटकियों में हल किया जाना संभव है।



जैसे- 12, 14 व 16 तीन छोटी-बड़ी राशियां हैं। तीनों राशियों को

एक समान करने के लिए 16 जो सबसे बड़ी राशि है, में से 2 निकालकर सबसे छोटी राशि 12 में मिलानी होगी।

इस प्रकार एक समान करने पर होंगी 14, 14, 14। अतः 14 इन तीनों राशियों का औसत होगी। औसत के प्रश्न को हल करते समय इस बात का अवश्य ही ध्यान रखना चाहिए।



14 □□□□□□□□□□  
14 □□□□□□□□□□  
14 □□□□□□□□□□

2

यदि साधारण शब्दों में कहें तो छोटी-बड़ी अनेक राशियों को परस्पर वितरण द्वारा एक समान करने पर जो राशि प्राप्त होती है, वही राशि औसत कहलाती है।

जैसे- यदि किसी व्यक्ति की जनवरी, फरवरी, मार्च एवं अप्रैल में आय क्रमशः 200 रु., 180 रु., 220 रु. तथा 240 रु. हो तो उस व्यक्ति की प्रतिमाह औसत आय होगी-

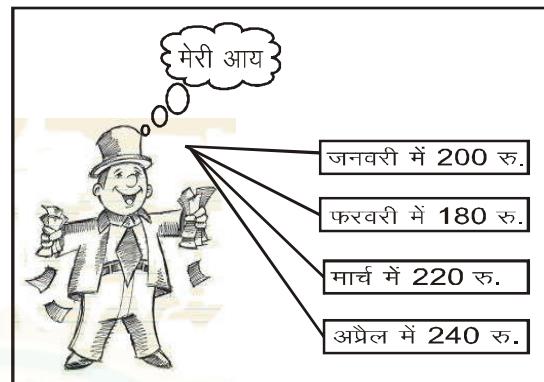
$$= \frac{200+180+220+240}{4} = 210 \text{ रु.}$$

यदि इस प्रश्न पर इस तरह से विचार किया जाय कि 200 रु. में से 20 रु., 180 रु. में समिलित कर लिया जाए तो प्रथम तीनों संख्या 200, 200 व 200 हो जाएगी अब चौथी संख्या 240 में से 40 ले लिया जाय तो सभी संख्याओं का औसत 200 होगा तथा शेष 40 को चारों में बराबर-बराबर बांट देंगे अर्थात्

$$\begin{aligned} 200, 180, 200 \text{ तथा } 240 \text{ का औसत} &= 200 + \frac{40}{4} \\ &= 200 + 10 = 210 \text{ रु.} \end{aligned}$$

⇒ उत्तर

इस तरह से समझें :



180 सभी संख्याओं में समिलित है। 180 से अधिक सभी संख्याओं अर्थात् 20 (200-180), 40 (220-180) तथा 60 (240-180) का योग करके 4 से भाग दें तथा प्राप्त फल को 180 में जोड़कर अभीष्ट औसत ज्ञात कर लें।

अतः अभीष्ट औसत

$$\begin{aligned} &= 180 + \frac{20+40+60}{4} = 180 + \frac{120}{4} \\ &= 180 + 30 = 210 \text{ हेतु} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

**नोट :** यानी प्रश्न को देखते ही कुछ राशियों को परस्पर वितरण द्वारा मानसिक स्तर पर एक समान करके औसत आसानी से एवं सटीक ज्ञात किया जा सकता है।

एक और प्रश्न देखें :

**प्रश्न :** एक रिक्षा चालक की चार दिनों की आय क्रमशः 20 रु., 18 रु., 22 रु. तथा 20 रु. है। चार दिनों की औसत आय ज्ञात कीजिए तथा पांचवें दिन वह कितना आय अर्जित करे कि उसकी औसत आय में 5 रु. की वृद्धि हो जाए?



**हल :** परंपरागत विधि

माना चारों दिनों का औसत =  $x$  है

$$x = \frac{20+18+22+20}{4} = \frac{80}{4} = 20 \text{ रु.}$$

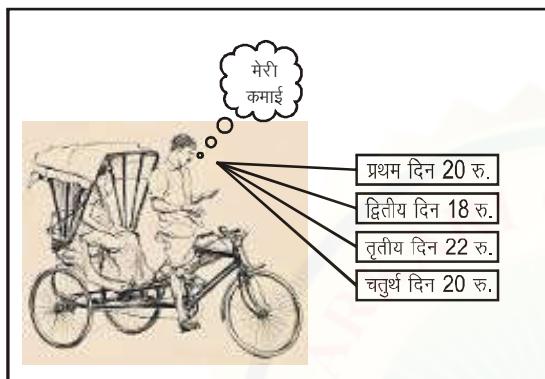
अतः चार दिनों का औसत = 20 रु. है।

पांचवें दिन की आय से औसत में 5 रु. की वृद्धि है।

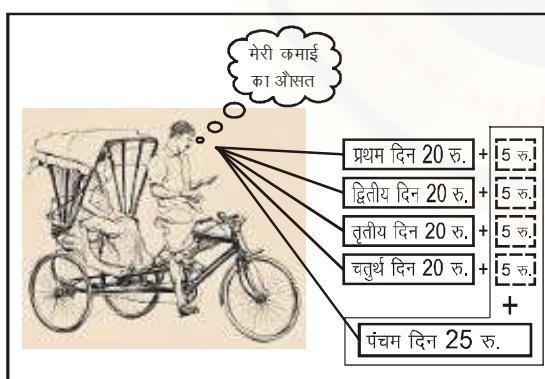
$$\begin{aligned} \text{पांचवें दिन की आय} &= 20 + (20 + 5) \\ &= 20 + 25 = 45 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



सामान्य समझ पर



$$\begin{aligned} \text{चार दिनों की औसत आय} &= \frac{20+18+22+20}{4} \\ &= \frac{80}{4} \Rightarrow 20 \text{ रु.} \end{aligned}$$



स्पष्ट है कि पांचवें दिन चालक 25 रु. की आय तो करता ही है साथ ही साथ पूर्व के चारों दिनों की औसत आय में 5 रु. की वृद्धि। अतः पांचवें दिन की आय = 25 रु. + 20 रु. = 45 रु. होगी।

☞ एक परिवर्तित प्रश्न देखें :

**प्रश्न :** राम की तीन महीने की औसत आय 2400 रु. है। यदि वह चौथे महीने 3,000 रु. आय करता है तो उसके प्रथम तीन माह की औसत आय में कितने रुपये की वृद्धि हुई?



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{राम के तीन महीने की औसत आय} &= 2400 \text{ रु. है} \\ \text{तो राम के तीन महीनों की कुल आय} &= 2400 \times 3 \\ &= 7200 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{चौथे महीने की आय} &= 3000 \text{ रु.} \\ \text{चारों महीनों की कुल आय} &= 7200 + 3000 \\ &= 10200 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{चार महीनों की औसत आय} &= \frac{10200}{4} = 2550 \text{ रु.} \\ \text{अतः औसत आय में वृद्धि} &= 2550 - 2400 = 150 \text{ रु.} \end{aligned}$$

⇒ उत्तर



सामान्य समझ पर

पुराना औसत

 राम	<table border="0"> <tr> <td>प्रथम माह की आय = 2400</td> </tr> <tr> <td>द्वितीय माह की आय = 2400</td> </tr> <tr> <td>तृतीय माह की आय = 2400</td> </tr> <tr> <td>चतुर्थ माह की आय = 2400 + 600</td> </tr> </table>	प्रथम माह की आय = 2400	द्वितीय माह की आय = 2400	तृतीय माह की आय = 2400	चतुर्थ माह की आय = 2400 + 600
प्रथम माह की आय = 2400					
द्वितीय माह की आय = 2400					
तृतीय माह की आय = 2400					
चतुर्थ माह की आय = 2400 + 600					

नया औसत

 राम	<table border="0"> <tr> <td>प्रथम माह की आय = 2400 + 150</td> </tr> <tr> <td>द्वितीय माह की आय = 2400 + 150</td> </tr> <tr> <td>तृतीय माह की आय = 2400 + 150</td> </tr> <tr> <td>चतुर्थ माह की आय = 2400 + 150</td> </tr> </table>	प्रथम माह की आय = 2400 + 150	द्वितीय माह की आय = 2400 + 150	तृतीय माह की आय = 2400 + 150	चतुर्थ माह की आय = 2400 + 150
प्रथम माह की आय = 2400 + 150					
द्वितीय माह की आय = 2400 + 150					
तृतीय माह की आय = 2400 + 150					
चतुर्थ माह की आय = 2400 + 150					

तीन महीनों का औसत = 2400 रु. है।

चौथे महीने में राम 3000 रु. आय करता है जो औसत आय से 600 रु. ( $3000 - 2400$ ) रु. अधिक है। अब 600 रुपये को चारों महीनों में बराबर से बांट देंगे अर्थात्

$$\frac{600}{4} = 150 \text{ रु. यहीं औसत आय में अभीष्ट वृद्धि है।}$$

**नोट :** यदि प्रश्न में पूछा जाय कि चारों महीनों की औसत आय कितनी है? तो पूर्व की औसत में 150 रु. जोड़ दिया जाएगा अर्थात् चारों महीनों की औसत आय =  $2400 + 150 = 2550$  रु. होगी।

अईए देखें औसत पर आधारित एक साधारण प्रश्न  
 प्रश्न : संख्या 1844, 1848, 1850, 1849 एवं 1859 का औसत क्या है?

 **हल : सूत्र विधि**

औसत ज्ञात करने के लिए सभी समान राशियों को जोड़कर उनकी संख्या से भाग देना होता है।

$$\text{अतः औसत} = \frac{1844 + 1848 + 1850 + 1849 + 1859}{5}$$

$$= \frac{9250}{5} \Rightarrow 1850 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 **सामान्य समझ पर**

इस प्रश्न को सामान्य समझ के आधार पर थोड़ा कम समय में भी हल कर सकते हैं। आप जानते हैं कि औसत का अर्थ है छोटी, बड़ी संख्याओं को कम या अधिक करके एक समान रूप में लाना। यदि आप प्रश्न में दी गई संख्याओं को देखें तो स्पष्ट हो जाएगा कि 1840 सभी संख्याओं में सम्मिलित है या 1840 ऐसी संख्या है जो सभी में व्याप्त है।

अब दूसरे चरण में 1840 से अधिक सभी संख्याओं का योग करके 5 से भाग दें तथा प्राप्त फल को 1840 में जोड़कर अभीष्ट 'औसत' ज्ञात कर लें।

देखें :

$$1844 - 1840 = 4$$

$$1848 - 1840 = 8$$

$$1850 - 1840 = 10$$

$$1849 - 1840 = 9$$

$$1859 - 1840 = 19$$

$$\text{योग} = \underline{\underline{50}}$$

$$\text{औसत} = 1840 + \frac{50}{5} = 1840 + 10 \Rightarrow 1850$$

⇨ इन्हीं संख्याओं में से एक हट जाने पर या एक कम हो जाने पर या परिवर्तित हो जाने पर औसत में परिवर्तन से संबंधित प्रश्न प्रायः पूछे जाते हैं। आईए क्रमशः ऐसे प्रश्नों की विवेचना करें।

 **प्रश्न 1.** 30 व्यक्तियों की औसत आयु 35 वर्ष है। उनमें से एक व्यक्ति को हटाकर दूसरे व्यक्ति को शामिल कर लेने पर औसत आयु में कोई अंतर नहीं पड़ता है। नए व्यक्ति की उम्र क्या होगी। यदि हटने वाले व्यक्ति की आयु 35 वर्ष हो।

 **हल : परंपरागत विधि**

30 व्यक्तियों की औसत आयु = 35 वर्ष है।

माना नए व्यक्ति की आयु =  $x$  वर्ष

हटने वाले व्यक्ति की आयु = 35 वर्ष

चूंकि नए व्यक्ति को शामिल कर लेने पर औसत आयु में कोई अंतर नहीं पड़ता है।

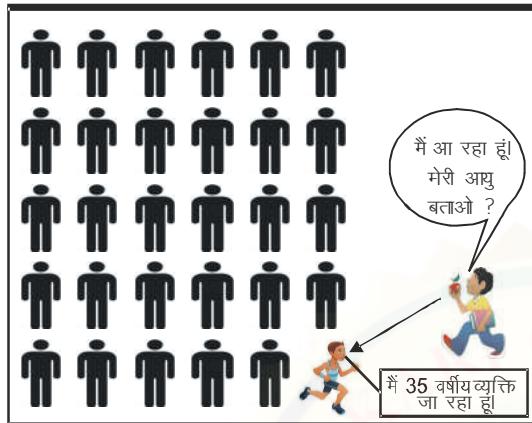
इसलिए नए व्यक्ति की आयु = हटने वाले व्यक्ति की आयु होगी।

अर्थात्  $x = 35$  वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर

अतः नए व्यक्ति की आयु भी 35 वर्ष होगी।



सामान्य समझ पर



यदि औसत आयु में कोई अंतर नहीं पड़ता है तो इसका अर्थ है कि औसत आयु का ही व्यक्ति हटाकर उसी आयु का व्यक्ति समिलित किया गया है, अन्यथा औसत पर ~~30 + 1 = 31~~ ~~30 + 1 = 31~~ ~~30 + 1 = 31~~ ~~30 + 1 = 31~~ 35 वर्ष ही है।

**नोट :** यदि प्रश्न में हटने वाले व्यक्ति की आयु नहीं दी गयी हो तो नए व्यक्ति की उम्र को ज्ञात नहीं किया जा सकता क्योंकि औसत आयु में अंतर नहीं है अर्थात् हटने वाला व्यक्ति जितनी आयु का होगा उतनी ही आयु का नया व्यक्ति होगा।



**प्रश्न 2.** व्यक्तियों के एक समूह में 30 सदस्य हैं, जिनकी औसत आयु 30 वर्ष है। उनमें 61 वर्ष की आयु के एक सदस्य को और समिलित कर दिया जाए तो नया औसत क्या होगा?



**हल :** परंपरागत विधि

$$30 \text{ व्यक्तियों की कुल आयु} = 30 \times 30 = 900 \text{ वर्ष}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ नए व्यक्ति की आयु के साथ कुल आयु} &= 900 + 61 \\ &= 961 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

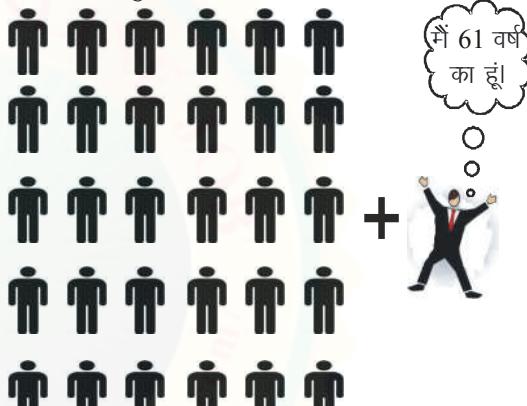
$$\text{नया औसत} = \frac{961}{31} = 31 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

नए व्यक्ति की औसत से जितनी ज्यादा आयु है। वह आयु सभी 31 सदस्यों में विभाजित कर बांट देने से नया औसत प्राप्त हो जाएगा। नए व्यक्ति की आयु औसत से  $61 - 30 = 31$  वर्ष ज्यादा है। यह 31 वर्ष सभी 31 सदस्यों में बराबर बांटने पर 1 वर्ष औसत आयु बढ़ जाएगी अर्थात् नया औसत  $30 + 1 = 31$  वर्ष होगा।

चित्रात्मक प्रस्तुति



औसत आयु से  $61 - 30 = 31$  वर्ष ज्यादा नया व्यक्ति है। यह 31 वर्ष सभी 31 सदस्यों में बराबर बांटने पर औसत आयु 30 से बढ़कर 31 हो जाएगी।

**इसी प्रकार का विपरीत प्रश्न भी हो सकता है-देखें**

**प्रश्न :** 30 सदस्यों की औसत आयु 30 वर्ष है। 24 वर्ष 10 माह के नए व्यक्ति को शामिल करने से नया औसत क्या होगा?



**हल :** परंपरागत विधि

$$30 \text{ सदस्यों की औसत आयु} = 30 \text{ वर्ष}$$

$$30 \text{ सदस्यों की कुल आयु} = 30 \times 30 = 900 \text{ वर्ष}$$

$$\begin{aligned} 24 \text{ वर्ष 10 माह के नए व्यक्ति को शामिल करने पर} \\ \text{व्यक्तियों की संख्या} = 31 \end{aligned}$$

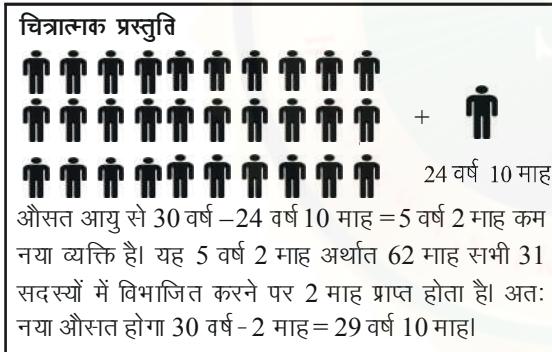
$$\begin{aligned}
 31 \text{ व्यक्तियों की कुल आयु} &= 900 + 24 \text{ वर्ष } 10 \text{ माह} \\
 &= 924 \text{ वर्ष } 10 \text{ माह} \\
 (\because 1 \text{ वर्ष} &= 12 \text{ माह}) \\
 &= 924 \times 12 + 10 = 11098 \text{ मह}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 31 \text{ व्यक्तियों की औसत आयु} &= \frac{11098}{31} = 358 \text{ माह} \\
 &= \frac{358}{12} \text{ वर्ष} = 29 \text{ वर्ष } 10 \text{ माह} \Rightarrow \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$



### सामान्य समझ पर

नए व्यक्ति की आयु औसत आयु से 5 वर्ष 2 माह कम है। इस कम आयु को सभी 31 सदस्यों में बराबर बांट कर नया औसत ज्ञात किया जा सकता है। 5 वर्ष 2 माह का अर्थ है = 62 माह (1 वर्ष = 12 माह)। 62 माह को सभी 31 सदस्यों में विभाजित करने पर 2 माह प्राप्त होता है। अतः नया औसत होगा 30 वर्ष - 2 माह = 29 वर्ष 10 माह होगा।



☞ इसी पर आधारित दूसरा प्रश्न देखें-



प्रश्न : व्यक्तियों के एक समूह में 30 सदस्य हैं। उनमें से 35 वर्ष की आयु के एक सदस्य को हटाकर एक नए सदस्य को लाने से समूह की औसत आयु में 2 माह की वृद्धि हो जाती है। नए सदस्य की आयु क्या है?



हल : परंपरागत विधि

माना 30 सदस्यों की औसत आयु =  $x$  वर्ष है

तो 30 सदस्यों की कुल आयु =  $30x$  वर्ष होगी।

30 सदस्यों में एक 35 वर्ष का व्यक्ति चला गया

∴ 29 सदस्यों की कुल आयु =  $(30x - 35)$  वर्ष होगा

एक नया व्यक्ति आ जाने से औसत आयु 2 माह बढ़ जाती है।

अर्थात् 30 सदस्यों की कुल आयु =  $30(x + 2)$  माह

(नए व्यक्ति सहित)

=  $30x + 60$  माह

=  $30x + 5$  वर्ष =  $(30x + 5)$  वर्ष होगा।

नए व्यक्ति की आयु = 30 सदस्यों की कुल आयु - 29

सदस्यों की आयु (एक व्यक्ति के जाने पर)

∴ नए व्यक्ति की आयु =  $(30x + 5 - 30x + 35)$  वर्ष

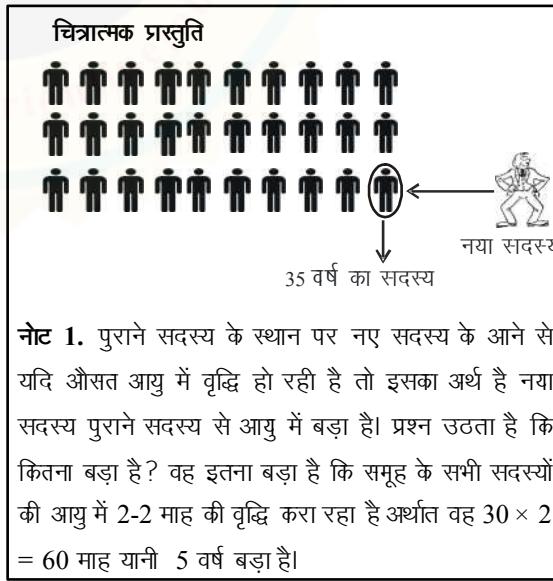
=  $(30x + 5 - 30x + 35)$  वर्ष

= 40 वर्ष ⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि नया सदस्य 30 सदस्यों की औसत आयु में 2 माह की वृद्धि करता है अर्थात् कुल 60 माह या 5 वर्ष की वृद्धि करता है। अतः वह पुराने सदस्य से 5 वर्ष बड़ा होगा अर्थात् नए सदस्य की आयु =  $35 + 5 \Rightarrow 40$  वर्ष।



**नोट 2.** उपर्युक्त प्रश्न में यदि नए सदस्य के आने से औसत आयु 2 माह की कमी होती तो नए सदस्य की आयु  $35 - 5 = 30$  वर्ष होगी।

उच्चरण एक और प्रश्न देखें-



प्रश्न : 30 व्यक्तियों के समूह की औसत आयु 35 वर्ष है।

समूह में एक नए व्यक्ति के आने से इसकी औसत आयु  $35.5$  वर्ष हो जाती है तो नए व्यक्ति की आयु कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

$$30 \text{ व्यक्तियों की कुल आयु} = 30 \times 35 = 1050 \text{ वर्ष}$$

$$\text{नए व्यक्ति आने पर } 31 \text{ व्यक्तियों की औसत आयु} = 31 \times 35.5 = 1100.5 \text{ वर्ष}$$

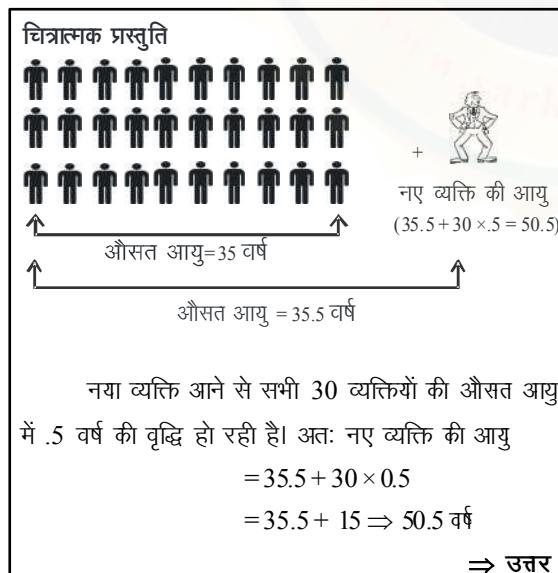
$$\text{नये व्यक्ति की आयु} = 1100.5 - 1050 = 50.5 \text{ वर्ष}$$

⇒ उत्तर



सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि नया व्यक्ति 35.5 वर्ष का तो है ही, वह शेष व्यक्तियों की औसत आयु में भी 0.5 वर्ष की वृद्धि करता है। अतः नए व्यक्ति की आयु  $= 35.5 + 30 \times 0.5 = 35.5 + 15 \Rightarrow 50.5$  वर्ष होगी।



**प्रश्न 1.** एक कक्षा के 40 छात्रों की औसत आयु 15 वर्ष है।

यदि 10 छात्र और आ जाते हैं तो औसत बढ़कर 15.2 वर्ष हो जाता है।

(i) नए छात्रों की कुल आयु कितनी है?

(ii) नए छात्रों की औसत आयु कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

40 छात्रों की औसत आयु = 15 वर्ष

40 छात्रों की कुल आयु =  $40 \times 15 = 600$  वर्ष

यदि 10 छात्र और आ जाए तो औसत बढ़कर 15.2 वर्ष हो जाता है।

अर्थात् 50 छात्रों की औसत आयु = 15.2 वर्ष तो 50 छात्रों की कुल आयु =  $50 \times 15.2 = 760$  वर्ष

10 नए छात्रों की कुल आयु =  $760 - 600 = 160$  वर्ष

$$10 \text{ नए छात्रों की औसत आयु} = \frac{160}{10} = 16 \text{ वर्ष}$$

⇒ उत्तर



सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि 10 नए छात्र 15.2 वर्ष का औसत तो रखते ही हैं, 40 अन्य छात्रों का भी औसत 0.2 वर्ष की दर से बढ़ते हैं अर्थात् नए छात्रों की कुल आयु  $= 15.2 \times 10 + 40 \times 0.2 = 152 + 8 \Rightarrow 160$  वर्ष होगी।

$$(ii) \text{ नए छात्रों की औसत आयु} = \frac{160}{10} = 16 \text{ वर्ष}$$

⇒ उत्तर



**प्रश्न 2.** एक 8 सदस्यीय समिति की औसत आयु 2 वर्ष

तब बढ़ जाती है, जब इसमें 35 वर्ष एवं 45 वर्ष के 2 व्यक्तियों को हटाकर 2 महिलाओं को शामिल किया जाता है। इन महिलाओं की औसत आयु बताइए?



हल : परंपरागत विधि

माना 8 सदस्यों की औसत आयु =  $x$  वर्ष है

तो 8 सदस्यों की कुल आयु =  $8x$  वर्ष

$$35 \text{ वर्ष एवं } 45 \text{ वर्ष के दो सदस्य चले गए अर्थात् अब } 6 \\ \text{सदस्यों की कुल आयु} = 8x - (35 + 45) \\ = (8x - 80) \text{ वर्ष}$$

2 महिलाओं को शामिल करने पर औसत आयु में 2 वर्ष की वृद्धि है।

$$\text{अब } 8 \text{ सदस्यों (2 महिलाओं सहित) की औसत आयु} = \\ (x+2) \text{ वर्ष}$$

$$8 \text{ सदस्यों की कुल आयु} = 8(x+2) \text{ वर्ष} \\ = (8x+16) \text{ वर्ष}$$

$$2 \text{ महिलाओं की कुल आयु} = (8x+16) - (8x-80) \\ = (8x+16 - 8x+80) \text{ वर्ष} \\ = 96 \text{ वर्ष}$$

$$\text{अतः } 2 \text{ महिलाओं की औसत आयु} = \frac{96}{2} = 48 \text{ वर्ष} \\ \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

$$\text{स्पष्ट है कि इनकी आयु में } 35 \text{ एवं } 45 \text{ वर्ष शामिल हैं तथा } 8 \text{ व्यक्तियों की औसत आयु में 2 वर्ष जो वृद्धि हो रही है वह भी शामिल है अर्थात् इनकी कुल आयु} = 35 + 45 + 16 \\ = 96 \text{ वर्ष}$$

$$\text{अतः इन महिलाओं की औसत आयु} = \frac{96}{2} = 48 \text{ वर्ष} \\ \text{होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

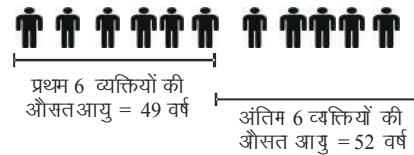


प्रश्न 3. 11 व्यक्तियों की औसत आयु 50 वर्ष है। यदि प्रथम 6 व्यक्तियों की औसत आयु 49 वर्ष तथा अंतिम 6 व्यक्तियों की औसत आयु 52 वर्ष हो तो, छठे व्यक्ति की आयु क्या है?



हल : प्रश्न देखने से स्पष्ट है कि छठे व्यक्ति की आयु

दो बार सम्मिलित है।



$$11 \text{ व्यक्तियों की औसत आयु} = 50 \text{ वर्ष।}$$

स्पष्ट है कि छठे व्यक्ति की आयु दो बार सम्मिलित है।

परंपरागत विधि से हल देखें-

$$6 \text{ वें व्यक्ति की आयु} = 6 \times 49 + 6 \times 52 - 11 \times 50 \\ = 294 + 312 - 550 \\ = 606 - 550 \Rightarrow 56 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

प्रथम 6 का औसत 49 है तथा अंतिम 6 का औसत 52 है। इसका अर्थ है कि 12 व्यक्तियों का औसत

$$= \frac{49+52}{2} = 50.5 \text{ वर्ष है।}$$

11 व्यक्तियों की औसत आयु = 50 वर्ष है। परंतु जब इन 11 व्यक्तियों में छठे व्यक्ति एक बार पुनः शामिल होता है तो औसत बढ़कर 50.5 वर्ष हो जाता है अर्थात् छठे व्यक्ति 50.5 वर्ष का तो है ही अन्य 11 व्यक्तियों के औसत में भी .5 वर्ष की वृद्धि कराता है अर्थात् छठे व्यक्ति की आयु है =  $50.5 + 11 \times 0.5 = 50.5 + 5.5 \Rightarrow 56 \text{ वर्ष।} \Rightarrow \text{उत्तर}$

एक परिवर्तित प्रश्न देखें

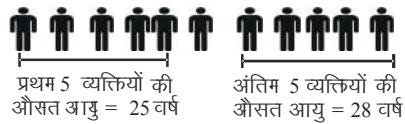


प्रश्न : 11 व्यक्तियों की औसत आयु 30 वर्ष है। इनमें से प्रथम 5 की औसत आयु 25 वर्ष तथा अंतिम 5 की औसत आयु 28 वर्ष है। छठे व्यक्ति की आयु ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

$$\text{छठे व्यक्ति की आयु} = 11 \times 30 - (5 \times 25 + 5 \times 28) \\ = 330 - (125 + 140) \\ = 330 - 265 = 65 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रथम 5 व्यक्तियों की औसत आयु 25 वर्ष है तथा अंतिम 5 व्यक्तियों की औसत आयु 28 वर्ष है, का अर्थ है कुल 10 व्यक्तियों की आयु का औसत आयु

$$= \frac{25+28}{2} = 26.5 \text{ वर्ष है।}$$

11 अर्थात् छठें व्यक्ति के आने से औसत 30 हो जाता है अर्थात् वह स्वयं तो 30 वर्ष का है ही, अन्य 10 व्यक्तियों की आयु में भी 3.5 वर्ष (30-26.5) की वृद्धि कराता है अर्थात् इस छठें व्यक्ति की आयु =  $30 + 10 \times 3.5 = 30 + 35 \Rightarrow 65$  वर्ष होगी।

#### □ संख्याओं के औसत पर आधारित नियम

→ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का औसत =  $\frac{n+1}{2}$

→ प्रथम n प्राकृतिक सम संख्याओं का औसत =  $n + 1$

→ प्रथम n प्राकृतिक विषम संख्याओं का औसत =  $n$

→ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का औसत

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

→ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत =  $\frac{(n+1)^2}{4}$

☞ कुछ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न 1. प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?



हल : सूत्र विधि-

$$n = 10, \text{औसत} = \frac{10+1}{2} = 5.5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 2. प्रथम 6 सम संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?



हल : सूत्र विधि-  $n = 6, \text{औसत} = 6 + 1 = 7 \Rightarrow \text{उत्तर}$



प्रश्न 3. प्रथम 8 विषम संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?



हल : सूत्र विधि-  $n = 8$  इसलिए औसत =  $8 \Rightarrow \text{उत्तर}$



प्रश्न 4. प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का औसत ज्ञात कीजिए?



हल : सूत्र विधि-

$$n = 10 \therefore \text{औसत} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{(10+1)(20+1)}{6} = \frac{231}{6} = 38.5$$

⇒ उत्तर



प्रश्न 5. प्रथम 5 प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत ज्ञात कीजिए?



हल : सूत्र विधि-

$$n = 5, \text{औसत} = \frac{5(5+1)^2}{4} \Rightarrow \frac{5 \times 6^2}{4} = 45 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

#### □ अंकों एवं संख्याओं के आधार पर औसत के प्रश्न-देखें



प्रश्न 1. 240 छात्रों द्वारा अंकों का औसत 35 है।

यदि उत्तीर्ण छात्रों का औसत 39 तथा अनुत्तीर्ण छात्रों का औसत 15 है तो उत्तीर्ण एवं अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या अलग-अलग ज्ञात कीजिए।



### हल : परंपरागत विधि

माना उत्तीर्ण छात्र =  $x$  हैं तो अनुत्तीर्ण छात्र =  $(240-x)$   
 240 छात्रों का कुल प्राप्त अंक =  $240 \times 35$   
 $= 4800$

उत्तीर्ण छात्रों का कुल अंक =  $x \times 39 = 39x$   
 अनुत्तीर्ण छात्रों का कुल अंक =  $15 \times (240-x)$   
 $= 3600 - 15x$

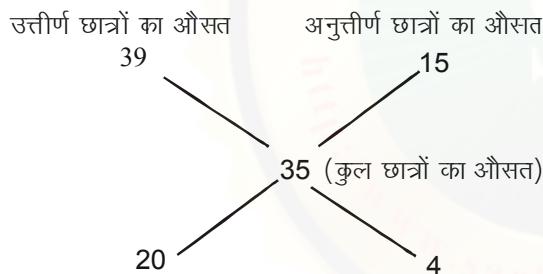
अब

$$39x + 3600 - 15x = 8400 \\ 24x = 8400 - 3600 \\ x = \frac{4800}{24} \Rightarrow 200 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः उत्तीर्ण छात्रों की संख्या = 200 है।  
 $\therefore$  अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या =  $240 - 200 \Rightarrow 40$



### मिश्रण विधि



उत्तीर्ण छात्रों की संख्या : अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या  
 $= 20 : 4 = 5 : 1$   
 अनुपाती योग =  $5 + 1 = 6$

अतः उत्तीर्ण छात्रों की संख्या =  $240 \times \frac{5}{6} = 200$   
 $\therefore$  अनुत्तीर्ण छात्र =  $240 - 200 \Rightarrow 40$

$\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 2.** किसी कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का औसत 68 है। कक्षा में लड़कियों के प्राप्तांकों का औसत 80 तथा लड़कों के प्राप्तांकों का औसत 60 है। कक्षा में लड़कों एवं लड़कियों की संख्या कितनी है?



### हल : परंपरागत विधि

माना लड़कों की संख्या =  $x$  है  
 तो लड़कियों की संख्या =  $(100 - x)$  होगी।  
 100 छात्रों का कुल प्राप्तांक =  $68 \times 100 = 6800$   
 लड़कों का कुल प्राप्तांक =  $x \times 60 = 60x$   
 तथा लड़कियों का कुल प्राप्तांक =  $(100-x) \times 80$   
 $= 8000 - 80x$

अब  $60x + 8000 - 80x = 6800$

$$60x - 80x = 6800 - 8000$$

$$-20x = -1200$$

$$x = \frac{1200}{20} = 60$$

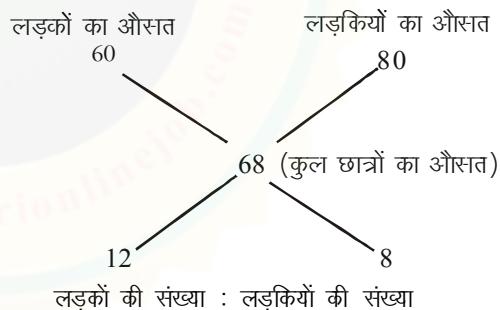
अतः लड़कों की संख्या = 60 है

तो लड़कियों की संख्या =  $100 - 60 = 40$  होगी।

$\Rightarrow$  उत्तर



### मिश्रण विधि



लड़कों की संख्या : लड़कियों की संख्या  
 $= 12 : 8$

$$= 3 : 2$$

$$\text{आनुपातिक योग} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{लड़कों की संख्या} = 100 \times \frac{3}{5} = 60$$

$$\text{लड़कियों की संख्या} = 100 \times \frac{2}{5} = 40 \text{ होगी।}$$

**नोट-** इस प्रकार के प्रश्नों में मिश्रण नियम से अधिक आसानी और कम समय में हल किया जा सकता है।



**प्रश्न 3.** 8 संख्याओं का औसत 24 है। प्रथम पांच संख्याओं का औसत 20 तथा अंतिम 4 संख्याओं का औसत 28.5 है, तो पांचवीं संख्या क्या होगी?



**हल :** परंपरागत विधि

माना संख्याएँ  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$  हैं।

$$\text{प्रश्न से, } \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8}{8} = 24$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = 24 \times 8 = 192 \dots (i)$$

$$\text{पुनः } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20 \times 5 = 100 \dots (ii)$$

$$\text{और } x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 28.5 \times 4 = 114 \dots (iii)$$

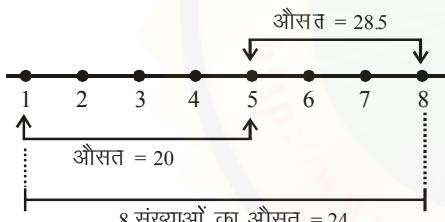
$$\text{अब } x_5 = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_5) + (x_5 + \dots + x_8) - (x_1 + x_2 + \dots + x_8)$$

$$x_5 = 100 + 114 - 192$$

$$= 214 - 192 = 22 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**सामान्य समझ पर**



**नोट :** इस प्रश्न में 5वीं संख्या की वास्तविक गणना हेतु औसत मान जितना घटता है उसे 5 से गुणा करके संपूर्ण औसत से घटाते हैं तथा औसत मान जितना बढ़ता है उसे 4 से गुणा करके संपूर्ण औसत में जोड़ते हैं। इस क्रिया के प्रतिफल में हमें जो संख्या प्राप्त होगी, वही अभीष्ट संख्या होगी। प्रथम पांच संख्याओं का औसत = 20 है जो संपूर्ण औसत से  $24 - 20 = 4$  कम है। घटे हुए औसत में 5 से गुणा करने पर  $4 \times 5 = 20$  घटेगा तथा अंतिम चार संख्याओं का औसत 28.5 है जो संपूर्ण औसत से  $28.5 - 24 = 4.5$  अधिक है। बढ़ा हुआ औसत मान में 4 से गुणा करने पर  $4.5 \times 4 = 18$  बढ़ेगा।

$$\therefore 5\text{वीं संख्या} = 24 - 20 + 18 = 22 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः अभीष्ट संख्या 22 होगी।



**प्रश्न 4.** पहली तीन संख्याओं का औसत चौथी संख्या का आधा है। यदि चारों संख्याओं का औसत 25 है तो चौथी ज्ञात करें।



**हल :** परंपरागत विधि

माना चौथी संख्या =  $x$  है।

$$\text{प्रश्नानुसार, प्रथम तीन संख्याओं का औसत} = \frac{x}{2} \text{ होगा}$$

$$\text{प्रथम तीन संख्याओं का योग} = 3 \times \frac{x}{2}$$

$$\text{ज्ञात है चारों संख्याओं का औसत} = 25$$

$$\text{चारों संख्याओं का योग} = 25 \times 4 = 100$$

$$\text{अब } x + 3 \times \frac{x}{2} = 100$$

$$\frac{2x + 3x}{2} = 100$$

$$5x = 2 \times 100$$

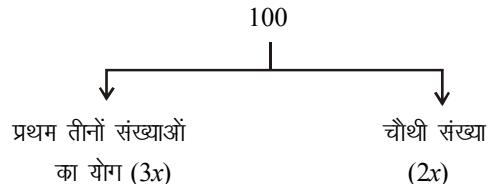
$$x = \frac{2 \times 100}{5} = 40$$

अतः चौथी संख्या = 40 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



**सामान्य समझ पर**

$$\text{चारों संख्याओं का योग} = 25 \times 4 = 100$$



प्रश्नानुसार,

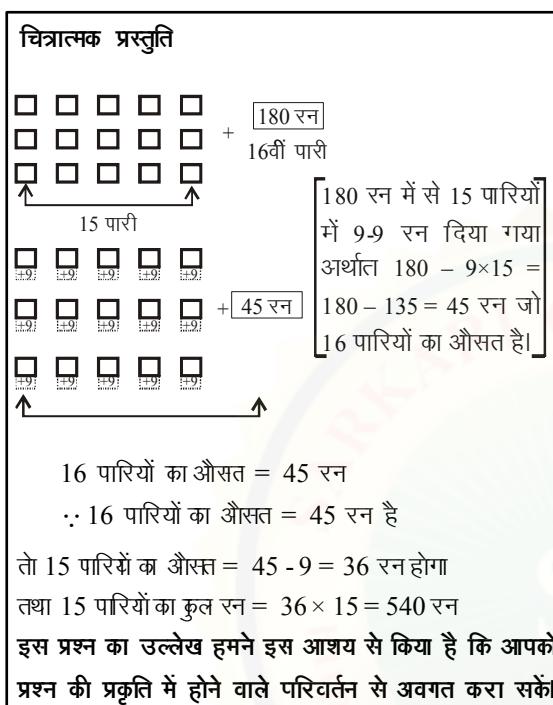
$$5x = 100$$



16वीं पारी में औसत =  $180 - 135 = 45$  रन

15वीं पारी तक औसत =  $45 - 9 = 36$  रन

15 पारी में कुल रन =  $36 \times 15 = 540$  रन  $\Rightarrow$  उत्तर



**देखें उपर्युक्त प्रश्न का परिवर्तित स्वरूप**

**प्रश्न :** एक बल्लेबाज ने 15 परियों में कुछ औसत से रन बनाए। 16वीं पारी में 180 रन बनाने से उसके औसत में 25% की वृद्धि हो जाती है। 15वीं पारी तक उसका औसत बताइए।



**हल : सामान्य समझ पर**

16वीं पारी में 180 रन बनने से सभी 15 परियों के 25% अर्थात् एक पारी का ( $15 \times 25$ ) = 375% की वृद्धि हो जाती है। साथ ही इस 180 रन में 16वीं पारी का 125% भी शामिल है।

15वीं पारी के औसत का  $500\% = (375 + 125) = 180$

$$15वीं पारी का औसत = \frac{180}{500} \times 100 = 36 \text{ रन}$$

$\Rightarrow$  उत्तर

- प्रायः देखा गया है कि प्रतियोगी परीक्षाओं में औसत अध्यय के सामान्य वस्तुनिष्ठ प्रश्नों से कुछ अलग हटकर भी प्रश्न पूछे जाते हैं।

देखें-

निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में प्रश्न तथा 2 कथन I एवं II दिए गये हैं। आपको निर्णय लेना है कि क्या कथनों में दिए गये आंकड़े पर्याप्त हैं। दोनों कथनों को पढ़िए और उत्तर दीजिए।

- यदि कथन I अकेले प्रश्न का उत्तर देने के लिए पर्याप्त हो या कथन II अकेले प्रश्न का उत्तर देने के लिए पर्याप्त हो।
- यदि केवल कथन I उत्तर देने के लिए पर्याप्त हो परंतु केवल कथन II अपर्याप्त हो।
- यदि केवल कथन II उत्तर देने के लिए पर्याप्त हो, परंतु केवल कथन I अपर्याप्त हो।
- यदि कथन I एवं II दोनों आंकड़े मिलकर भी प्रश्न का उत्तर देने के लिए अपर्याप्त हो।
- यदि उत्तर देने के लिए कथन I एवं II दोनों के आंकड़े मिलाना आवश्यक हो।

**प्रश्न 1.** रमेश, सुनील और ममता की औसत आयु 40 वर्ष है। रमेश की आयु कितनी है?

**कथन I :** सुनील, रमेश से 20 वर्ष बड़ा है।

**कथन II :** ममता, रमेश से 25 वर्ष बड़ी है।

**प्रश्न 2.** किसी परिवार में मिता की उम्र छात की जा सकती है, यदि-

**कथन I :** परिवार की औसत उम्र 18 वर्ष दी गई हो।

**कथन II :** परिवार के 3 सदस्यों की औसत उम्र 16 वर्ष हो। उपर्युक्त दोनों ही प्रश्नों से स्पष्ट है कि परीक्षा संस्था उम्मीदवार की निर्णय-क्षमता को परखना चाहती है। देखें हल-



## हल : परंपरागत विधि

रमेश, सुनील और ममता की कुल आयु =  $40 \times 3$   
 $= 120$  वर्ष

मान लीजिए रमेश की आयु =  $x$  वर्ष  
 तब कथन I से सुनील की आयु =  $(x + 20)$  वर्ष  
 कथन II से ममता की आयु =  $(x + 25)$  वर्ष  
 $\therefore$  दोनों कथनों को साथ लेने पर

$$x + x + 20 + x + 25 = 120$$

$$3x + 45 = 120$$

$$3x = 120 - 45$$

$$x = \frac{75}{3} = 25$$
 वर्ष

$\Rightarrow$  उत्तर



## सूत्र विधि

रमेश, सुनील और ममता की कुल आयु =  $40 \times 3$   
 $= 120$  वर्ष

कथनानुसार, रमेश की आयु =  $\frac{120 - (20 + 25)}{3}$

$$= \frac{75}{3} = 25$$
 वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर

हल से स्पष्ट है कि उत्तर प्राप्त करने के लिए दोनों ही कथनों का प्रयोग आवश्यक है।



## हल 2. औसत के इस प्रश्न में राशियों की कुल संख्या

अर्थात परिवार के सदस्यों की संख्या अज्ञात है। अतः पिता की उम्र ज्ञात नहीं की जा सकती है।

### □ चाल संबंधी औसत

यदि कोई व्यक्ति यात्रा  $x$  किमी. प्रति घंटा की गति से तथा उतनी ही यात्रा  $y$  किमी. प्रति घंटा की गति से पूरी करता है तो पूरी यात्रा के दौरान उसकी औसत गति होगी-

माना दूरी A है

$$\therefore \text{औसत गति} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{2A}{\frac{A}{x} + \frac{A}{y}} = \frac{2Ax}{A(xy)}$$

$$= \frac{2xy}{x+y} \text{ किमी./घंटा}$$

इसी सिद्धांत पर आधारित एक प्रश्न देखें



प्रश्न : रमेश अपने घर से स्कूल 10 किमी./घंटा की गति से जाता है तथा 15 किमी./घंटा की गति से वापस लौटता है। रमेश की औसत चाल प्रति घंटा कितनी है?



## हल : सूत्रविधि

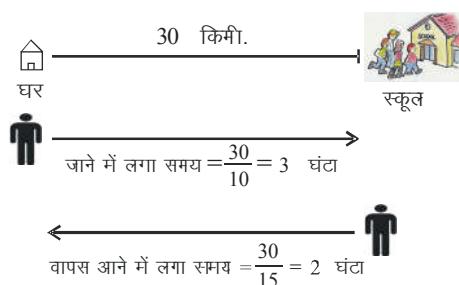
$$\text{औसत गति} = \frac{2xy}{x+y}$$

$$= \frac{2 \times 10 \times 15}{10+15} = \frac{300}{25} = 12 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



## सामान्य समझ पर

मान लीजिए रमेश के घर से स्कूल की दूरी 30 किमी. है। (हम दी गई चालों का ल.स. मानेंगे या जिस संख्या से दी गई चालें विभाजित हो जाएं)



∴ 60 किमी चरने में तगा कुल समय =  $3 + 2 = 5$  घंटा है, तो

$$\text{प्रति घंटा औसत चाल} = \frac{60}{5} = 12 \text{ किमी./घंटा}$$

- यदि असमान दूरी असमान चाल से तय की जाए तो, औसत चाल क्या होगी?

☞ देखें एक प्रश्न



प्रश्न : यदि 160 किमी., 40 किमी. प्रति घंटे की चाल से तथा 120 किमी., 30 किमी. प्रति घंटे की चाल से तय की जाय, तो औसत चाल क्या होगी?

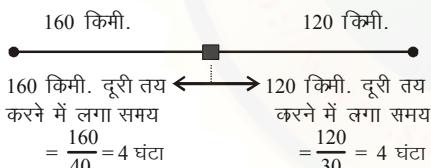


हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned}\text{औसत चाल} &= \frac{160+120}{\left(\frac{160}{40}\right)+\left(\frac{120}{30}\right)} = \frac{280}{4+4} = \frac{280}{8} \\ &= 35 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}\end{aligned}$$



सामान्य समझ पर



$$\text{कुल } 280 \text{ किमी. दूरी तय करने में लगा कुल समय} = 4 + 4 = 8 \text{ घंटा}$$

$$\text{अतः औसत चाल} = \frac{280}{8} = 35 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

- यदि 3 असमान चाल से समान-समान दूरियां तय की गई हों, तो औसत चाल =  $\frac{3xyz}{xy+yz+zx}$

☞ देखें एक प्रश्न



प्रश्न : 100 किमी. की 3 दूरियां क्रमशः 25, 40 एवं 50 किमी. प्रति घंटे की चाल से तय की गई। औसत चाल क्या है?

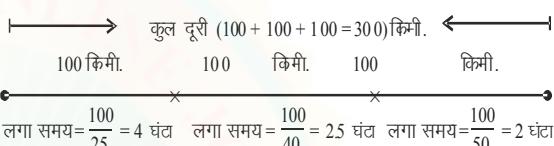


हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned}\text{औसत चाल} &= \frac{3 \times 25 \times 40 \times 50}{25 \times 40 + 40 \times 50 + 25 \times 50} \\ &= \frac{3 \times 25 \times 40 \times 50}{1000 + 2000 + 1250} \\ &= \frac{3 \times 25 \times 40 \times 50}{4250} = 35.3 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}\end{aligned}$$



सामान्य समझ पर



चूंकि कुल दूरी = 300 किमी। 25, 40 एवं 50 किमी./घंटा की चाल से ये दूरी तय करने में लगा कुल समय = 8.5 घंटा ( $4 + 2.5 + 2$ ) है।

$$\text{तो औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{300}{8.5} = 35.3 \text{ किमी./घंटा}$$

⇒ उत्तर

- सभी राशि में  $x$  वृद्धि या कमी होने पर औसत में भी  $x$  की वृद्धि या कमी होगी।

⇒ यदि प्रत्येक राशि को  $x$  गुना कर दिया जाए तो औसत भी  $x$  गुना हो जाएगा।

☞ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न 1. किसी परिवार के 4 सदस्यों का औसत उम्र 10 वर्ष पूर्व 22 वर्ष था तो परिवार के सदस्यों का औसत उम्र तीन वर्ष बाद कितना हो जाएगा।



हल : सामान्य समझ पर

$$3 \text{ वर्ष बाद औसत उम्र} = 22 + 13 = 35$$

[10 वर्ष पूर्व तथा 3 वर्ष बाद की कुल वर्ष = 13 लिया गया]

⇒ उत्तर

 प्रश्न 2. 18 राशियों का औसत 42 है यदि प्रत्येक संख्या को  $1\frac{1}{2}$  गुना कर दिया जाए तो परिणामी संख्या का औसत कितना होगा?



हल : सामान्य समझ पर

10 राशियों का औसत 42 है। यदि प्रत्येक संख्या को  $1\frac{1}{2}$

गुना ( $\frac{3}{2}$  गुना) कर दिया जाए तो परिणामी मान भी  $\frac{3}{2}$  गुना हो जायेगा।

$$\text{नया औसत} = 42 \times \frac{3}{2} \Rightarrow 63 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

क्रिकेट के गेंदबाज के औसत निकालने से संबंधित नियम जब गेंदबाज का औसत निकालना हो

$$\text{गेंदबाज का औसत} = \frac{\text{कुल रन}}{\text{विकेटों की संख्या}}$$

$$\text{कुल रन} = \text{गेंदबाज का औसत} \times \text{विकेटों की संख्या}$$

 उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

 प्रश्न 1. एक बालर का औसत 18 रन प्रति विकेट था अन्तिम पारी में उसने 40 रन देकर 5 विकेट लिए तो उसके औसत में एक रन की कमी हो गई तो बताइए उसने अन्तिम पारी से पहले उसने कुल कितना विकेट लिया था?



हल : परंपरागत विधि

माना पहले  $x$  विकेट लिया था

$$\begin{aligned} \text{कुल रन} &= \text{गेंद का औसत} \times \text{विकेटों की संख्या} \\ &= 18 \times x \Rightarrow 18x \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार

$$18x + 40 = 17(x + 5)$$

$$18x - 17x = 85 - 40$$

$$x = 45 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 प्रश्न 2. एक क्रिकेट खिलाड़ी की 10 मैचों की औसत रन संख्या 38.9 थी यदि पहले 6 मैचों की औसत रन संख्या 42 हो तो अन्तिम चार मैचों की औसत रन संख्या कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

$$10 \text{ मैचों की कुल रन संख्या} = 38.9 \times 10 \Rightarrow 389$$

$$\text{पहले 6 मैचों की रन संख्या} = 42 \times 6 \Rightarrow 252$$

$$\text{अंतिम चार मैचों की कुल रन संख्या} = 389 - 252 \Rightarrow 137$$

$$\text{अंतिम चार मैचों की औसत रन संख्या} = \frac{137}{4} = 34.25$$

⇒ उत्तर

## उदाहरणार्थ प्रश्न



प्रश्न 1. किसी विद्यार्थी के हिंदी, अंग्रेजी, गणित तथा विज्ञान में प्राप्तांक क्रमशः 67, 53, 78 तथा 82 हैं। उसके औसत प्राप्तांक ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{औसत प्राप्तांक} &= \frac{\text{चारों विषयों के प्राप्तांकों का योग}}{\text{विषयों की संख्या}} \\ &= \frac{67 + 53 + 78 + 82}{4} \\ &= \frac{280}{4} = 70 \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



सामान्य समझ पर

इस प्रश्न को सामान्य समझ के आधार पर थोड़ा कम समय में ही हल कर सकते हैं।

औसत का अर्थ है छोटी, बड़ी संख्याओं को कम या अधिक करके एक समान रूप में लाना। यदि आप प्रश्न में दी गई संख्याओं को देखें तो स्पष्ट हो जाएगा कि 50 सभी संख्याओं में समिलित हैं। अब 50 से अधिक सभी संख्याओं का योग करके 4 से भाग दें तथा प्राप्तफल को 50 में जोड़कर अभीष्ट 'औसत' ज्ञात कर लें।

देखें-  $67 - 50 = 17$

$$53 - 50 = 3$$

$$78 - 50 = 28$$

$$82 - 50 = 32$$

$$\text{योग} = 80$$

$$\text{औसत} = 50 + \frac{80}{4} = 50 + 20 \Rightarrow 70 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 2.** सात संख्याओं का योग 235 है। पहली तीन संख्याओं का औसत 23 है और अंतिम तीन संख्याओं का औसत 42 है, तो चौथी संख्या क्या होगी?



**हल :** परंपरागत विधि

$$\text{माना चौथी संख्या} = x$$

$$\text{प्रथम तीन संख्याओं का औसत} = 23$$

$$\text{प्रथम तीन संख्याओं का कुल योग} = 23 \times 3 = 69$$

$$\therefore \text{अंतिम तीन संख्याओं का औसत} = 42$$

$$\text{अंतिम तीन संख्याओं का कुल योग} = 42 \times 3 = 126$$

$$\text{सार्व संख्याओं का योग} = 235$$

$$69 + x + 126 = 235$$

$$x = 235 - 195 = 40$$

अतः चौथी संख्या 40 होगी  $\Rightarrow$  उत्तर



**सामान्य समझ पर**

पहली तीन संख्याओं का औसत तथा अंतिम तीन संख्याओं का औसत दिया है। इस जानकारी के आधार पर पहली तीन ( $23 \times 3 = 69$ ) और अंतिम तीन संख्याओं का योग ( $42 \times 3 = 126$ ) निकाल लेंगे तथा दोनों को जोड़कर 7 संख्याओं के जोड़ में से घटाने पर चौथी संख्या प्राप्त हो जायेगी।  
अतः चौथी संख्या =  $235 - (69 + 126)$

$$= 235 - 195 = 40 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 3.** 30 परिणामों का औसत 20 है और अन्य 20 परिणामों का औसत 30 है। इन सभी परिणामों का औसत क्या है?



**हल :** परंपरागत विधि

$$30 \text{ परिणामों का औसत} = 20$$

$$30 \text{ परिणामों का कुल मान} = 30 \times 20 = 600$$

$$\therefore 20 \text{ परिणामों का कुल मान} = 20 \times 30 \Rightarrow 600$$

$$\text{कुल परिणामों की संख्या} = 30 + 20 = 50$$

$$\text{कुल परिणामों का मान} = 600 + 600 = 1200$$

$$\text{कुल परिणामों का औसत} = \frac{1200}{50} = 24 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

**सामान्य समझ पर :**

30 परिणामों का औसत 20 है तथा एक अन्य 20 परिणामों का औसत 30 है। यदि इस 20 परिणामों का औसत 20 हो तब सभी 50 परिणामों का औसत 20 हो जाएगा लेकिन इस 20 परिणामों के औसत 10 अधिक है। इन 10 परिणामों का कुल मान  $10 \times 20 = 200$  होगा। 200 का सभी 50 परिणामों में बराबर बांट दें, यानी सभी को 20 के अलावा  $\frac{200}{50} = 4$  और प्राप्त हो जाएगा।

अतः अभीष्ट औसत  $20 + 4 = 24$  हो जाएगा।



**प्रश्न 4.** 25 विद्यार्थियों की औसत आयु 25 वर्ष है।

अध्यापक की आयु को भी शामिल कर लिया जाय तो औसत आयु एक वर्ष बढ़ जाती है, अध्यापक की आयु क्या होगी?



**हल :** परंपरागत विधि :

$$25 \text{ विद्यार्थियों की औसत आयु} = 25 \text{ वर्ष}$$

$$25 \text{ विद्यार्थियों की कुल आयु} = 25 \times 25 = 625 \text{ वर्ष}$$

1 अध्यापक की आयु को शामिल कर लेने पर औसत आयु 1 वर्ष बढ़ जाती है।

अर्थात् 26 लोगों ( $25 \text{ विद्यार्थी} + 1 \text{ अध्यापक}$ ) की औसत आयु =  $25 + 1 = 26$  वर्ष

26 लोगों ( $25 \text{ विद्यार्थी} + 1 \text{ अध्यापक}$ ) की कुल आयु =  $26 \times 26 = 676$  वर्ष

अध्यापक की आयु =  $676 - 625 = 51$  वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर



**सामान्य समझ पर**

अध्यापक को शामिल करने पर औसत आयु में एक वर्ष की

वृद्धि है। अर्थात् सभी 25 विद्यार्थियों को अध्यापक के आयु में 1 - 1 वर्ष दिए जाय तो सभी की आयु 26 वर्ष हो जाएगी।

अतः अध्यापक की आयु  $26 + 25 = 51$  वर्ष होगी।

(अध्यापक की आयु 26 वर्ष तो होगी ही साथ ही साथ सभी 25 विद्यार्थियों को 1 - 1 वर्ष अपनी आयु में से दिया है)

**प्रश्न 5.** एक व्यक्ति ने 13 कमीजें 50 रु. प्रत्येक की दर से 15 पैट 60 रु. की दर से तथा 12 जोड़ी जूते 65 रु. की दर से खरीदे। प्रत्येक वस्तु का औसत मूल्य क्या है?



### हल : परंपरागत विधि

$$1 \text{ कमीज का मूल्य} = 50 \text{ रु.}$$

$$13 \text{ कमीजों का कुल मूल्य} = 50 \times 13 = 650 \text{ रु.}$$

$$1 \text{ पैट का मूल्य} = 60 \text{ रु.}$$

$$15 \text{ पैट का कुल मूल्य} = 60 \times 15 = 900 \text{ रु.}$$

$$12 \text{ जोड़ी जूतों का मूल्य} = 65 \times 12 = 780 \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \text{औसत मूल्य} &= \frac{\text{कुल वस्तुओं का मूल्य}}{\text{कुल वस्तु}} \\ &= \frac{650+900+780}{13+15+12} = \frac{2330}{40} \\ &= 58.25 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



### सामान्य समझ पर

इस प्रश्न पर कुल इस तरह से विचार किया जाए। यदि कुल 40 ( $13 + 15 + 12$ ) वस्तुओं का मूल्य 50 रु. प्रत्येक की दर से हो तो कुल मूल्य  $40 \times 50 = 2000$  रु. होंगे लेकिन यहां पर 15 वस्तुएं 60 रु. की दर से यानी 15 वस्तुओं का मूल्य 10 रु. ( $60 - 50$ ) प्रत्येक की दर से अधिक है तो कुल  $15 \times 10 = 150$  रु. अधिक होगा तथा 12 वस्तुओं का भी मूल्य 65 रु. की दर से यानी 12 वस्तुओं का मूल्य 15 रु. ( $65 - 50$ ) प्रत्येक की दर से मूल्य ( $12 \times 15 = 180$ ) रु. अधिक।

इस तरह कुल मूल्य 2000 से बढ़कर 2330 रु.

( $2000 + 150 + 180$ ) हो जाएगा।

अतः इन 40 वस्तुओं का औसत मूल्य =  $\frac{2330}{40} = 58.25$

रु. होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 6.** एक परिवार के चार कमाने वाले सदस्यों की औसत आय 4410 रु. थी। इन चार सदस्यों में से एक सदस्य परिवार से अलग हो गया जिसके फलस्वरूप औसत आय 3900 रु. रह गई। अलग हुए सदस्य की आय क्या है?



### हल : परंपरागत विधि

चार सदस्यों की औसत आय = 4410 रु.

चार सदस्यों की कुल आय =  $4410 \times 4 = 17640$  रु.

तीन सदस्यों की औसत आय = 3900 रु.

तीन सदस्यों की कुल आय =  $3900 \times 3 = 11700$  रु.

अलग हुए सदस्य की आय =  $17640 - 11700$

$$= 5940 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

चार सदस्यों की औसत आय 4410 रु. थी लेकिन एक सदस्य के चले जाने के बाद औसत 3900 रु. रह गई। यानी तीनों सदस्यों की औसत आय में 510 रु. ( $4410 - 3900$ ) की कमी हो गई। कुल रुपयों की कमी =  $3 \times 510 = 1530$  रु.

अतः अलग हुए सदस्य की आय =  $4410 + 1530$

$$= 5940 \text{ रु. होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 7.** किसी परीक्षा में 120 छात्रों के अंकों का औसत 35 है। यदि उत्तीर्ण होने वाले छात्रों के अंकों का औसत 39 तथा अनुत्तीर्ण होने वाले छात्रों के अंकों का औसत 15 हो, तो परीक्षा में उत्तीर्ण होने वाले छात्रों की संख्या कितनी है?



### हल : परंपरागत विधि

$$120 \text{ छात्रों के अंकों का औसत} = 35$$

$$\therefore 120 \text{ छात्रों के अंकों का योग} = 120 \times 35 = 4200 \quad \dots(1)$$

माना  $x$  छात्र उत्तीर्ण हुए।

$x$  छात्रों के अंकों का औसत = 39

$$\therefore x \text{ छात्रों के अंकों का योग} = 39 \times x \quad \dots(\text{ii})$$

अब अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या =  $120 - x$

$$\begin{aligned} \therefore \text{अनुत्तीर्ण छात्रों के अंकों का योग} &= (120-x) \times 15 \\ &= 1800 - 15x \dots(\text{iii}) \end{aligned}$$

समीकरण (ii) और (iii) का योग =  $39x + 1800 - 15x$

$$\text{कुल छात्रों की संख्या} = 24x + 1800 \quad \dots(\text{iv})$$

समीकरण (i) और (iv) की तुलना से

$$24x + 1800 = 4200$$

$$24x = 4200 - 1800$$

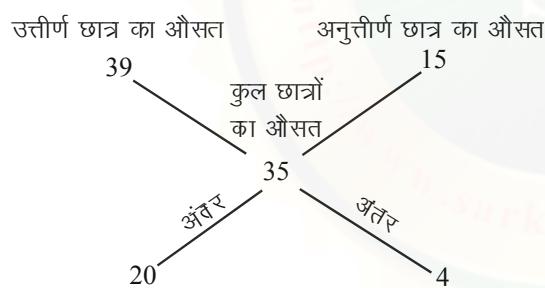
$$24x = 2400$$

$$x = 100 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः उत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या = 100 है।



### मिश्रण विधि



उत्तीर्ण छात्र : अनुत्तीर्ण छात्र =  $20 : 4 = 5 : 1$

आनुपातिक योग =  $5 + 1 = 6$

$$\text{उत्तीर्ण छात्रों की संख्या} = 120 \times \frac{5}{6} = 100 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

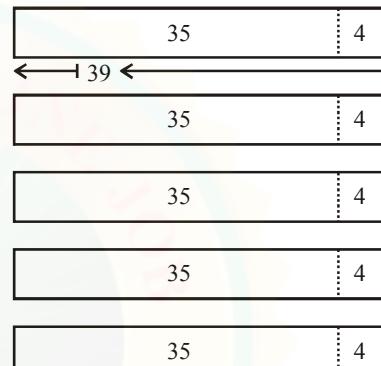
यदि इस प्रश्न पर इस तरह से विचार किया जाए कि 5

उत्तीर्ण छात्रों के औसत अंकों में से 4 - 4 अंक निकालकर एक अनुत्तीर्ण छात्र को दे दिया जाय, तो कुल 6 छात्रों का बराबर - बराबर 35 अंक अर्थात् औसत 35 हो जाएगा। यानि कि 6 छात्रों में से 5 उत्तीर्ण छात्र एवं 1 अनुत्तीर्ण छात्र हैं। तो कुल 120 छात्रों में से 100 उत्तीर्ण छात्र एवं 20 अनुत्तीर्ण छात्र होंगे।

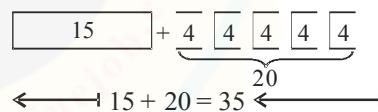
अतः उत्तीर्ण छात्रों की संख्या = 100 होगी।

### चित्रात्मक प्रस्तुति

#### उत्तीर्ण छात्र



#### अनुत्तीर्ण छात्र



5 उत्तीर्ण छात्रों के औसत अंक से 4 - 4 अंक निकालकर एक अनुत्तीर्ण छात्र को देने पर सभी 6 छात्रों का औसत अंक = 35 हो जा रहा है।

अर्थात् 6 छात्रों में से 5 उत्तीर्ण छात्र एवं 1 अनुत्तीर्ण हैं। तो कुल 120 छात्रों में से 100 उत्तीर्ण छात्र एवं 20 अनुत्तीर्ण छात्र होंगे।

अतः उत्तीर्ण छात्रों की संख्या = 100 होगी।

$\Rightarrow$  उत्तर

**प्रश्न 8.** तीन साल पहले एक पांच सदस्यीय परिवार के सदस्यों की औसत आयु 17 वर्ष थी। इस दौरान एक बच्चे के जन्म लेने के बाद परिवार के सदस्यों की औसत आयु वर्तमान में अपरिवर्तित है। बच्चे की आयु कितनी है?



### हल : परंपरागत विधि

माना बच्चे की आयु  $x$  वर्ष है।

अब तीन वर्ष पूर्व पांचों सदस्यों की आयु का योगफल =  $17 \times 5 = 85$  वर्ष तीन वर्ष में परिवार के पांचों सदस्यों की आयु में वृद्धि =  $3 \times 5 = 15$  वर्ष। अतः वर्तमान में पांचों सदस्यों की आयु का योगफल =  $85 + 15 = 100$  वर्ष बच्चे के शामिल करने पर वर्तमान में परिवार के सदस्यों की संख्या = 6 हो जाएगी तथा उनका औसत 17 वर्ष ही रहेगा।

$$\text{अतः } 17 = \frac{100+x}{6}$$

$$100+x = 17 \times 6$$

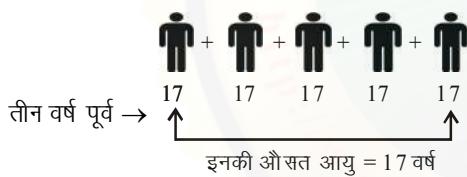
$$x = (102 - 100) \text{ वर्ष}$$

$$x = 2 \text{ वर्ष}$$

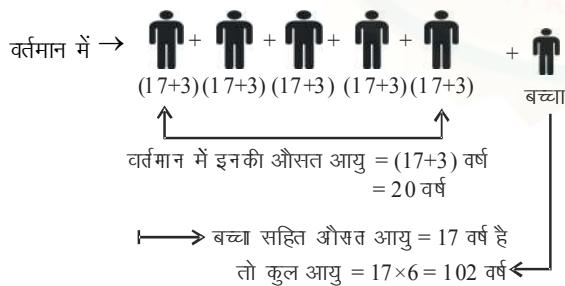
अतः बच्चे की आयु 2 वर्ष होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर



$$\text{तीन वर्ष पूर्व कुल आयु} = 17 \times 5 = 85 \text{ वर्ष}$$



अब पांचों सदस्यों की कुल वर्तमान आयु  $100 (20 \times 5)$  वर्ष होगी। बच्चे सहित परिवार के सभी सदस्यों की कुल वर्तमान आयु =  $17 \times 6 = 102$  वर्ष है तो बच्चे की आयु =  $102 - 100 = 2$  वर्ष होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 9.** श्याम ने कुल 7 दिनों में 70 रुपये की औसत से धन इकट्ठा किया। उस 3 दिन 65 रुपये की औसत से तथा अंतिम तीन दिन 71 की औसत से धन इकट्ठा किया तो चौथे दिन उसने कितना धन इकट्ठा किया?



### हल : परंपरागत विधि

श्याम द्वारा 7 दिनों में इकट्ठा किया गया कुल धन =  $7 \times 70 = 490$  रु.

प्रथम तीन दिन में श्याम द्वारा इकट्ठा किया गया धन =  $3 \times 65 = 195$  रु.

अंतिम तीन दिन में श्याम द्वारा इकट्ठा किया गया धन =  $3 \times 71 = 213$  रु.

चौथे दिन इकट्ठा किया गया धन

$$= 490 - (195 + 213)$$

$$= (490 - 408) \text{ रु.} = 82 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः श्याम ने चौथे दिन 82 रु. इकट्ठा किया।



### सामान्य समझ पर

श्याम के 7 दिनों का औसत आय 70 रु. है। प्रथम तीन दिन की औसत आय 65 रु. है अर्थात प्रतिदिन आय 5 रु. कम है तथा अंतिम 3 दिन की औसत आय 71 रु. है अर्थात प्रतिदिन आय 1 रु. अधिक है तो अंतिम 3 दिन में कुल वृद्धि =  $1 \times 3 = 3$  रु. की। अतः श्याम की चौथे दिन आय =  $70 + 15 - 3 = 82$  रु. होगी।

I <sup>st</sup> दिन	70 रु.			
II <sup>nd</sup> दिन	70 रु.	प्रथम तीन दिन	65 रु.	
III <sup>rd</sup> दिन	70 रु.		65 रु.	
IV <sup>th</sup> दिन	70 रु.	IV <sup>th</sup> दिन	70 रु.	+ [ ] + [ ] + [ ] - [ ] - [ ] - [ ]
V <sup>th</sup> दिन	70 रु.		71 रु.	= 85 - 3 = 82 रु.
VI <sup>th</sup> दिन	70 रु.	अंतिम तीन दिन	71 रु.	
VII <sup>th</sup> दिन	70 रु.		71 रु.	

स्पष्ट है चौथे दिन श्याम की आय प्रथम तीन दिन की औसत में 5 - 5 रु. की कमी को पूरा करेगी अर्थात् 15 रु. की तथा अंतिम 3 दिन की औसत में 1 रु. की वृद्धि को भी 15 रु. में से घटाकर आय प्राप्त करेगा। अतः श्याम की चौथे दिन की आय =  $70 + 15 - 3 = 82$  रु.  $\Rightarrow$  उत्तर

 **प्रश्न 10.** 36 लोगों के समूह का औसत भार 80 किग्रा. है। अध्यक्ष को शामिल करने पर समूह का औसत भार 1 किग्रा. कम हो जाता है, तो अध्यक्ष का भार ज्ञात कीजिए।



**हल :** परंपरागत विधि

$$36 \text{ लोगों की आयु का योग} = (36 \times 80) \text{ किग्रा.} \\ = 2880 \text{ किग्रा.}$$

$$\text{अध्यक्ष के आने पर समूह के सदस्यों की संख्या} \\ = 36+1=37$$

$$\text{तथा नया औसत} = 80 - 1 = 79 \text{ किग्रा.}$$

$$\text{अध्यक्ष के शामिल करने पर सदस्यों की आयु का योगफल} \\ = 37 \times 79 = 2923 \text{ किग्रा.}$$

$$\text{अतः अध्यक्ष का भार} = \text{अध्यक्ष सहित सदस्यों के भार का योग} - \text{अध्यक्ष बिना सदस्यों के भार का योग} \\ = (2923 - 2880) \text{ किग्रा.} \\ = 43 \text{ किग्रा.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

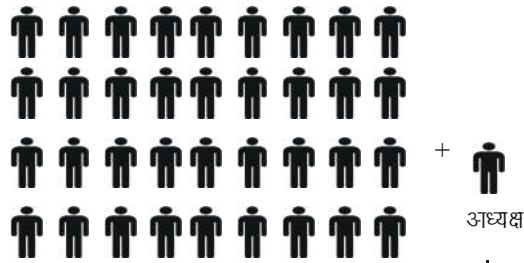


**सामान्य समझ पर**

अध्यक्ष को शामिल करने पर औसत भार में 1 किग्रा. की कमी है अर्थात् औसत भार 79 किग्रा. हो गया। यानि अध्यक्ष का भार 80 किग्रा. से इतना कम है कि अपने सहित सभी 37 लोगों की औसत भार में 1 किग्रा. की कमी कर देता है। अतः अध्यक्ष का भार 80 किग्रा. में से 37 किग्रा. कम होगा।

$$\text{अर्थात् अध्यक्ष का भार} = (80 - 37) \text{ किग्रा.} \\ = 43 \text{ किग्रा.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

### चित्रात्मक प्रस्तुति



$$36 \text{ लोगों का औसत भार} = 80 \text{ विक्री.}$$

$$\rightarrow 37 \text{ लोगों का औसत भार} = 79 \text{ किग्रा.} \leftarrow$$

$$\text{अतः अध्यक्ष का भार} = (79 - 36) \text{ किग्रा.} = 43 \text{ किग्रा.}$$

होगा यद्योंकि अध्यक्ष का भार शामिल करने से सभी 36 सदस्यों के औसत भार में 1 किग्रा. की कमी हो जाती है। अतः अध्यक्ष का भार 79 किग्रा. से 36 किग्रा. कम होगा।

 **प्रश्न 11.** चार व्यक्तियों के औसत में 3 किग्रा. की वृद्धि हो जाती है जब 120 किग्रा. के व्यक्ति के स्थान पर कोई नया व्यक्ति आ जाता है। नए व्यक्ति का भार कितना है?



**हल :** परंपरागत विधि

$$\text{मात्रा व्यक्तियों का प्रारंभिक औसत भार} = x \text{ किग्रा.}$$

$$\text{प्रारंभ में चारों व्यक्तियों का कुल भार} = 4 \times x$$

$$= 4x \text{ किग्रा.}$$

$$\text{चौथे व्यक्ति का भार} = 120 \text{ किग्रा.}$$

$$\text{अतः तीन व्यक्तियों का भार} = (4x - 120) \text{ किग्रा.}$$

$$\text{नये व्यक्ति के आने पर नया औसत भार} = (x + 3) \text{ किग्रा.}$$

$$\text{नये व्यक्ति के आने पर चारों व्यक्तियों का कुल भार}$$

$$= 4(x + 3) - (4x - 120) \text{ किग्रा.}$$

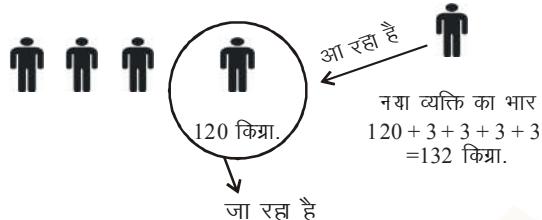
$$= (4x + 12 - 4x + 120) \text{ किग्रा.}$$

$$= 132 \text{ किग्रा.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

$$\text{अतः नए व्यक्ति का भार} = 132 \text{ किग्रा.}$$



सामान्य समझ पर



120 किंग्रा. वाले व्यक्ति के स्थान नए व्यक्ति का भार 120 किंग्रा. से अधिक है क्योंकि नए व्यक्ति के आने से चारों व्यक्ति के औसत भार में 3 किंग्रा. की वृद्धि है अर्थात् नया व्यक्ति का भार 120 किंग्रा. के साथ-साथ सभी चारों के आयु में 3-3 किंग्रा. की वृद्धि करता है।

$$\text{अतः नए व्यक्ति का भार} = 120 + 3 \times 4 \\ = 120 + 12 = 132 \text{ किंग्रा. होगा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

**Ques 12.** एक परीक्षा के 100 छात्रों के औसत प्राप्तांकों की गणना में उसका सारणीयक गलती से 86 की जगह 68 अंकित कर देता है और 58 का औसत प्राप्त कर लेता है, तदनुसार उन छात्रों के वास्तविक प्राप्तांकों का औसत कितना है?



हल : परंपरागत विधि

$$100 \text{ छात्रों का औसत प्राप्तांक} = 58 \\ 100 \text{ छात्रों द्वारा प्राप्त कुल अंक} = 5800 \\ \text{गलत अंकित अंकों का मान} = 86 - 68 \\ = 18 \text{ अंक कम}$$

$$\text{वास्तविक प्राप्तांक होना चाहिए या } 5800 + 18 = 5818$$

$$\text{छात्रों के वास्तविक प्राप्तांकों का औसत} = \frac{5818}{100} \Rightarrow 58.18$$



सामान्य समझ पर

$$100 \text{ छात्रों का औसत प्राप्तांक} = 58 \text{ है}$$

$$\text{छात्र द्वारा कम अंकित अंक} (86 - 68) = 18 \text{ है इसलिए}$$

छात्र द्वारा त्रुटि (कम) 18 अंक का औसत कुल प्राप्तांक में जोड़ दें तो वास्तविक प्राप्तांक का औसत प्राप्त हो जाएगा।

$$= 58 + \frac{18}{100} \\ = 58.18 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि :

$$\frac{mn \pm (x-1)}{m} = \text{वास्तविक औसत}$$

$$\text{जहां } m = 100 \text{ छात्र } x = 86 \text{ अंक}$$

$$n = 58 \text{ अंक } y = 68 \text{ अंक}$$

$(x - y) \Rightarrow$  सही और गलत अंकित अंकों के बीच अंतर है।

**(-)** का प्रयोग- वास्तविक अंक से गलत अंकित अंक अधिक है तब प्रयोग होगा।

**(+)** का प्रयोग- वास्तविक अंक गलत अंकित अंक से कम है तब प्रयोग होगा।

$$\therefore \text{वास्तविक औसत} = \frac{100 \times 58 \pm (86 - 68)}{100}$$

$$= \frac{58 \times 100 + 18}{100} = \frac{5800 + 18}{100}$$

$$= \frac{5818}{100} \Rightarrow 58.18 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 13.** एक आदमी अपनी यत्रा का  $\frac{1}{3}$  भाग रेलगाड़ी

से 60 किमी./घंटा की चाल से अगला  $\frac{1}{3}$  भाग मोटर

साइकिल से 30 किमी./घंटा की चाल से तथा शेष  $\frac{1}{3}$  भाग

साइकिल से 10 किमी./घंटा की चाल से चलता है, तो पूरी यात्रा के दौरान आदमी की औसत चाल कितनी है?



### हल : परंपरागत विधि

माना कुल दूरी  $3x$  किमी. है।

$\frac{1}{3}$  भाग अर्थात्  $x$  किमी. रेलगाड़ी द्वारा  $60$  किमी./घंटा जाने

$$\text{में लगा समय} = \frac{x}{60} \text{ घंटा}$$

$\frac{1}{3}$  भाग मोटर साइकिल द्वारा  $30$  किमी./घंटा से जाने में लगा

$$\text{समय} = \frac{x}{30} \text{ घंटा}$$

$\frac{1}{3}$  भाग साइकिल द्वारा  $30$  किमी./घंटा से जाने में लगा

$$\text{समय} = \frac{x}{10} \text{ घंटा}$$

$$\begin{aligned} \text{औसत चाल} &= \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल दूरी तय करने में लगा कुल समय}} \\ &= \left( \frac{3x}{\frac{x}{60} + \frac{x}{30} + \frac{x}{10}} \right) \text{किमी./घंटा} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left( \frac{3x}{\left( \frac{1+2+6}{60} \right)} \right) \text{किमी./घंटा} \\ &= \left( \frac{3 \times 60}{9} \right) \text{किमी./घंटा} \\ &= 20 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



### सूत्र विधि :

यदि कोई वस्तु समान दूरियाँ  $x, y$  तथा  $z$  की चाल से चलती है तो पूरी यात्रा के दौरान वस्तु की औसत चाल

$$= \frac{3 \times x \times y \times z}{xy + yz + zx}$$

आदमी की औसत चाल

$$= \left( \frac{3 \times 60 \times 30 \times 10}{60 \times 30 + 30 \times 10 + 10 \times 60} \right) \text{किमी./घंटा}$$

$$= \left( \frac{3 \times 60 \times 30 \times 10}{1800 + 300 + 600} \right) \text{किमी./घंटा}$$

$$= \left( \frac{3 \times 60 \times 30 \times 10}{2700} \right) \text{किमी./घंटा}$$

$$= 20 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

मान लीजिए आदमी द्वारा कुल यात्रा =  $900$  किमी. की है।

$$\begin{array}{ccc} \text{प्रथम } \frac{1}{3} \text{ भाग} & \text{द्वितीय } \frac{1}{3} \text{ भाग} & \text{शेष } \frac{1}{3} \text{ भाग} \\ = 300 \text{ किमी.} & = 300 \text{ किमी.} & = 300 \text{ किमी.} \\ \hline \rightarrow \text{चाल} = 60 & \leftrightarrow \text{चाल} = 30 & \leftrightarrow \text{चाल} = 10 \leftarrow \\ \text{किमी./घंटा} & \text{किमी./घंटा} & \text{किमी./घंटा} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{प्रथम } \frac{1}{3} \text{ भाग जाने} & \text{द्वितीय } \frac{1}{3} \text{ भाग जाने} & \text{शेष } \frac{1}{3} \text{ भाग जाने} \\ \rightarrow \text{में लगा समय} & \leftrightarrow \text{में लगा समय} & \leftarrow \text{में लगा समय} \\ \rightarrow = \frac{300}{60} = 5 \text{ घंटा} & \leftrightarrow = \frac{300}{30} = 10 \text{ घंटा} & \leftarrow = \frac{300}{10} = 30 \text{ घंटा} \end{array}$$

कुल यात्रा  $900$  किमी. जाने में लगा कुल समय =  $(5+10+30)$

$$\text{घंटा है, तो आदमी की औसत चाल} = \frac{900}{45} = 20 \text{ किमी./घंटा होगी} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 14.** पांच व्यक्तियों का औसत अंशदान किसी फंड के लिए  $35$  रु. है। छठां आदमी उनके साथ जुड़ जाता है और वह  $6$  व्यक्तियों के परिणामी औसत से  $35$  रु. अधिक देता है। सभी छः व्यक्तियों का कुल अंशदान क्या होगा? तथा इनका औसत भी ज्ञात कीजिए।



### हल : परंपरागत विधि

पांच व्यक्तियों का औसत अंशदान = 35 रु.  
 पांच व्यक्तियों का कुल अंशदान =  $35 \times 5 = 175$  रु.  
 माना छठे व्यक्ति का अंशदान =  $x$  रु.  
 छ: व्यक्तियों का कुल अंशदान =  $(175 + x)$  रु.

$$\text{छ: व्यक्तियों का परिणामी औसत} = \left( \frac{175+x}{6} \right) \text{रु.}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } x = \frac{175+x}{6} + 35$$

$$x = \frac{175+x+210}{6}$$

$$6x = x + 385$$

$$6x - x = 385$$

$$5x = 385 \Rightarrow x = \frac{385}{5} = 77 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः छ: व्यक्तियों का कुल अंशदान} = 175 + 77 \\ = 252 \text{ रु.}$$

$$\text{छ: व्यक्तियों का औसत} = \frac{252}{6} = 42 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

पांच व्यक्तियों का औसत अंशदान 35 रु. है। छठे व्यक्ति का अंशदान सभी छ: व्यक्तियों के औसत से 35 रु.

अधिक है। यानी अधिक रूपये (35 रु.) को सभी पूर्व के पांचों व्यक्तियों में बराबर-बराबर बांट दिया जाए तो सभी

$$\text{छ: व्यक्तियों का औसत} = 35 + \frac{35}{5} = 35 + 7 = 42 \text{ रु.}$$

प्राप्त होगा। जो सभी छ: व्यक्तियों का अभीष्ट औसत है।

$$\text{अतः छठे व्यक्ति का अंशदान} = 42 + 35 = 77 \text{ रु. होगा} \\ \text{तथा सभी छ: व्यक्तियों का कुल अंशदान} = 42 \times 6 = 252 \text{ रु. होगा।}$$

$$\therefore \text{छ: व्यक्तियों का औसत} = \frac{252}{6} = 42 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 15.** 'A' किसी काम को 4 मिनट में, 'B' 5 मिनट में 'C' 6 मिनट में, 'D' 10 मिनट में तथा 'E' 12 मिनट में पूरा करते हैं। उनके द्वारा की गई प्रति मिनट औसत काम ज्ञात कीजिए।



### हल : परंपरागत विधि

$$A \text{ का 1 मिनट का काम} = \frac{1}{4} \text{ भाग}$$

$$B \text{ का 1 मिनट का काम} = \frac{1}{5} \text{ भाग}$$

$$C \text{ का 1 मिनट का काम} = \frac{1}{6} \text{ भाग}$$

$$D \text{ का 1 मिनट का काम} = \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

$$E \text{ का 1 मिनट का काम} = \frac{1}{12} \text{ भाग}$$

सभी पांचों मजदूरों द्वारा 1 मिनट में कुल किया गया कार्य

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{15+12+10+6+5}{60}$$

$$= \frac{48}{60} = \frac{4}{5} \text{ भाग}$$

अतः पांचों मजदूरों द्वारा प्रति मिनट औसत काम

$$= \frac{\text{एक मिनट में किया गया कुल कार्य}}{\text{मजदूरों की संख्या}}$$

$$= \frac{\frac{4}{5}}{5} = \frac{4}{25} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

## अभ्यास प्रश्न

1. यदि  $39, 48, 51, 63, 75, 83, x$  तथा  $69$  का औसत  $60$  हो, तो  $x$  का मान कितना होगा?
2. एक कक्षा में सोमवार, मंगलवार तथा बुधवार को छात्रों की औसत उपरिथिति  $30$  है और बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार तथा शनिवार को वह  $28$  है। तदनुसार, यदि सभी छः दिन आने वाले छात्रों की औसत संख्या  $27$  रही हो, तो बुधवार को कक्षा में उपरिथित छात्रों की कुल संख्या कितनी थी?
3. पांच वर्ष पहले, चार लड़कों की औसत आयु  $9$  वर्ष थी। उनमें एक नए लड़के के शामिल होने से उन पांचों की वर्तमान औसत आयु  $15$  वर्ष हो गई। तदनुसार, नए लड़के की वर्तमान आयु कितनी है?
4.  $8$  व्यक्तियों के औसत भार में  $2.5$  किग्रा. की वृद्धि हो जाती है जब उनमें से  $56$  किग्रा. भार वाले एक व्यक्ति के स्थान पर नया आदमी आ जाता है। नए आदमी का भार ज्ञात कीजिए।
5. बास्केटबाल की टीम A की औसत लंबाई  $5$  फीट  $11$  इंच है और टीम B की  $6$  फुट  $2$  इंच है। टीम A में  $20$  खिलाड़ी हैं और टीम B में  $18$  खिलाड़ी हैं। अतः उनकी समग्र औसत लंबाई कितनी है?
6. तीन वर्ष पूर्व A, B तथा C की औसत आयु  $27$  वर्ष थी। और पांच वर्ष पूर्व B तथा C की  $20$  वर्ष थी। A की वर्तमान आयु क्या होगी?
7. यदि  $30$  और  $34$  वर्ष के दो व्यक्तियों के स्थान पर  $2$  नए व्यक्ति एक समूह में शामिल कर दिए जाएं, तो  $8$  व्यक्तियों के उस समूह की औसत आयु में  $3$  वर्षों की वृद्धि हो जाती है। तदनुसार, उन दो नए व्यक्तियों की औसत आयु कितनी है?
8. तीन वर्ष पूर्व  $8$  सदस्यों वाले एक परिवार की औसत आयु  $30$  वर्ष थी। यदि परिवार में एक बच्चे को भी सम्मिलित कर लिया जाय, तो परिवार की वर्तमान औसत आयु उतनी ही रहती है। तो बच्चे की वर्तमान आयु कितनी है?
9. एक फैक्टरी में  $100$  कामगारों की औसत आयु  $36.5$  है। उनमें पुरुषों की औसत आयु  $45$  और स्त्रियों की  $28$  है। तदनुसार, फैक्टरी में कार्यरत स्त्रियों की संख्या कितनी है?
10. एक स्कूल के  $34$  छात्रों का माध्य भार  $42$  किग्रा. है। यदि अध्यपक का भार भी शामिल कर दिया जाए, तो माध्य भार  $400$  ग्राम बढ़ जाता है। अध्यपक का भार (किग्रा. में) ज्ञात कीजिए।
11. पांच वर्ष पूर्व P और Q की औसत आयु  $25$  वर्ष थी। P, Q तथा R की आज औसत आयु  $25$  वर्ष है। पांच वर्ष बाद R की आयु कितनी होगी?
12. एक क्रिकेटर ने पहले टेस्ट में  $180$  रन बनाए और दूसरे टेस्ट में  $258$  रन। उसे तीसरे टेस्ट में कितने रन बनाने चाहिए जिससे तीनों टेस्टों में उसके औसत रन  $230$  हो जाय?
13. एक क्रिकेटर ने  $80$  पारियां खेलीं और उनमें  $99$  रन का औसत बनाया। अंतिम पारी में उसने शून्य रन बनाए। अंत में  $100$  की औसत प्राप्ति के लिए अंतिम पारी में उसके कितने रन होने चाहिए थे?
14. एक क्रिकेट खिलाड़ी का,  $15$  मैचों में रनों का औसत  $35$  है। तदनुसार, यदि पहले  $10$  मैचों में उसका औसत  $45$  हो, तो अंतिम  $5$  मैचों का औसत कितना है?
15. एक क्रिकेटर का  $10$  पारियों में रनों का औसत  $60$  है। ग्यारहवीं पारी में वह कितने रन बनाए ताकि उसका औसत बढ़ कर  $62$  रन हो जाए?
16.  $10$  संख्याओं का औसत  $30$  है। तदनुसार यदि प्रत्येक संख्या में  $5$  जोड़ दिया जाए, तो नया औसत कितना होगा?
17.  $60$  औसत वाली  $4$  संख्याओं में पहली, बाद की तीनों के योग की  $\frac{1}{4}$  है। तदनुसार उनमें पहली संख्या कितनी है?
18. तीन संख्याओं  $x, y$  तथा  $z$  का औसत  $45$  है। उनमें  $x$  संख्या,  $y$  तथा  $z$  के औसत से  $9$  अधिक है और  $y$  तथा  $z$  का औसत  $y$  से  $2$  अधिक है। तदनुसार  $x$  तथा  $z$  का अंतर कितना है?

19. तीन संख्याओं का औसत 135 है। उनमें सबसे बड़ी संख्या 195 है और शेष दोनों के बीच का अंतर 20 है। तदनुसार सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।
20. पांच संख्याओं का औसत 7 है। नई संख्याएं सम्मिलित करने पर आठ संख्याओं का औसत 8.5 हो जाता है। तीन नई संख्याओं का औसत क्या होगा?
21. 25 प्रेक्षणों का औसत 13 है। बाद में पता चला कि एक प्रेक्षण को 73 की बजाय 48 के रूप में शामिल कर लिया गया था। तदनुसार नया औसत कितना होगा?
22. अंग्रेजी की परीक्षा में 40 छात्रों के औसत अंक 72 हैं, बाद में यह पता चला कि तीन छात्रों के अंक 64, 62 और 84 गलती से 68, 65 और 73 लिख लिए गए थे। गलतियां सुधारने के बाद औसत क्या होगा?
23. एक व्यक्ति 30 मिनट में 2000 मीटर, 40 मिनट में 1500 मीटर तथा 10 मिनट में 500 मीटर चलता है। तदनुसार उसकी कुल यात्रा का औसत कितने मीटर प्रति मिनट होगा?
24. एक व्यक्ति किसी स्थान पर 20 किमी./घं. की चाल से जाता है तथा वहां से 12 किमी./घं. की चाल से वापस लौटता है। पूरी यात्रा के लिए उसकी औसत चाल कितनी है?
25. एक व्यक्ति A से B तक 6 किमी./घंटा की गति से जाता है और B से A वापस 3 किमी./घंटा की गति से आ जाता है। तदनुसार, उसकी औसत गति कितने किमी./घंटा है?
26. एक बस, 3 किमी. लंबे 4 खंड को क्रमशः 10 किमी./घं., 20 किमी./घं., 30 किमी./घं. तथा 60 किमी./घं. की गति से पार करती है। तदनुसार, उस बस की उस दूरी के लिए, औसत गति कितनी थी?
27. 45 से 65 तक के प्राकृतिक संख्याओं का औसत मान क्या होगा?
28. 50 से 100 तक की विषम संख्याओं का औसत क्या होगा?
29. 3 के प्रथम 10 गुणजों का औसत क्या होगा?
30. 7 के प्रथम 7 गुणजों का औसत क्या होगा?
31.  $x$  संख्याओं का औसत  $y^2$  तथा  $y$  संख्याओं का औसत  $x^2$  है, तो  $(x + y)$  संख्याओं का औसत होगा?
32.  $x$  तथा  $\frac{1}{x}$  का औसत  $m$  हो तो  $x^2$  तथा  $\frac{1}{x^2}$  का औसत कितना होगा?
33. किसी कक्षा में 30 लड़कों की औसत आयु 15 वर्ष है एक लड़के ने जिसकी आयु 20 वर्ष है, कक्षा छोड़ दी और उसके स्थान पर दो लड़के कक्षा में आए जिनकी आयु में 5 वर्ष का अंतर है। यदि सभी लड़कों की औसत आयु अब 15 वर्ष हो जाए तो नए आने वाले लड़कों में से छोटे लड़के की आयु है?
34. एक पति तथा पत्नी की 4 वर्ष पूर्व शादी के समय औसत आयु 27 वर्ष थी, अब पति-पत्नी तथा एक नए पैदा होने वाले बच्चे की औसत आयु 21 वर्ष है, बच्चे की वर्तमान आयु है?
35. प्रथम 26 प्राकृतिक संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?
36. प्रथम 15 सम संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?
37.  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2$  का औसत ज्ञात कीजिए?
38. प्रथम 148 विषम संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए?
39. प्रथम 20 प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत ज्ञात कीजिए?
40. एक क्रिकेट खिलाड़ी की 10 पारियों की एक निश्चित औसत रन संख्या थी। 11वीं पारी में उसने 108 रन बनाकर अपने औसत रन संख्या में 6 की वृद्धि कर ली। उसकी रन संख्या क्या है?
41. एक क्रिकेट खिलाड़ी की 10 पारियों की औसत रन संख्या 32 थी। अगली पारी में वह कितने रन बनाये कि उसकी औसत रनों में 4 की वृद्धि हो जाए?

### अभ्यास प्रश्नों का हल



#### हल 1. परंपरागत विधि

39, 48, 51, 63, 75, 83, x तथा 69 ने औसत 60 है।

$$\frac{39+48+51+63+75+83+x+69}{8} = 60$$

$$428 + x = 60 \times 8$$

$$x = 480 - 428$$

$$x = 52$$

अतः x का मान 52 होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



#### सामान्य समझ पर

औसत का अर्थ है छोटी, बड़ी संख्याओं को कम या अधिक करके एक समान रूप में लाना। सभी संख्याओं का औसत 60 है। अब 60 में से सभी संख्याओं को घटाने पर प्राप्त प्रतिफल को 60 में जोड़ देने पर हमें x का मान आसानी से ज्ञात हो जाएगा।

देखें-

$$60 - 39 = +21$$

$$60 - 48 = +12$$

$$60 - 51 = +9$$

$$60 - 63 = -3$$

$$60 - 75 = -15$$

$$60 - 83 = -23$$

x

$$\underline{60 - 69 = -9}$$

योग 'x' का अभीष्ट मान =  $60 + (-8)$

$$= 60 - 8$$

$$= 52 \text{ होगा।}$$

$\Rightarrow$  उत्तर



#### हल 2. सोम, मंगल एवं बुध को उपस्थित छात्रों की

$$\text{कुल संख्या} = 30 \times 3 = 90$$

$$\text{बुध, गुरु, शुक्र एवं शनि को उपस्थित छात्रों की कुल संख्या} = 28 \times 4 = 112$$

$$\text{सभी छ: दिन आने वाले छात्रों की संख्या} = 27 \times 6 \\ = 162$$

$$\text{अतः बुधवार को उपस्थित छात्रों की संख्या} \\ = (90 + 112) - 162 \\ = 202 - 162 \Rightarrow 40 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

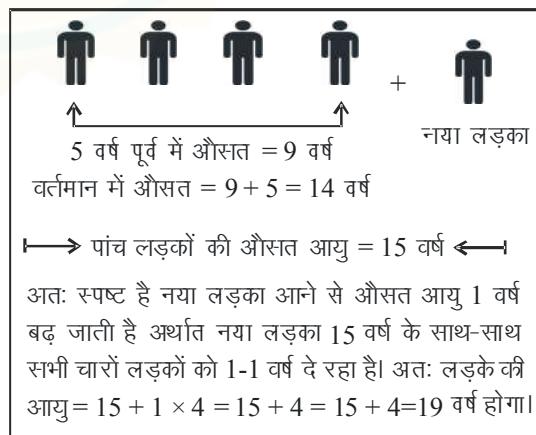


#### हल 3. सामान्य समझ पर

5 वर्ष पूर्व में चारों की औसत आयु = 9 वर्ष है एक नए लड़के के आ जाने से अब वर्तमान में औसत आयु 15 वर्ष हो गई है अर्थात् पांचों की कुल आयु =  $15 \times 5 = 75$  वर्ष होगी तथा पूर्व के चारों लड़कों की औसत आयु में 5 वर्ष की वृद्धि होगी यानी अब चारों लड़कों की कुल आयु =  $4 \times (9 + 5) = 4 \times 14 \Rightarrow 56$  वर्ष है।

नए लड़के के आने से कुल आयु 75 वर्ष हो जा रही है।

$$\text{अतः नए लड़के की आयु} = (75 - 56) \text{ वर्ष} \\ = 19 \text{ वर्ष होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$





#### हल 4. सूत्र विधि :

नए आदमी का भार = जाने वाले व्यक्ति का भार +  
व्यक्तियों की संख्या × औसत में वृद्धि  
 $= 56 + 8 \times 2.5$   
 $= 56 + 20.0 \Rightarrow 76$  किग्रा. होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



#### हल 5. सूत्र विधि :

टीम	खिलाड़ी	औसत लंबाई	कुल लंबाई
A	20	5 फिट 11 इंच = 71 इंच	$20 \times 71 = 1420$ इंच
B	18	6 फिट 2 इंच = 74 इंच	$18 \times 74 = 1332$ इंच

समग्र औसत लंबाई  $= \frac{1420 + 1332}{20 + 18} = \frac{2752}{38} = 72.42$  इंच  
 $\Rightarrow$  उत्तर



#### सामान्य समझ पर

टीम 'A' के 20 खिलाड़ियों का औसत लंबाई '71' इंच है जबकि टीम 'B' के खिलाड़ियों का औसत लंबाई '74' इंच है। जो टीम 'A' के खिलाड़ियों की लंबाई से 3 इंच (74 - 71) अधिक है। अतः 18 खिलाड़ियों का 3-3 इंच =  $18 \times 3 = 54$  इंच अधिक।

अब इस 54 इंच को सभी 38 (20 + 18) खिलाड़ियों में बराबर बराबर बांट कर दें तो सभी लंबाई बराबर हो जाएगी।

अर्थात् सभी खिलाड़ियों का औसत लंबाई  $= 71 + \frac{54}{38}$   
 $= 71 + 1.42 \Rightarrow 72.42$  इंच  $\Rightarrow$  उत्तर



#### हल 6. परंपरागत विधि

तीन वर्ष पूर्व A, B तथा C की औसत आयु = 27 वर्ष थी,  
तो वर्तमान में A, B तथा C की औसत आयु =  $27 + 3 = 30$  वर्ष होगी।

अर्थात्  $A + B + C = 30 \times 3 = 90$  वर्ष ... (i)

तथा पांच वर्ष पूर्व B तथा C की औसत आयु 20 वर्ष थी तो वर्तमान में इनकी औसत आयु  $25(20+5)$  वर्ष होगी। यदि A आ जाता है B तथा C के साथ तो इनकी औसत आयु 25 वर्ष बढ़कर 30 वर्ष हो जाती है। यानी A की आयु 30 वर्ष तो होगी ही साथ ही साथ 5-5 वर्ष B तथा C को भी देता है (बराबर करने के लिए)।

अतः A की आयु  $= (30 + 5 + 5)$  वर्ष होगी

$= 40$  वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर



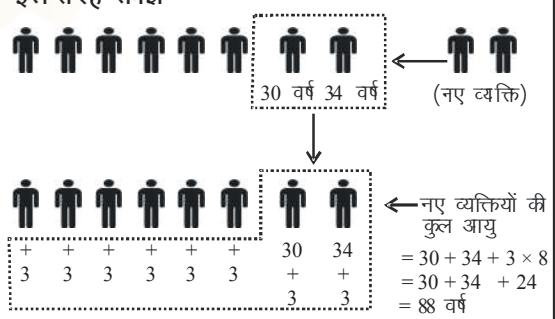
#### हल 7. सामान्य समझ पर

स्पष्ट है कि नए व्यक्तियों की आयु में 30 एवं 34 वर्ष शामिल है तथा 8 व्यक्तियों की औसत आयु में 3 वर्ष जो वृद्धि हो रही है वह भी शामिल है।

$\therefore$  नए व्यक्तियों की कुल आयु  $= 30 + 34 + (3 \times 8)$   
 $= 30 + 34 + 24$   
 $= 88$  वर्ष

अतः नए व्यक्तियों की औसत आयु  $= \frac{88}{2} = 44$  वर्ष  
 $\Rightarrow$  उत्तर

#### इस तरह समझें





### हल 8. सामान्य समझ पर

तीन वर्ष पूर्व 8 सदस्यों वाले एक परिवार की औसत आयु = 30 वर्ष थी तो वर्तमान में 8 सदस्यों की औसत आयु =  $30 + 3 = 33$  वर्ष होगी। यदि एक बच्चा परिवार में शामिल कर लिया जाए तो 9 सदस्यीय परिवार की औसत आयु 30 वर्ष हो जाती है, अर्थात् बच्चे की आयु शामिल कर लेने से सभी 8 सदस्यों की आयु में 3-3 वर्ष की कमी हो जाती है यानि  $8 \times 3 = 24$  वर्ष की कमी।  
अतः बच्चे की आयु =  $30 - 24 = 6$  वर्ष होगी।

इस प्रकार स्त्री एवं पुरुष की संख्या बराबर-बराबर है।

अर्थात् 100 कामगारों में 50 स्त्री एवं 50 पुरुष हैं।

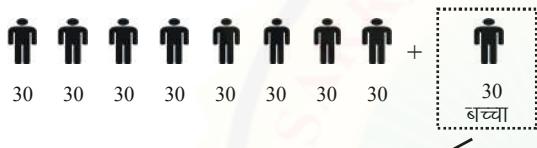
अतः स्त्रियों की संख्या = 50 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 10. सामान्य समझ पर



#### इस तरह समझें



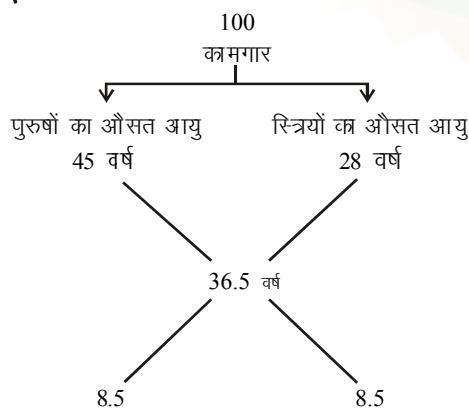
बच्चे को सम्मिलित करने पर सभी की आयु में 3-3 वर्ष की कमी है अर्थात् परिवार के 8 सदस्यों में 24 वर्ष ( $8 \times 3$ ) की कमी है।

अतः बच्चे की आयु = 30 वर्ष में 24 वर्ष कम ( $30 - 24 = 6$ ) वर्ष है।

$\Rightarrow$  उत्तर



### हल 9. मिश्रण विधि



### हल 11. परंपरागत विधि

पांच वर्ष पूर्व P और Q की औसत आयु = 25 वर्ष

वर्तमान में P और Q की औसत आयु =  $25 + 5$

= 30 वर्ष

वर्तमान में P और Q की औसत आयु =  $2 \times 30 = 60$  वर्ष

P, Q एवं R की वर्तमान आयु का योग = औसत आयु  $\times$  संख्या  
=  $25 \times 3 = 75$  वर्ष

$\therefore$  R की वर्तमान आयु =  $75 - 60 = 15$  वर्ष

$\therefore$  5 वर्ष बाद R की आयु =  $15 + 5 = 20$  वर्ष।

$\Rightarrow$  उत्तर



## हल 12. परंपरागत विधि

पहला टेस्ट = 180 रन

दूसरा टेस्ट = 258 रन

तीसरा टेस्ट =?

प्रश्नानुसार,

$$\frac{180 + 258 + \text{तीसरा टेस्ट}}{3} = 230$$

$$438 + \text{तीसरा टेस्ट} = 230 \times 3$$

$$\text{तीसरा टेस्ट} = 690 - 438 = 252 \text{ रन}$$

अतः क्रिकेटर ने तीसरे टेस्ट में 252 रन बनाये।

⇒ उत्तर



## सामान्य समझ पर

इस प्रश्न पर इस तरह से विचार किया जाया यदि दूसरे टेस्ट रन में से यानि 258 रन में से 28 रन ( $258 - 230$ ) निकालकर पहले टेस्ट रन यानी 180 को दे दिया जाए तो पहला टेस्ट रन  $180 + 28 = 208$  रन हो जाएगा जबकि तीनों टेस्टों का औसत रन 230 है। अतः पहले टेस्ट में 230 करने के लिए 22 रन ( $230 - 208$ ) की ओर आवश्यकता पड़ेगी यानी तीसरे टेस्ट में क्रिकेटर 230 रन के साथ-साथ 22 रन और बनाया है। अतः क्रिकेटर का तीसरे टेस्ट में रन =  $230 + 22 = 252$  रन और बनाया है। ⇒ उत्तर



## हल 13. परंपरागत विधि

80 परियों में 100 का औसत प्राप्त करने के लिए 80 परियों का कुल रन =  $80 \times 100 = 8000$  रन

80 परियों में 99 के औसत रन बनाने पर कुल रन =  $80 \times 99 = 7920$  रन है परंतु अंतिम पारी में उसने शून्य रन बनाये तब औसत 99 प्राप्त हुआ 100 की औसत प्राप्त

करने के लिए उसे अंतिम पारी में  $8000 - 7920 = 80$  रन बनाने चाहिए थे। ⇒ उत्तर



## सामान्य समझ पर

अंतिम पारी में क्रिकेटर शून्य रन बनाए तब औसत 99 प्राप्त हुआ। 100 की औसत प्राप्त करने के लिए क्रिकेटर को सभी 80 परियों में 1-1 रन और बनाने चाहिए था अर्थात  $1 \times 80 = 80$  रन। अतः अंतिम पारी में क्रिकेटर को 80 रन बनाने चाहिए थे। ⇒ उत्तर



## हल 14. परंपरागत विधि

क्रिकेटर का 15 मैचों में रनों का औसत = 35

$$\therefore 15 \text{ मैचों में कुल रन} = 35 \times 15 = 525$$

$$\text{पहले } 10 \text{ मैचों में रनों का औसत} = 45$$

$$\therefore 10 \text{ मैचों में कुल रन} = 45 \times 10 = 450$$

$$\text{अंतिम पांच मैचों का कुल रन} = 525 - 450 = 75$$

$$\text{अंतिम पांच मैचों में रनों का औसत} = \frac{75}{5} = 15$$

⇒ उत्तर



## हल 15. सूत्र विधि

ग्यारहवीं पारी का रन = ग्यारह परियों का कुल रन - दस परियों का कुल रन  
 $= 11 \times 62 - 10 \times 60$   
 $= 682 - 600 \Rightarrow 82 \Rightarrow \text{उत्तर}$



## सामान्य समझ पर

ग्यारहवीं पारी में क्रिकेटर इतना रन बनाता है कि औसत रन 60 से बढ़कर 62 रन हो जाता है अर्थात 2 रन की वृद्धि सभी परियों में हो रहा है। अतः ग्यारहवीं पारी का रन =  $62 + 2 \times 10 = 62 + 20 = 82$  होगा।  
(पिछली 10 परियों में 2-2 रन की वृद्धि है)

⇒ उत्तर



### हल 16. परंपरागत विधि

10 संख्याओं का औसत = 30

10 संख्याओं का कुल मान =  $10 \times 30 = 300$

यदि सभी संख्याओं में 5 जोड़ा जाय तो 10 संख्याओं का कुल मान =  $300 + 10 \times 5 = 350$

अब नए मान का नया औसत =  $\frac{350}{10} = 35$  होगा।

⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

प्रत्येक संख्या में जितना बराबर-बराबर अंक जोड़ा जाता है, औसत में भी उतने अंक की वृद्धि होती है।  
अतः नया औसत =  $30 + 5 = 35$  होगा।



### हल 17. परंपरागत विधि

माना संख्याएं क्रमशः A, B, C एवं D हैं।

अतः  $\frac{A+B+C+D}{4} = 60$

$A+B+C+D = 60 \times 4 = 240$

प्रश्नानुसार,

$$A = \frac{B+C+D}{4}$$

$$4A = B+C+D$$

B + C + D का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$A + 4A = 240$$

$$5A = 240$$

$$A = \frac{240}{5} = 48$$

अतः पहली संख्या 48 होगी। ⇒ उत्तर



### हल 18. परंपरागत विधि

प्रथम शर्त  $\frac{x+y+z}{3} = 45$

$$x+y+z = 45 \times 3 = 135$$

.....(i)

$$\text{द्वितीय शर्त, } x-9 = \frac{y+z}{2}$$

$$y+z = 2x-18$$

समीकरण (i) में  $y+z = 2x-18$  रखने पर

$$x+2x-18 = 135$$

$$3x = 135+18$$

$$x = \frac{153}{3} = 51$$

तृतीय शर्त,

$$y+2 = \frac{y+z}{2}$$

$$y+z = 2y+4$$

$$y = z - 4$$

y का समीकरण (i) में रखने पर

$$x+z-4+z = 135$$

$$51+2z-4 = 135$$

$$2z = 135-51+4$$

$$z = \frac{88}{2} = 44$$

$$x-z = 51-44 = 7 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः x और z का अंतर = 7 होगा।



### हल 19. परंपरागत विधि

माना सबसे छोटी संख्या x है।

∴ दूसरी संख्या =  $x+20$  होगी।

तथा बड़ी संख्या = 195 है।

∴ संख्याओं का औसत =  $\frac{x+x+20+195}{3}$

$$135 \times 3 = 2x+215$$

$$2x = 405 - 215$$

$$2x = 190$$

$$x = 95$$

अतः सबसे छोटी संख्या = 95 होगी। ⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

सबसे बड़ी संख्या 195 है जो औसत से 60 (195 - 135)

अधिक है। इस 60 में से सबसे छोटी संख्या को 40 एवं

दूसरी संख्या को 20 दिया गया है, (क्योंकि दूसरी संख्या, छोटी संख्या से 20 बड़ी है) अब औसत में से क्रमशः 40 एवं 20 घटाने पर क्रमशः सबसे छोटी संख्या एवं दूसरी संख्या प्राप्त हो जाएगी।

अतः सबसे छोटी संख्या =  $135 - 40 = 95$  होगी।

⇒ उत्तर



### हल 20. परंपरागत विधि

पांच संख्याओं का औसत = 7

$$\therefore \text{पांच संख्याओं का कुल योग} = 5 \times 7 = 35$$

आठ संख्याओं का औसत = 8.5

$$\therefore \text{आठ संख्याओं का कुल योग} = 8.5 \times 8 = 68.0$$

तीन नई संख्याओं का योग =  $68 - 35 = 33$

$$\therefore \text{तीन नई संख्याओं का औसत} = \frac{33}{3} \Rightarrow 11 \text{ होगा।}$$

⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

तीन नई संख्याओं को सम्मिलित कर लेने से औसत में  $1.5 (8.5 - 7)$  की वृद्धि है अर्थात् पूर्व की पांचों संख्याओं को

तीन नई संख्याओं के योग में से  $1.5 - 1.5$  दिया जाता है।

$$\begin{aligned} \text{तीन नई संख्याओं का कुल योग} &= 8.5 \times 3 + 1.5 \times 5 \\ &= 25.5 + 7.5 \Rightarrow 33 \end{aligned}$$

$$\text{अतः तीन नई संख्याओं का औसत} = \frac{33}{3} = 11 \text{ होगा।}$$

⇒ उत्तर



### हल 21. सूत्र विधि

$$\text{नया औसत} = \frac{\text{कुल प्रेक्षण का मान} - \text{गलती का अंक} + \text{सही का अंक}}{\text{कुल प्रेक्षण संख्या}}$$

$$= \frac{25 \times 13 - 48 + 73}{25}$$

$$= \frac{325 + 25}{25} = \frac{350}{25} \Rightarrow 14 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

25 प्रेक्षणों का औसत = 13 है। एक प्रेक्षण को 73 के बजाय 48 के रूप में शामिल कर लिया गया। यानी  $25(73 - 48)$  की कमी हो गई। यह 25 सभी 25 प्रेक्षणों में बराबर बांटा जाए तो सभी को 1-1 प्राप्त होगा।

इस प्रकार नया औसत भी 13 से बढ़कर 14 ( $13+1$ ) हो जाएगा।

अतः नया औसत = 14 होगा। ⇒ उत्तर



### हल 22. सूत्र विधि :

वास्तविक औसत =

$$\frac{40 \times 72 + (64 + 62 + 84) - (68 + 65 + 73)}{40}$$

$$= \frac{2880 + 210 - 206}{40} = \frac{2884}{40} \Rightarrow 72.1$$

अतः गलतियां सुधारने के बाद वास्तविक औसत अंक = 72.1 होगा। ⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

अंग्रेजी की परीक्षा में 40 छात्रों के औसत अंक 72 है। बाद में यह पता चला कि तीन अंक 60, 62 एवं 84 गतली से 68, 65 एवं 73 लिख गए यानी  $64 + 62 + 84 = 210$  के स्थान पर  $68 + 65 + 73 = 206$  हो गया अर्थात्  $4 (210 - 206)$  कम लिखा गया है। अब इस 4 को सभी 40 छात्रों में

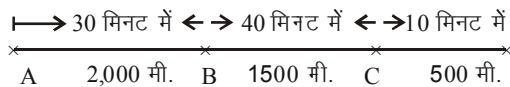
बराबर-बराबर बांटने पर  $0.1 \left( \frac{4}{40} \right)$  प्राप्त होगा। यह .1

औसत में वृद्धि होगा। अतः अभीष्ट औसत =  $72 + 0.1 \Rightarrow 72.1$  होगा। ⇒ उत्तर



### हल 23. सामान्य समझ पर

$$\text{कुल दूरी यत्रा} = (2000+1500+500) \text{ मी.} \\ = 4000 \text{ मी.}$$



$$\text{औसत यात्रा मीटर प्रति मिनट} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल लगा समय}} \\ = \frac{4000}{(30+40+10)} = \frac{4000}{80} \\ = 50 \text{ मीटर/मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



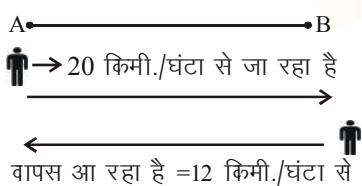
### हल 24. सूत्र विधि

$$\text{औसत चाल} = \frac{2xy}{x+y} \\ = \frac{2 \times 20 \times 12}{(20+12)} = \frac{480}{32} \\ = 15 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

मान लीजिए स्थान 'A' और स्थान 'B' के बीच की दूरी 120 किमी. है।



$$20 \text{ किमी./घंटा की चाल से जाने में लगा समय} = \frac{120}{20} = 6 \text{ घंटा}$$

$$12 \text{ किमी./घंटा की चाल से वापस आने में लगा समय} = \frac{120}{12} = 10 \text{ घंटा}$$

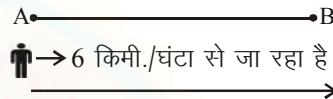
$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{120+120}{6+10} = \frac{240}{16} \text{ किमी./घंटा} \\ = 15 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 25. सामान्य समझ पर

मान लीजिए स्थान 'A' और स्थान 'B' के बीच की दूरी 6 किमी. है।



$$3 \text{ किमी./घंटा से वापस आ रहा है}$$

स्थान 'A' से 'B' तक जाने में लगा समय =  $\frac{6}{6} = 1$  घंटा

स्थान 'B' से 'A' तक वापस आने में लगा समय

$$= \frac{6}{3} = 2 \text{ घंटा}$$

$$\text{औसत चाल} = \frac{6+6}{1+2} = \frac{12}{3} = 4 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

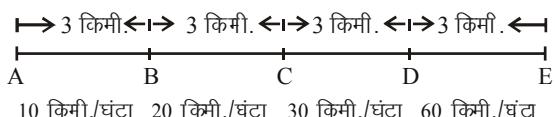


### सूत्र विधि

$$\text{औसत चाल} = \frac{2xy}{x+y} \\ = \frac{2 \times 6 \times 3}{6+3} = \frac{36}{9} \\ = 4 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 26. सामान्य समझ पर



$$\text{प्रथम खंड को पार करने में लगा समय} = \frac{3}{10} \text{ घंटा}$$

$$\text{द्वितीय खंड को पार करने में लगा समय} = \frac{3}{20} \text{ घंटा}$$

$$\text{तृतीय खंड को पार करने में लगा समय} =$$

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ घंटा}$$

$$\text{चतुर्थ खंड को पार करने में लगा समय} =$$

$$\frac{3}{60} = \frac{1}{20} \text{ घंटा}$$

$$\begin{aligned} \text{कुल दूरी} &= \text{चारों खंडों की दूरी} \\ &= 3 \times 4 = 12 \text{ किमी.} \end{aligned}$$

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{12}{\frac{3}{10} + \frac{3}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}}$$

$$= \frac{12}{\frac{6+3+2+1}{20}} = \frac{12 \times 20}{12}$$

$$= 20 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः बस की औसत चाल = 20 किमी./घंटा है।



### हल 27. परंपरागत विधि

n प्राकृतिक संख्याओं का औसत

$$= \frac{n \text{ प्राकृतिक संख्याओं का योग}}{\text{कुल संख्या}}$$

$$n \text{ प्राकृतिक संख्या का योग} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

[जहाँ a प्रथम पद तथा d सार्वन्तर है।]

45 से 65 तक प्राकृतिक संख्याओं का योग

$$= \frac{21}{2} \{2 \times 45 + (21-1)l\}$$

[a = 45, d = 1, n = 21 लिया गया]

$$= \frac{21}{2} (90 + 20)$$

$$= \frac{21}{2} \times 110$$

45 से 65 तक प्राकृतिक संख्याओं का औसत

$$= \frac{\frac{21}{2} \times 110}{21} = 55 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

ऐसे प्रश्नों को एक निश्चित नियम का प्रयोग करके कम समय एवं सरलतम ढंग से हल किया जा सकता है। कोई समान्तर श्रेणी का औसत जिसका प्रथम और अंतिम

$$\text{पद ज्ञात हो तो औसत} = \frac{\text{प्रथम संख्या} + \text{अंतिम संख्या}}{2}$$

$$= \frac{45 + 65}{2} = \frac{110}{2} \Rightarrow 55 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 28. सामान्य समझ पर

50 से 100 तक विषम संख्याएं क्रमशः

51, 53, ..... 97, 99 होंगी। (यह एक समान्तर श्रेणी है)

$$\text{औसत} = \frac{\text{प्रथम संख्या} + \text{अंतिम संख्या}}{2}$$

$$= \frac{51 + 99}{2} = \frac{150}{2} \Rightarrow 75 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 29. सामान्य समझ पर

3 के प्रथम 10 गुणज क्रमशः

3, 6, ..... 30 होंगे (यह एक समान्तर श्रेणी है)

$$\text{औसत} = \frac{3 + 30}{2} = \frac{33}{2} = 16.5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 30. सामान्य समझ पर

7 के प्रथम 7 गुणज क्रमशः

7, 14, ..... 49 होंगे (यह एक समान्तर श्रेणी है)

$$\text{औसत} = \frac{7+49}{2} = \frac{56}{2} = 28 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 31. परंपरागत विधि

$$x \text{ संख्याओं का औसत} = y^2$$

$$x \text{ संख्याओं का कुल योग} = xy^2$$

$$y \text{ संख्याओं का औसत} = x^2$$

$$y \text{ संख्याओं का कुल योग} = yx^2$$

$$x + y \text{ संख्याओं का औसत} = \frac{xy^2 + yx^2}{x + y}$$

$$= \frac{xy(y+x)}{x+y} = xy$$



### हल 32. परंपरागत विधि

$$x \text{ तथा } \frac{1}{x} \text{ का औसत } m \text{ हो तो}$$

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{2} = m$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2m$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ का औसत} = \frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} [ (2m)^2 - 2 ]$$

$$= \frac{1}{2} \times 4m^2 - \frac{1}{2} \times 2$$

$$= 2m^2 - 1$$

$$\text{अतः } x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ का औसत } 2m^2 - 1 \text{ होगा।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 33. परंपरागत विधि

$$30 \text{ लड़कों की औसत आयु} = 15 \text{ वर्ष}$$

$$30 \text{ लड़कों की कुल आयु} = 30 \times 15 \text{ वर्ष} = 450 \text{ वर्ष}$$

$$\text{एक लड़के के जाने के बाद आयु} = (450 - 20) \text{ वर्ष}$$

$$= 430 \text{ वर्ष}$$

$$\text{दो लड़के आने पर कुल } 31 \text{ लड़कों की आयु} = 430 + x + x + 5$$

$$(\text{माना एक लड़के की आयु } x \text{ है तो दूसरे की आयु } (x + 5) \text{ होगी})$$

प्रश्नानुसार

$$31 \times 15 = 430 + x + x + 5$$

$$465 = 430 + 2x + 5$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

अतः छोटे लड़के की आयु 15 वर्ष होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि दोनों नए बच्चों की आयु 15-15 वर्ष तो होगी साथ ही 20 वर्ष के बच्चे के जाने से कुल आयु में 5 वर्ष की कमी को भी पूरा करेंगे। यानी दोनों नए बच्चों की कुल आयु =  $15 + 15 + 5 = 35$  वर्ष होगी।

दोनों बच्चों की आयु में 5 वर्ष का अंतर है इस प्रकार एक बच्चा 20 वर्ष तथा दूसरा 15 वर्ष का होगा। इसलिए छोटे बच्चे की आयु 15 वर्ष होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 34. परंपरागत विधि

$$4 \text{ वर्ष पूर्व पति और पत्नी की औसत आयु} = 27 \text{ वर्ष}$$

$$4 \text{ वर्ष पूर्व पति और पत्नी की कुल आयु} = 27 \times 2 \text{ वर्ष} \\ = 54 \text{ वर्ष}$$

$$\text{अतः पति और पत्नी की वर्तमान आयु} = (54 + 4 + 4) \text{ वर्ष} \\ = 62 \text{ वर्ष}$$

बच्चे सहित पति-पत्नी की वर्तमान औसत आयु = 21 वर्ष  
 बच्चे सहित पति-पत्नी की कुल वर्तमान आयु =  $21 \times 3$  वर्ष  
 $= 63$  वर्ष

अतः बच्चे की उम्र =  $63 - 62 = 1$  वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

पति-पत्नी की वर्तमान औसत आयु =  $27 + 4 = 31$  वर्ष  
 पति-पत्नी की कुल वर्तमान आयु =  $31 \times 2 = 62$  वर्ष  
 बच्चे सहित पति-पत्नी की कुल वर्तमान आयु =  $21 \times 3$  वर्ष  
 $= 63$  वर्ष

बच्चे की वर्तमान आयु =  $63 - 62 = 1$  वर्ष  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 35. सूत्र विधि

$$n=26$$

$$\text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं का औसत} = \frac{n+1}{2}$$

$$\therefore \text{प्रथम } 26 \text{ प्राकृतिक संख्याओं का औसत} = \frac{26+1}{2} \\ = \frac{27}{2} = 13.5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 36. सूत्र विधि

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं का औसत} = n + 1$$

$$\text{प्रथम } 15 \text{ सम संख्याओं का औसत} = 15 + 1 = 16 \text{ होगा।}$$

[क्योंकि प्रथम  $n$  सम संख्याओं का औसत =  $n + 1$  होता है]  
 $\Rightarrow$  उत्तर



हल 37. सूत्र विधि

सूत्र : प्रथम  $n$  प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का औसत

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

दिये गये प्रश्न में  $n = 7$

$$\therefore \text{अभीष्ट औसत} = \frac{(7+1)(2 \times 7+1)}{6}$$

$$= \frac{8 \times 15}{6} = 20 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 38. सूत्र विधि

प्रथम  $n$  विषम संख्याओं का औसत =  $n$

$\therefore$  प्रथम 148 विषम संख्याओं का औसत 148 ही होगा।  
 $\Rightarrow$  उत्तर



हल 39. सूत्र विधि

$$\text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत} = \frac{n(n+1)^2}{4}$$

$$\therefore \text{प्रश्न } 20 \text{ प्राकृतिक संख्याओं के घनों का औसत} = \frac{20(20+1)^2}{4} \\ = \frac{20 \times 21 \times 21}{4} \Rightarrow 2205 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 40. परंपरागत विधि

$$\text{माना } 10 \text{ परियों का औसत रन संख्या} = x$$

$$\text{तब } 11 \text{ परियों की औसत रन संख्या} = x + 6$$

$$11 \times (x+6) - 10x = 108$$

$$11x + 66 - 10x = 108$$

$$x = 108 - 66$$

$$x = 42$$

$$\text{अतः } 11 \text{ परियों की औसत रन संख्या} = x + 6$$

$$= 42 + 6$$

$$= 48 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 41. परंपरागत विधि

$$10 \text{ परियों की कुल रन संख्या} = 32 \times 10 = 320$$

$$11 \text{ परियों की औसत रन संख्या} = (32 + 4) = 36$$

$$11 \text{ परियों की कुल रन संख्या} = 36 \times 11 = 396$$

$$\text{अभीष्ट रनों की संख्या} = (396 - 320) = 76 \Rightarrow \text{उत्तर}$$















सामान्य समझ पर

$$60\% \text{ व्यक्ति अर्जित करते हैं} = 75\%$$

$$\text{समान दर पर } 40\% \text{ व्यक्ति अर्जित करते हैं} = \frac{75 \times 40}{60} = 50\%$$

$$50\% \text{ धनराशि एकत्र होगी} = 600 \text{ रु. देने से}$$

$$25\% \text{ धनराशि होगी} = \frac{600 \times 25}{50} = 300 \text{ रु. देने से।}$$



प्रश्न 17. 7 बच्चों के एक समूह की औसत उम्र 12 वर्ष है।

एक 6 वर्षीय बच्चा समूह छोड़कर चला जाता है। 2 वर्ष बाद

शेष सदस्यों की औसत आयु क्या होगी ?

- (a) 12 वर्ष
- (b) 13 वर्ष
- (c)  $14\frac{1}{2}$  वर्ष
- (d) 15 वर्ष

D.M.R.C. (स्टेशन प्रबंधक) परीक्षा, 2005

उत्तर-(d)



हल : परंपरागत विधि

$$7 \text{ बच्चों के उम्र का योग} = 12 \times 7 \Rightarrow 84 \text{ वर्ष}$$

एक 6 वर्षीय बच्चे द्वारा समूह छोड़कर जाने के बाद शेष 6

$$\text{बच्चों के उम्र का योग} = 84 - 6 \Rightarrow 78 \text{ वर्ष}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ वर्ष पश्चात शेष } 6 \text{ बच्चों के उम्र का योग} &= 78 + 2 \times 6 \\ &= 90 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\therefore 2 \text{ वर्ष बाद शेष } 6 \text{ बच्चों की औसत आयु} = \frac{90}{6} \Rightarrow 15 \text{ वर्ष}$$



सामान्य समझ पर

6 वर्ष का बच्चा समूह छोड़कर जाता है तो  $12 - 6 = 6$  वर्ष

सभी 6 बच्चों में बराबर से बंटने पर सभी की औसत आयु

एक वर्ष बढ़ जाएगी।

$$\text{औसत आयु} = 12 + 1 = 13 \text{ वर्ष}$$

$$2 \text{ वर्ष बाद औसत आयु} = 13 + 2 = 15 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न 18. एक पन्सारी के 5 लगातार महीनों की बिक्री 6,435 रु., 6,927 रु., 6,855 रु., 7,230 रु. और 6,562 रु. रही है। छठे महीने में उसकी बिक्री कितनी रहनी चाहिए कि औसत बिक्री 6,500 रु. हो?

- (a) 4,991 रु.
- (b) 5,991 रु.
- (c) 6,001 रु.
- (d) 6,991 रु.

R.R.C. दिल्ली (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013, 2014

R.R.C. जबलपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

R.R.C. मुंबई (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

R.R.C. बिलासपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

उत्तर-(a)



हल : परंपरागत विधि

माना छठे माह की बिक्री =  $x$  रु.

$$\begin{aligned} \text{पांच माह की कुल बिक्री} &= 6435 + 6927 + 6855 + 7230 + 6562 \text{ रु.} \\ &= 34009 \text{ रु.} \end{aligned}$$

छठे माह तक कुल बिक्री =  $x$

$$\therefore \text{कुल औसत} = 6500$$

$$6500 = \frac{34009 + x}{6}$$

$$6500 \times 6 = 34009 + x$$

$$x = 39000 - 34009 \Rightarrow 4991 \text{ रु.}$$



सामान्य समझ पर

विभिन्न माहों में 6500 से अंतर

$$1. 6435 - 6500 = (-) 65$$

$$2. 6927 - 6500 = 427$$

$$3. 6855 - 6500 = 355$$

$$4. 7230 - 6500 = 730$$

$$5. 6562 - 6500 = \underline{62}$$

$$\text{कुल अंतर} = 1509$$

$$6 \text{वें माह की बिक्री} = 6500 - 1509 = 4991$$



$$= \frac{4900 + 1340 + 2160}{12}$$

$$= \frac{8400}{12} = 700 \text{ रु}$$

प्रश्न 22. निम्नलिखित में से कौन पांच क्रमागत सम संख्याओं a, b, c, d और e का औसत निरूपित करता है ?

(a)  $\frac{a+c+e}{5}$

(b)  $\frac{b+c+d}{2}$

(c)  $\frac{b+d}{2}$

(d)  $\frac{e-a}{2}$

U.P.P.C.S. (Mains) 2014

उत्तर-(c)



हल : परंपरागत विधि

क्रमागत संख्याओं का औसत =  $\frac{\text{पहली संख्या} + \text{अंतिम संख्या}}{2}$

या  $\frac{\text{दसरी संख्या} + \text{अंतिम से पहले वाली संख्या}}{2}$

यहां पर पांच क्रमागत सम संख्याएं क्रमशः a, b, c, d व e हैं।

अतः इनका औसत =  $\frac{a+e}{2}$

या =  $\frac{b+d}{2}$  होगा।



प्रश्न 23. a, b, c, d का माध्य 50 है। यदि

A = a - 5, B = b - 10, C = c - 25 और D = d - 40,

तो A, B, C, D का माध्य है :

(a) 25

(b) 30

(c) 41

(d) 50

U.P.P.C.S. (Main) 2015

उत्तर-(b)



हल : परंपरागत विधि

$\therefore a, b, c, d$  का माध्य 50 है

$$\therefore \frac{a+b+c+d}{4} = 50$$

$$\therefore a+b+c+d = 200 \dots(i)$$

पुनः A = a - 5, B = b - 10, C = c - 25 तथा D = d - 40

अतः A, B, C तथा D का माध्य

$$= \frac{A+B+C+D}{4}$$

$$= \frac{a-5+b-10+c-25+d-40}{4}$$

$$= \frac{a+b+c+d - (5+10+25+40)}{4}$$

$$= \frac{200-80}{4} \{ \text{समी. (1) से } \}$$

$$= \frac{120}{4} \Rightarrow 30$$

अतः A, B, C तथा D का माध्य 30 है।



प्रश्न 24. एक टेस्ट में छ: विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंक 12, 25, 18, 18, 20, 22 हैं। विद्यार्थियों की संख्या जिनके अंक औसत अंक से अधिक हो, होगी-

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

U.P.P.C.S. (Mains) 2014

उत्तर-(c)



हल : परंपरागत विधि

छ: विद्यार्थियों के प्राप्त अंक का औसत

$$= \frac{12+25+18+18+20+22}{6}$$

$$= 19.16 \text{ अंक}$$

उन विद्यार्थियों की संख्या जिनके अंक औसत अंक से अधिक

$$\text{हैं} = 25, 20 \text{ एवं } 22 = \text{तीन विद्यार्थी}$$