

पाइप एवं टंकी (Pipe And Cistern)

पाइप तथा टंकी के प्रश्न लगभग 'काम-समय' के प्रश्नों की भांति होते हैं। जैसे- यदि कोई पाइप एक टंकी को 6 घंटे में भरता है, तो एक घंटे में वह इसका $\frac{1}{6}$ भाग भरेगा। काम-समय एवं पाइप व टंकी के प्रश्नों में एक अंतर यह होता है कि इसमें नल या पाइप 2 प्रकार के कार्य करते हैं। एक नल वह जो टंकी को भरता है अर्थात् सकारात्मक कार्य करता है। दूसरा नल वह जो टंकी को खाली करता है अर्थात् नकारात्मक कार्य करता है।

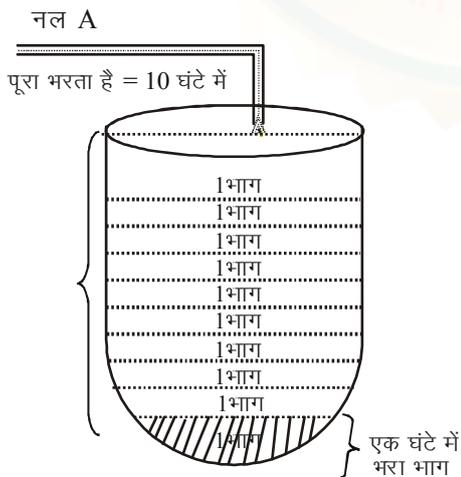
पाइप एवं टंकी के प्रश्नों को हल करने के संदर्भ में कुल 6 प्रकार के सूत्र प्रयोग में लाए जाते हैं जो इस प्रकार हैं-
सूत्र-1. यदि कोई पाइप किसी टंकी को x घंटे में भर सकता है, तो वह 1 घंटे में इसे $\frac{1}{x}$ भाग भरेगा।

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न : यदि एक टंकी को नल A द्वारा 10 घंटे में भरा जा सकता है, तो नल A, 1 घंटे में टंकी का कितना भाग भरेगा?

हल :



चूंकि नल A, टंकी को 10 घंटे में भरता है = पूरा भाग, तो नल A, टंकी को 1 घंटे में भरेगा

$$= \frac{1}{10} \times 1$$

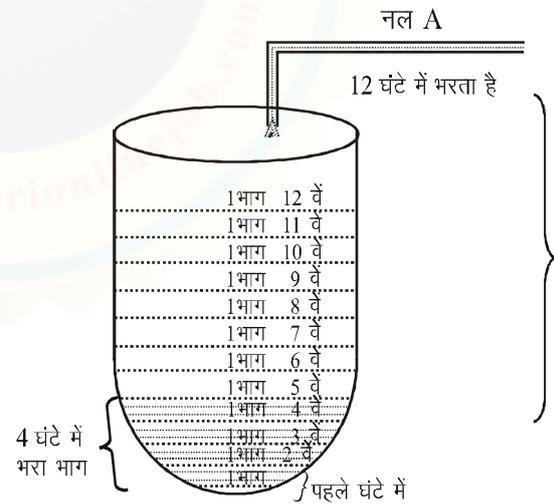
$$= \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

उदाहरणार्थ एक और प्रश्न देखें



प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 12 घंटे में भर सकता है, तो 4 घंटे में टंकी का कितना भाग भरेगा?

हल :



चूंकि नल A, 12 घंटे में भरता है = पूरा भाग

$$\text{तो 4 घंटे में भरा गया भाग} = \frac{1}{12} \times 4 = \frac{1}{3} \text{ भाग}$$

पूर्णांक विधि

जैसा कि काम-समय के अध्याय में पूर्णांक विधि से प्रश्नों को आसानी से एवं सरलतम ढंग से मन में ही हल करने का तरीका बताया गया था। उसी तरह पाइप एवं टंकी के प्रश्नों को हल करने में भी पूर्णांक विधि का प्रयोग किया जाएगा।

पूर्णांक विधि ही क्यों?

प्रश्नों को हल करते समय कोई एक पूर्णांक (प्रश्न में दी गई संख्याओं का ल.स.प.) मानकर भिन्नों की संक्रियाओं से बचते हुए पूर्णाकों में संक्रियाएं संपन्न कर प्रश्नों को मन में ही हल करना संभव होता है।

यदि विद्यार्थी पूर्णांक विधि से प्रश्नों को हल करने में सक्षम हो जाता है, तो वह अतिन्यून समय में एवं मस्तिष्क में ही सोच-विचार कर परिणाम तक पहुंच सकता है। बशर्ते उसे प्रश्न की दशा एवं दिशा ज्ञात हो।

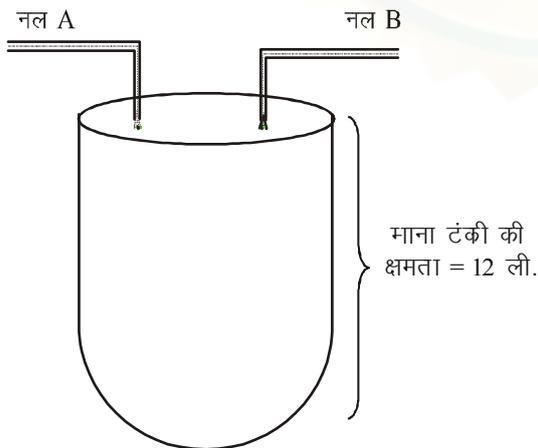
उदाहरणार्थ एक प्रश्न के माध्यम से पूर्णांक विधि की उपयोगिता समझें



प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 6 घंटे में भरता है तथा नल B उसी टंकी को 12 घंटे में भरता है यदि दोनों एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी कितने समय में भरेगी?



हल : दी गई संख्याएं 6 एवं 12 हैं, इनका ल.स.प. = 12 होगा। इस प्रकार मान लीजिए टंकी की क्षमता = 12 ली. है।



नल A, 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6} = 2$ ली.

तथा नल B, 12 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{12} = 1$ ली.

स्पष्ट है दोनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में वे टंकी में $2 + 1 = 3$ ली. पानी भरेंगे

∴ 3 ली. पानी टंकी में भरता है = 1 घंटे में

∴ 12 ली. पानी अर्थात्, पूरी टंकी भरेगी

$$= \frac{12}{3} = 4 \text{ घंटे में}$$

नोट : यहां पर यह समझाने की कोशिश की गई है कि पाइप एवं टंकी के प्रश्नों में टंकी की क्षमता पूर्णांक में मानकर प्रश्नानुसार दिए गए प्रश्नों को आसानी से एवं मन में ही परिणाम तक पहुंचना है।

सूत्र- 2. यदि कोई पाइप किसी टंकी को y घंटे में खाली कर

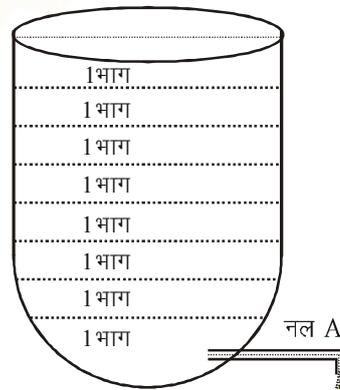
सकता है, तो वह इसे 1 घंटे में $\frac{1}{y}$ भाग खाली करेगा।

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न : यदि नल A, किसी भरी टंकी को 8 घंटे में खाली कर सकता हो तो, नल A, 1 घंटे में टंकी का कितना भाग खाली करेगा?

हल :



चूँकि नल A, 8 घंटे में खाली करता है = पूरी टंकी

$$\text{तो 1 घंटे में खाती करेगा} = \frac{1}{8} \times 1$$

$$= \frac{1}{8} \text{ भाग}$$



सूत्र विधि

$$\text{दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय} = \frac{xy}{x+y}$$

सूत्र- 3. यदि कोई पाइप किसी टंकी को x घंटे में तथा दूसरा पाइप उसी टंकी को y घंटे में भर सकता है तो, दोनों पाइप एक साथ खोलने पर 1 घंटे में टंकी भरेगी =

$$= \frac{3 \times 6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ भाग तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय =



पूर्णांक विधि

$$= \left(\frac{x+y}{xy}\right) \text{ घंटे}$$

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 3 घंटे में तथा नल B उसी टंकी को 6 घंटे में भर सकता है और दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी कितने समय में भर जाएगी?



हल : परंपरागत विधि

$$\text{नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग} = \frac{1}{3}$$

$$\text{तथा नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग} = \frac{1}{6}$$

नल A और B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

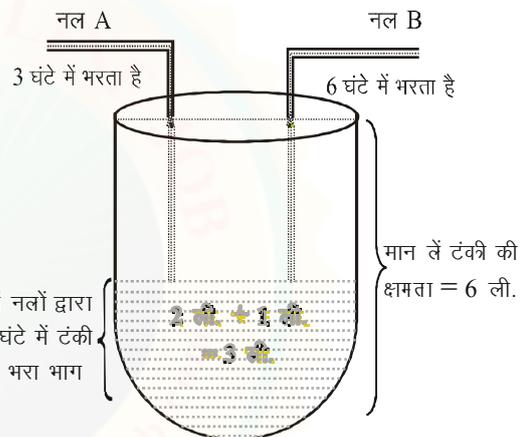
$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \text{ भाग}$$

$$= \left(\frac{2+1}{6}\right)$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ भाग}$$

\therefore नल A और B दोनों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय

$$= \frac{2}{1} = 2 \text{ घंटे} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

मान लीजिए टंकी की क्षमता = 6 ली. है

नल A द्वारा 3 घंटे में भरा जाता है = 6 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा = $\frac{6}{3} = 2$ ली.

तथा नल B द्वारा 6 घंटे में भरा जाता है = 6 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा = $\frac{6}{6} = 1$ ली.

यानी नल A और B द्वारा 1 घंटे में भरी गई टंकी के पानी की मात्रा $2+1 = 3$ ली. होगी

\therefore दोनों नलों द्वारा 3 ली. पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

\therefore दोनों नलों द्वारा टंकी भरने अर्थात् 6 ली. पानी भरने में लगा

$$\text{समय} = \frac{6}{3} = 2 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

सूत्र 4. यदि एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में भरता है एवं दूसरा पाइप उसे 'y' घंटे में खाली करता है। दोनों पाइप एक साथ खोलने पर टंकी एक घंटे में भरेगी =

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \text{ भाग}$$

तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय = $\left(\frac{xy}{y-x}\right)$ घंटे



सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{टंकी को भरने में लगा कुल समय} &= \frac{xy}{y-x} \\ &= \frac{4 \times 8}{8-4} = \frac{32}{4} \\ &= 8 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

Q.1: यदि एक नल A एक टंकी को 4 घंटे में भरता है एवं दूसरा नल B उसे 8 घंटे में खाली कर देता है। दोनों पाइपों को एक साथ खोल देने पर टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?



पूर्णांक विधि



हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{4}$

तथा नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग

$$= \frac{1}{8}$$

दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

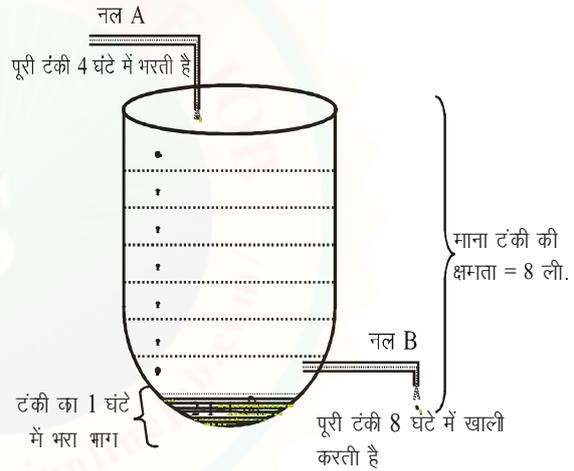
$$= \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$$

∴ टंकी का $\frac{1}{8}$ भाग भरता है = 1 घंटे में

∴ टंकी को पूरा भरने में लगा समय

$$= \frac{1}{\frac{1}{8}}$$

$$= \frac{8}{1} = 8 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



मान लीजिए टंकी की क्षमता 8 लीटर है

नल A, 4 घंटे में भरता है = 8 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{8}{4} = 2$ ली.

जबकि नल B, 8 घंटे में खाली करता है = 8 ली.

तो 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{8}{8} = 1$ ली.

स्पष्ट है नल A, 1 घंटे में 2 ली. पानी टंकी में भर रहा है

जबकि नल B, 1 घंटे में टंकी से 1 ली. पानी निकाल रहा है। इस प्रकार 1 घंटे में टंकी में $2-1 = 1$ ली. पानी भरत है।

इसलिए दोनों नलों के खुल रहने पर 8 ली. वाली टंकी को भरने में लगा कुल समय = $8 \times 1 = 8$ घंटे।

⇒ उत्तर

सूत्र 5. यदि एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में तथा दूसरा पाइप उसी टंकी को 'y' घंटे में भरता है एवं एक तीसरा पाइप उसे 'z' घंटे में खाली करता है तो तीनों पाइप एक

साथ खुले रहने पर टंकी 1 घंटे में भरेगी = $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right)$

भाग तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय =

$$\left(\frac{xyz}{yz + xz - xy}\right) \text{ घंटा}$$

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 6 घंटे में तथा नल B भी उसी टंकी को 6 घंटे में भरता है और नल C उसे 12 घंटे में खाली करता है तो, तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर टंकी कितने समय में भरेगी?



हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

नल C द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग = $\frac{1}{12}$

तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{2+2-1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

अतः टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{4}{1} = 4$ घंटा

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

टंकी को भरने में लगा कुल समय = $\frac{xyz}{yz + xz - xy}$

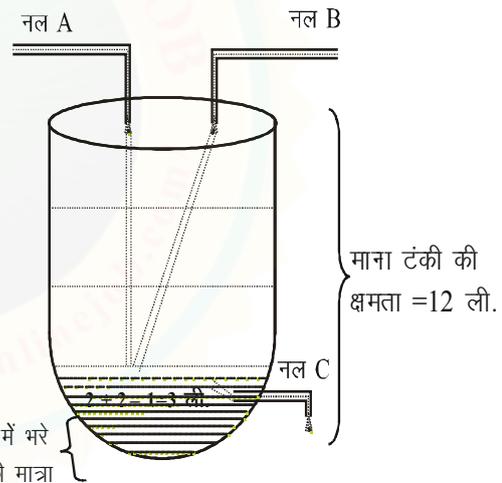
$$= \frac{6 \times 6 \times 12}{6 \times 12 + 6 \times 12 - 6 \times 6}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 12}{72 + 72 - 36}$$

$$= \frac{6 \times 6 \times 12}{108} = 4 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 12 ली. है

नल A, 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6} = 2$ ली.

नल B भी 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6} = 2$ ली.

नल C, 12 घंटे में खाली करता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{12}{12} = 1$ ली.

स्पष्ट है नल A और B, 1 घंटे में $2 + 2 = 4$ ली. पानी टंकी में भरते हैं जबकि नल C, 1 घंटे में टंकी से 1 ली. पानी निकालता है, यानी तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी में पानी की मात्रा = $2 + 2 - 1 = 3$ ली.

∴ 3 ली. पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

∴ टंकी पूरा भरने अर्थात 12 ली. भरने में लगा समय =

$$\frac{12}{3} = 4 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

सूत्र-6. एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में भरता है परंतु तली में छेद होने के कारण यह टंकी 'y' घंटे में भरती है। यदि टंकी पूरी तरह से भरी हुई है तो, छिद्र के द्वारा

टंकी को खाली करने में लगा कुल समय = $\left(\frac{xy}{y-x}\right)$ घंटा

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 6 घंटे में

भरता है परंतु उसकी तली में छेद होने के कारण यह टंकी 8 घंटे में भरती है। यदि टंकी पूरी तरह से भरी हुई है तो, छिद्र उसे खाली करने में कितना समय लेगा ?



हल : परंपरागत विधि

छिद्र द्वारा एक घंटा में खाली किया गया भाग

$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{4-3}{24} = \frac{1}{24}$$

अतः छिद्र द्वारा टंकी को खाली होने में लगा समय = 24

घंटा \Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

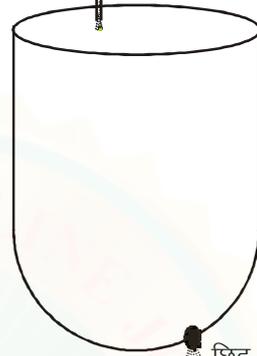
$$\text{अभीष्ट समय} = \frac{x \times y}{y - x}$$

$$= \frac{8 \times 6}{8 - 6} = \frac{48}{2} = 24 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि

नल A
6 घंटे में भरता है



माना टंकी की क्षमता = 24 ली.

मान लीजिए टंकी की क्षमता 24 ली. है

नल A, 6 घंटे में भरता है = 24 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{24}{6} = 4$ ली.

तथा तली में छेद होने पर 8 घंटे में टंकी में भरता है = 24 ली.

तो 1 घंटे में टंकी में भरी जल की मात्रा = $\frac{24}{8} = 3$ ली.

स्पष्ट है तली में छेद होने के कारण 3 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी में पानी भर रहा है। यदि टंकी में छेद नहीं होता तो, 4 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी में पानी भरता, यानी छिद्र के कारण 1 ली. प्रति घंटा की दर से पानी बाहर निकल रहा है।

∴ 1 ली. पानी खाली होने में लगा समय = 1 घंटा

∴ कुल 24 ली. अर्थात टंकी भरी होने पर खाली होने में

लगा समय = 24 घंटा \Rightarrow उत्तर

उपर्युक्त 6 प्रकार के अलावा एक अन्य प्रकार से भी प्रश्न कभी-कभी प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे जाते हैं- देखें-

यदि एक पाइप A, दूसरे पाइप B से 'k' गुना तेज है और टंकी को भरने में x मिनट कम समय लेता है तो,

☞ यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी को

भरने का समय $\left[\frac{kx}{(k^2 - 1)} \right]$ मिनट होगा।

☞ नल A टंकी को $\left(\frac{x}{k+1} \right)$ मिनट में भरेगा।

☞ नल B टंकी को $\left(\frac{kx}{k-1} \right)$ मिनट में भरेगा।

📖 उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

प्रश्न : एक नल A, दूसरे नल B से 10 गुना तेज है। नल B एक टंकी को 55 मिनट में भरता है और दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाए तो, कितने समय में टंकी पूरी भर जाएगी?



हल : सूत्र विधि

यहां $k = 10$ और $x = 55$ है

$$\begin{aligned} \therefore \text{टंकी को भरने का समय} &= \left(\frac{x}{k+1} \right) \text{ मिनट} \\ &= \left(\frac{55}{10+1} \right) = \frac{55}{11} \\ &= 5 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



पूर्णांक विधि

मान लीजिए टंकी की क्षमता 55 ली. है।
 \therefore नल 'B' 55 मिनट में भरता है = 55 ली. (पूरी टंकी)
 \therefore नल 'B' 1 मिनट में भरेगा = 1 ली.
 इस प्रकार प्रश्न से स्पष्ट है कि नल 'A' 1 मिनट में 10 ली. टंकी में भरेगा।
 यानी दोनों नल मिलकर 1 मिनट में कुल $1+10 = 11$ ली. टंकी में भरेंगे।

\therefore 11 ली. भरने में लगा समय = 1 मिनट

$$\therefore 55 \text{ ली. भरने में लगा कुल समय} = \left(\frac{55}{10+1} \right) = \frac{55}{11}$$

= 5 मिनट। \Rightarrow उत्तर

उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रश्न 1. दो पाइप एक टंकी को क्रमशः 36 एवं 45 घंटे में भर सकते हैं। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?



हल : परंपरागत विधि

प्रथम पाइप 1 घंटे में टंकी भरेगा = $\frac{1}{36}$ भाग

द्वितीय पाइप 1 घंटे में टंकी भरेगा = $\frac{1}{45}$ भाग

दोनों पाइप टंकी एक घंटे में भरेंगे = $\frac{1}{36} + \frac{1}{45}$

$$= \frac{5+4}{180} = \frac{9}{180} \text{ भाग}$$

$$= \frac{1}{20} \text{ भाग} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

स्पष्ट है कि दोनों पाइप टंकी को 20 घंटे में भर देंगे।



सूत्र विधि

दोनों पाइपों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{xy}{x+y}$

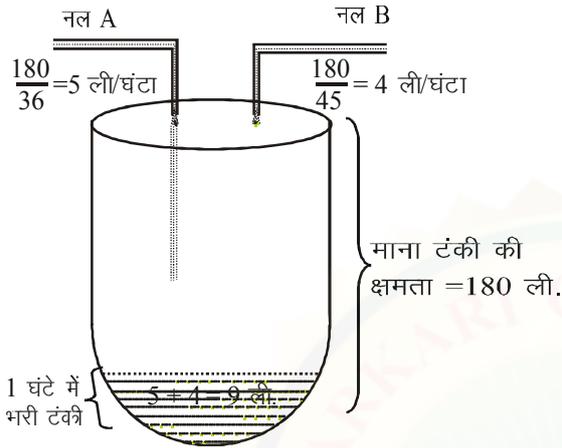
$$= \frac{36 \times 45}{36 + 45}$$

$$= \frac{36 \times 45}{81} = 20 \text{ घंटे}$$

\Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि



(टंकी को भरनें लगा समय = $\frac{180}{9} = 20$ घंटा)

मान लीजिए टंकी की क्षमता = 180 ली. है

नल A, 36 घंटे में भरता है = 180 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{180}{36} = 5$ ली.

तथा नल B, 45 घंटे में भरता है = 180 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{180}{45} = 4$ ली.

स्पष्ट है दोनों नल मिलकर 1 घंटे में 5 + 4 = 9 ली.

भरते हैं

\therefore 9 लीटर टंकी भरने में लगा समय = 1 घंटा

\therefore 180 लीटर अर्थात् पूरी टंकी भरने में लगा कुल समय

= $\frac{1}{9} \times 180 = 20$ घंटा

\Rightarrow उत्तर

प्रश्न 2. नल 'A' एक टंकी को 20 घंटे में भर सकता है जबकि नल 'B' उसे 30 घंटे में भर सकता है तथा नल 'C' भरी हुई टंकी को 60 घंटे में खाली करता है। यदि सभी नलों को एक साथ खोल दिया जाए तो, टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?



हल : परंपरागत विधि

नल 'A' द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{20}$

नल 'B' द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{30}$

नल 'C' द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग = $\frac{1}{60}$

इस प्रकार, तीनों नलों को एक साथ खोल दिया जाए तो 1 घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग

= $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{60}$

= $\frac{3+2-1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$

अतः टंकी को भरने में लगा कुल समय

= $\frac{15}{1} = 15$ घंटा \Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

टंकी को भरने में लगा कुल समय = $\frac{xyz}{yz + xz - xy}$

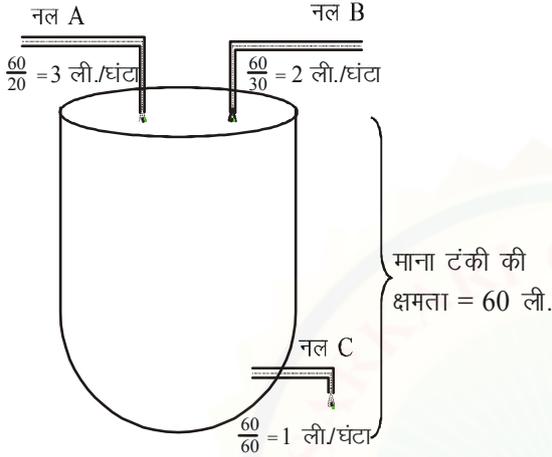
= $\frac{20 \times 30 \times 60}{30 \times 60 + 20 \times 60 - 20 \times 30}$

= $\frac{20 \times 30 \times 60}{3000 - 600} = \frac{20 \times 30 \times 60}{2400}$

= 15 घंटा \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता = 60 ली. है
नल A, 20 घंटों में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

नल B, 30 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{30} = 2$ ली.

जबकि नल C, 60 घंटे में टंकी में खाली करता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में टंकी से खाली करेगा = $\frac{60}{60} = 1$ ली.

इस प्रकार, तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर एक घंटे में नल A और B टंकी में $3+2=5$ ली. भरेंगे तथा नल C, 1 ली. खाली करेगा यानी 1 घंटे में टंकी में भरेगा $5-1=4$ ली.

∴ टंकी 4 ली. भरता है = 1 घंटे में

∴ 60 ली. अर्थात् पूरी टंकी भरने में लगा समय

$$= \frac{60}{4} = 15 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

प्रश्न 3. एक पाइप एक टंकी को 15 घंटे में भर सकता है लेकिन तली में छेद होने के कारण यह पाइप टंकी को 20 घंटे में भरता है। यदि टंकी भरी हो तो इसे खाली होने में कितना समय लगेगा?



हल : परंपरागत विधि

पाइप द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{15}$

तली में छेद होने के कारण 1 घंटे में खाली किया गया भाग

$$= \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{20} \right)$$

$$= \frac{4-3}{60} = \frac{1}{60}$$

स्पष्ट है कि टंकी खाली होने में 60 घंटे लगेंगे।

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

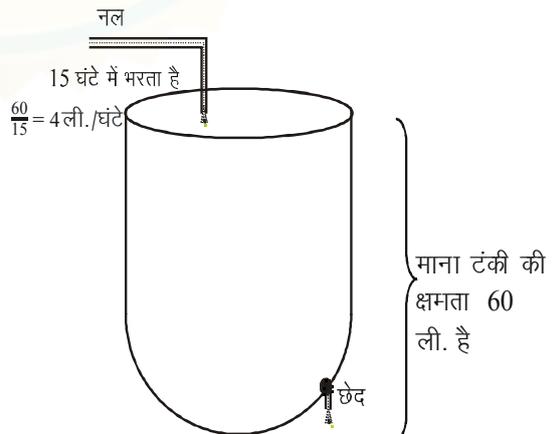
टंकी को खाली होने में लगा समय = $\frac{xy}{x-y}$

$$= \frac{15 \times 20}{20-15}$$

$$= \frac{15 \times 20}{5} = 60 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता = 60 ली.
नल द्वारा 15 घंटे में भरा जाता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा = $\frac{60}{15} = 4$ ली.

तली में छेद हेने के कारण 20 घंटे में भरा जाता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

यानी तली में छेद द्वारा 1 घंटे में निकाले गये पानी की मात्रा = $4 - 3 = 1$ ली.

∴ 1 ली. पानी निकालने में लगा समय = 1 घंटा

∴ 60 ली. पानी अर्थात पूरी टंकी खाली होने में लगा समय = 60 घंटा ⇒ उत्तर

प्रश्न 4. पाइप A एक टैंक को 20 घंटे में तथा पाइप B इसी टैंक को 30 घंटे में भर सकता है। पाइप C इस टैंक को 40 घंटे में खाली करता है। यदि तीनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, टैंक कितने समय में भरेगा?



हल : परंपरागत विधि

पाइप A द्वारा 1 घंटे में भरा गया भाग = $\frac{1}{20}$

पाइप B द्वारा 1 घंटे में भरा गया भाग = $\frac{1}{30}$

तथा नल C द्वारा 1 घंटे में खाली किया गया भाग = $\frac{1}{40}$

टैंक 1 घंटे में भरेगा = $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{40}$

= $\frac{6+4-3}{120} = \frac{7}{120}$ भाग

∴ टैंक को भरने में लगा समय = $\frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$ घंटे

⇒ उत्तर

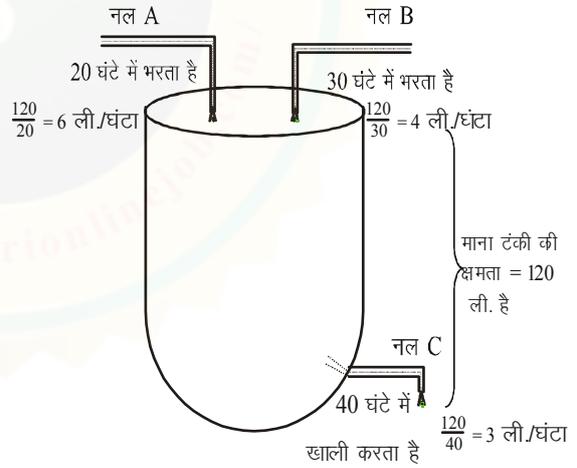


सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{टैंक को भरने में लगा समय} &= \frac{xyz}{xz + yz - xy} \\ &= \frac{20 \times 30 \times 40}{20 \times 40 + 30 \times 40 - 20 \times 30} \\ &= \frac{20 \times 30 \times 40}{800 + 1200 - 600} \\ &= \frac{20 \times 30 \times 40}{1400} = \frac{120}{7} \\ &= 17\frac{1}{7} \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता = 120 ली. है

नल A, 20 घंटे में भरता है = 120 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{120}{20} = 6$ ली.

नल B 30 घंटे में भरता है = 120 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{120}{30} = 4$ ली.

तथा नल C, 40 घंटे में खाली करता है = 120 ली.

तो, 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{120}{40} = 3$ ली.

स्पष्ट है नल A और B, 1 घंटे में $6 + 4 = 10$ ली. पानी टंकी में भरते हैं जबकि नल C, 1 घंटे में टंकी से 3 ली. पानी निकालता है, यानी तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी में पानी की मात्रा = $10 - 3 = 7$ ली.

∴ 7 ली. पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

∴ पूरी टंकी भरने अर्थात् 120 ली. भरने में लगा समय =

$\frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$ घंटा ⇒ उत्तर

प्रश्न 5. एक टंकी में पानी भरने के दो नल A तथा B लगे हैं जो टंकी को क्रमशः 20 मिनट तथा 30 मिनट में भर सकते हैं। एक निकासी नल C लगा है। एक व्यक्ति नल A तथा B को खोलकर चला जाता है तथा तभी वापस लौटता जब टंकी को भर जाना चाहिए था परंतु वह आकर देखता है कि C भी खुला रह गया था। वह इसे बंद कर देता है। इसके बाद टंकी 3 मिनट में भर जाती है। भरी टंकी को अकेला निकासी नल C कितनी देर में खाली कर देगा?



हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 मिनट में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{20}$

नल B द्वारा 1 मिनट में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{30}$

दोनों नलों द्वारा 1 मिनट में भरा भाग

$= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3+2}{60}$

$= \frac{5}{60}$

दोनों नलों द्वारा 3 मिनट में भरा भाग

$= \frac{5}{60} \times 3 = \frac{1}{4}$

दोनों नलों द्वारा टंकी भरने में लगा समय

$= \frac{60}{5} = 12$ मिनट

प्रश्न से स्पष्ट है दोनों नलों के साथ एक निकासी नल C

खोल देने पर 12 मिनट में टंकी का $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ भाग भरता

है, यानी निकासी नल C, 12 मिनट में $\frac{1}{4}$ भाग खाली करता है।

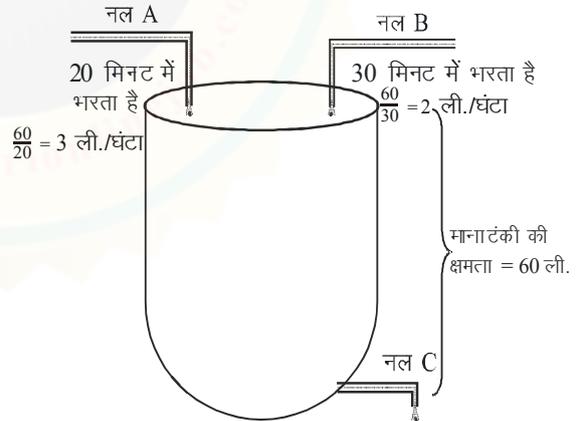
∴ निकासी नल C, $\frac{1}{4}$ भाग खाली करता है = 12 मिनट में

∴ पूरी टंकी खाली करेगा = $12 \times 4 = 48$ मिनट में

⇒ उत्तर



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 60 ली. है।

नल A, 20 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

तथा नल B, 30 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{30} = 2$ ली.

स्पष्ट है दोनों मिलकर 1 मिनट में $3 + 2 = 5$ ली. भरते हैं

तो 60 लीटर की टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{60}{5}$

= 12 मिनट

जबकि नल C खुला होने के कारण टंकी का 12 मिनट में भरा भाग = $60 - (3 \text{ मिनट में नल A और B द्वारा टंकी का भरा भाग}) = 60 - 3 \times 5$

= $60 - 15 = 45$ ली.

शेष बचा भाग = $60 - 45 = 15$ ली.

स्पष्ट है निकासी नल 12 मिनट में 15 ली. पानी निकालता है, चूंकि 15 ली. पानी निकालने में लगा समय = 12 मिनट तो पूरी भरी टंकी अर्थात् 60 ली. पानी निकालने में लगा

कुल समय = $\frac{12 \times 60}{15} = 48$ मिनट \Rightarrow उत्तर

प्रश्न 6. नल A, नल B से पांच गुना तेज है और टंकी को भरने में 32 मिनट कम समय लेता है। टंकी के भरने का समय क्या होगा यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएं?



हल : सूत्र विधि

टंकी को पूरा भरने में लगा समय = $\frac{kx}{k^2 - 1}$ मिनट

= $\frac{5 \times 32}{5^2 - 1} = \frac{5 \times 32}{24} = \frac{20}{3}$ मिनट \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 40 लीटर है।

चूंकि नल A, नल B से पांच गुना तेज है इसलिए जब नल A टंकी में भरेगा 5 लीटर तो उतने ही समय में नल B टंकी में भरेगा 1 लीटर।

इस तरह दोनों मिलकर $(1+5) 6$ ली. भरेंगे

= 1 मिनट में

इसलिए पूरी टंकी अर्थात् 40 लीटर भरने में लगा दोनों

द्वारा समय = $\frac{40}{6} = \frac{20}{3}$ मिनट \Rightarrow उत्तर

प्रश्न 7. दो पाइप A और B अलग-अलग एक टंकी को क्रमशः 15 मिनट और 18 मिनट में भर सकते हैं जबकि एक तीसरा पाइप C उसको 6 मिनट में खाली कर सकता है। आरंभ में पाइप A और B को 6 मिनट के लिए खुला रखा जाता है और इसके बाद तीसरा पाइप भी खोल दिया जाता है। तब टंकी को खाली होने में लगा समय क्या होगा?



हल : परंपरागत विधि

पाइप A और B का 6 मिनट का काम

$$= 6 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{18} \right)$$

$$= 6 \left(\frac{6+5}{90} \right)$$

$$= \frac{11}{15} \text{ भाग}$$

तीनों पाइपों द्वारा एक मिनट में टंकी का भरा गया भाग

$$= \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{18} \right) - \frac{1}{6} = \frac{6+5-15}{90}$$

$$= -\frac{4}{90} = -\frac{2}{45}$$

(ऋणात्मक चिह्न का अर्थ है कि टंकी का $\frac{2}{45}$ भाग पाइप C

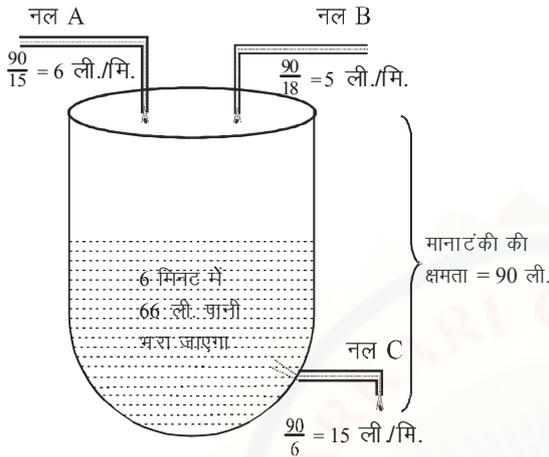
से एक मिनट में खाली होता है)

\therefore पाइप C द्वारा टंकी का $\frac{11}{15}$ भाग खाली करने में लगा

समय = $\frac{45}{2} \times \frac{11}{15} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2}$ मिनट \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 90 ली. है
 नल A, 15 मिनट में भरता है = 90 ली.
 तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{90}{15} = 6$ ली.
 तथा नल B, 18 मिनट में भरता है = 90 ली.
 तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{90}{18} = 5$ ली.
 स्पष्ट है दोनों नल/पाइप मिलकर 1 मिनट में $6+5=11$ ली.
 भरते हैं तो, 6 मिनट में 66 ली. पानी टंकी में भरेंगे।
 जबकि नल C, 6 मिनट में खाली करता है = 90 ली.
 तो, 1 मिनट में खाली करेगा = $\frac{90}{6} = 15$ ली.
 यानी तीनों द्वारा 1 मिनट में भरा गया
 $= (6+5)-15 = -4$ ली.
 अर्थात् 4 ली. टंकी खाली हो जाती है
 चूंकि 4 ली. टंकी खाली होने में लग समय = 1 मिनट

$$= \frac{66}{4} = 16\frac{1}{2} \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

प्रश्न 8. एक टंकी को भरने के लिए दो नल A और B हैं। A टंकी को B की अपेक्षा 5 घंटे कम समय में भर देता है। दोनों एक साथ टंकी को 6 घंटे में भर सकते हैं। अकेले नल A टंकी को कितने समय में भरेगा?



हल : परंपरागत विधि

माना नल A अकेले टंकी को x घंटे में भरता है तब नल B टंकी को $(x+5)$ घंटे में भरेगा

$$\text{नल A का 1 घंटे का काम} = \frac{1}{x} \text{ भाग}$$

$$\text{नल B का 1 घंटे का काम} = \frac{1}{x+5} \text{ भाग तथा नल A}$$

$$\text{और B का 1 घंटे का काम} = \frac{1}{6} \text{ भाग}$$

$$\text{अर्थात्, } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{x+5+x}{x(x+5)} = \frac{1}{6}$$

$$(2x+5) \times 6 = x(x+5)$$

$$12x+30 = x^2+5x$$

$$x^2+5x-12x-30 = 0$$

$$x^2-7x-30 = 0$$

$$x^2-10x+3x-30 = 0$$

$$x(x-10)+3(x-10) = 0$$

$$(x-10)(x+3) = 0$$

$$\text{यदि } x-10 = 0 \text{ तथा } x+3 = 0$$

$$x = 10 \quad x = -3 \text{ (अमान्य)}$$

अतः नल A अकेले टंकी को 10 घंटे में भरेगा। \Rightarrow उत्तर



विकल्प विधि

प्रतियोगात्मक परीक्षाओं में प्रश्न के साथ विकल्प भी दिया होता है। इस तरह के प्रश्नों को विकल्प के माध्यम से सरलतम ढंग से अतिन्तून समय में हल किया जा सकता है।

यदि इस प्रश्न का विकल्प इस प्रकार हो-

- (a) 20 घंटा (b) 10 घंटा
(c) 15 घंटा (d) 25 घंटा

विकल्प (a) से,

माना टंकी की क्षमता 30 ली. है।

यदि नल A टंकी को भरता है 20 घंटे में

तो नल B टंकी को भरेगा $20 + 5 = 25$ घंटे में

∴ दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{25}$$

$$= \frac{5+4}{100} = \frac{9}{100}$$

∴ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{100}{9}$

घंटा जो प्रश्न को संतुष्ट नहीं करता है। अतः विकल्प (a)

असत्य है।

विकल्प (b) से,

माना टंकी की क्षमता 30 ली. है

यदि नल A टंकी को भरता है 10 घंटे में

तो नल B टंकी को भरेगा = $10 + 5 + 15$ घंटे में

∴ दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30}$$

∴ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय

$$= \frac{30}{5} = 6 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस प्रकार विकल्प (b) प्रश्न को संतुष्ट करता है। अतः

विकल्प (b) सत्य है।

प्रश्न 9. नल A और B एक बाल्टी को क्रमशः 12 मिनट व 15 मिनट में भरते हैं। यदि दोनों खुले हैं और A को 3 मिनट के बाद बंद कर देते हैं तो, B उस बाल्टी को भरने में आगे और कितना समय लेगा?



हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 मिनट में बाल्टी का भरा भाग = $\frac{1}{12}$

नल B द्वारा 1 मिनट में बाल्टी का भरा भाग = $\frac{1}{15}$

नल A और B द्वारा 1 मिनट में बाल्टी का भरा भाग

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60}$$

नल A और B द्वारा 3 मिनट में बाल्टी का भरा भाग =

$$\frac{9}{60} \times 3 = \frac{9}{20}$$

शेष भाग = $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

यह शेष भाग B द्वारा भरा जाएगा

∴ B बाल्टी का $\frac{1}{15}$ भाग भरता है = 1 मिनट में

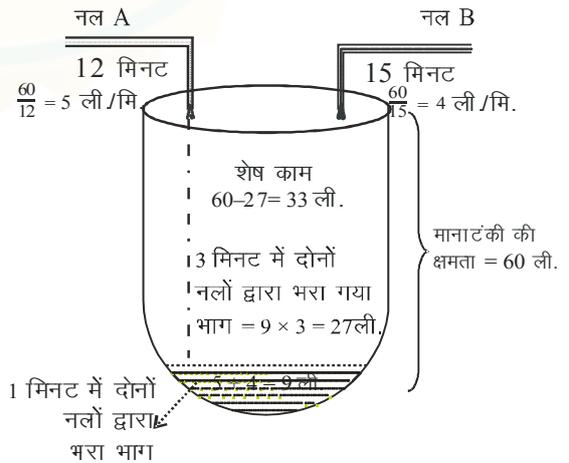
∴ B बाल्टी का $\frac{11}{20}$ भाग भरेगा = $15 \times \frac{11}{20} = \frac{33}{4}$

$$= 8 \frac{1}{4} \text{ मिनट}$$

= 8 मिनट 15 सेकंड \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि



नल A, 12 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

तथा नल B, 15 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{15} = 4$ ली.

स्पष्ट है दोनों नल एक साथ खोले देने पर 1 मिनट में 5 + 4 = 9 ली. पानी भरेंगे अर्थात् 3 मिनट में $9 \times 3 = 27$ ली.।

यही शेष $60 - 27 = 33$ ली. नल B अकेले भरता है।

∴ नल B, 4 ली. भरता है = 1 मिनट में

∴ नल B शेष 33 ली. भरेगा = $\frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$ मिनट
= 8 मिनट 15 सेकंड में
⇒ उत्तर

प्रश्न 10. तीन नल A, B तथा C एक हौज को 6 घंटे में भर सकते हैं। 2 घंटे एक साथ चलाने के बाद नल C को बंद कर दिया जाता है एवं A तथा B बाद के 7 घंटों में उसे पूरा भरते हैं तो, हौज को भरने में C अकेला कितना समय लेगा?



हल : परंपरागत विधि

तीनों नलों का 1 घंटे का काम = $\frac{1}{6}$ भाग

तीनों नलों का 2 घंटे का काम = $\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$ भाग

शेष भाग = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ जो A और B मिलकर 7 घंटे में भरते हैं

∴ A और B, 7 घंटे में भरते हैं = $\frac{2}{3}$ भाग

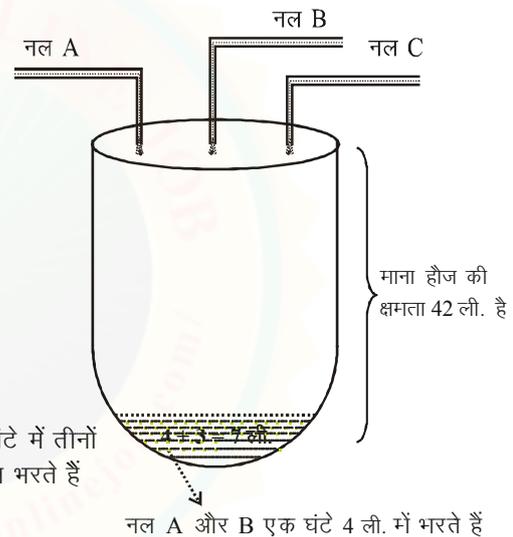
तो, 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{2}{3 \times 7} = \frac{2}{21}$ भाग

अब C का 1 घंटे का काम = (तीनों का 1 घंटे का काम) -
(A और B का एक घंटे का काम)



पूर्णांक विधि

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} - \frac{2}{21} \\ &= \frac{7-4}{42} = \frac{3}{42} \\ \text{स्पष्ट है C को अकेले हौज भरने में लगा समय} \\ &= \frac{42}{3} = 14 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



मान लीजिए हौज की क्षमता = 42 ली. है।
नल A, B और C, 6 घंटे में भरते हैं = 42 ली.

तो, 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{42}{6} = 7$ ली.

तब 2 घंटे में भरेंगे = $7 \times 2 = 14$ ली.

अब शेष $42 - 14 = 28$ ली. जो नल A और B, 7 घंटे में भरते हैं।

∴ नल A और B मिलकर 7 घंटे में भरते हैं = 28 ली.

∴ नल A और B दोनों मिलकर 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{28}{7} = 4$ ली.

जबकि तीनों नल मिलकर 1 घंटे में 7 ली. भरते हैं अर्थात् नल C = 7 - 4 = 3 ली. 1 घंटे में हौज में भरेगा
∴ नल C, 3 ली. हौज में भरता है = 1 घंटे में
∴ नल C पूरा हौज अर्थात् 42 ली. भरेगा

$$= \frac{42}{3} = 14 \text{ घंटे में} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अभ्यास प्रश्न

1. दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 20 मिनट और 30 मिनट में भर सकते हैं। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, टैंक को भरने में कितना समय लगेगा?
2. एक पाइप किसी हौज को 12 घंटे में भर सकता है तथा एक अन्य पाइप पूरे भरे हौज को 18 घंटे में खाली कर सकता है। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, हौज को पूरा भरने में कितना समय लगेगा?
3. एक टंकी में दो पाइप लगे हुए हैं। एक इसको 8 घंटे में पानी से भर सकता है और दूसरा इसको 5 घंटे में खाली कर सकता है। यदि टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग पानी से भरा हुआ हो और दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी कितने समय में खाली हो जाएगी?
4. दो नलिकाएं x तथा y एक टंकी को क्रमशः 24 मिनट तथा 32 मिनट में भर सकती हैं। तदनुसार, यदि दोनों नलिकाएं एक-साथ खोल दी जाएं, तो Y को कितने मिनट बाद बंद कर देना चाहिए, ताकि टंकी 18 मिनट में पूरी भर जाए?
5. यदि दो नलियां एक साथ चालू हों तो, एक टंकी 12 घंटों में भर जाती है। उनमें एक नली उस टंकी को दूसरी की अपेक्षा 10 घंटे अधिक की गति से भर देती है। तदनुसार, वह तेज गति वाली नली अकेली, उस टंकी को कितने घंटों में भर देगी?
6. एक टंकी को पानी से भरने के लिए दो पंप हैं। पहला पंप खाली टंकी को 8 घंटे में भर सकता है और दूसरा पंप 10 घंटे में। यदि दोनों पंपों को एक-साथ खोल कर 4 घंटे तक चलाया जाए, तो टंकी का कितना भाग पानी से भर जाएगा?
7. दो नलियां A तथा B, एक टंकी को क्रमशः 6 घंटों तथा 4 घंटों में भर सकती हैं। यदि उन्हें हर घंटे के बाद बारी-बारी से खोला जाए और नली A को पहले खोला जाए तो, टंकी भरने में कितना समय लगेगा?
8. एक रिसाव से पूरा टैंक 12 मिनट में खाली हो सकता है। यदि रिसाव न हो तो, पाइप A और B टैंक को अलग-अलग क्रमशः 15 मिनट और 20 मिनट में भर सकते हैं। यदि रिसाव हो रहा हो और दोनों पाइप खुले हों तो, टैंक कितने समय में भरेगा?
9. एक कुंड में एक नली द्वारा पानी भरने में सामान्यतः 20 मिनट लगते हैं लेकिन एक छेद के कारण, 10 मिनट ज्यादा लगते हैं। तदनुसार, ज्ञात कीजिए कि उस छेद के कारण वह पूरा कुंड, खाली होने में कितना समय लगेगा?
10. P तथा Q नल एक टंकी को क्रमशः 10 तथा 12 घंटों में पूरा भर सकते हैं तथा उसी टंकी को एक अन्य नल C, 6 घंटों में खाली कर सकता है। यदि तीनों नल एक साथ 7 बजे प्रातः चालू कर दिए जाएं तो, चौथाई टंकी कितने समय तक भर जाएगी?
11. तीन नलियां A, B तथा C, अकेले कार्यशील होकर, एक कुंड को क्रमशः 10, 12 तथा 15 घंटों में भर सकती हैं। तदनुसार, यदि तीनों नलियां एक साथ खोल दी जाएं तो, वह कुंड कितने समय में भर जाएगा?
12. नल A, B तथा C मिलकर किसी खाली पानी की टंकी को 10 मिनट में भर सकते हैं। अकेला नल A इसे 30 मिनट तथा अकेला नल B, 40 मिनट में भर सकता है। अकेला नल C इसे भरने में कितना समय लेगा?
13. तीन नल A, B और C एक टंकी को 6 घंटे में भर सकते हैं, उस पर 2 घंटे एक साथ काम करने के बाद C को बंद कर दिया गया और A तथा B ने उसे 7 घंटे और लेकर भर दिया। अकेले C द्वारा टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?
14. दो नल A तथा B पानी की एक टंकी को क्रमशः 20 तथा 24 मिनट में भर सकते हैं तथा एक तीसरा नल C, 3 गैलन पानी प्रति मिनट की रफ्तार से टंकी से खाली करता है। यदि A, B तथा C तीनों को एक साथ खोला जाए तो, टंकी भरने में 15 मिनट लगते हैं। टंकी की (गैलन में) धारिता कितनी है?

15. दो नल एक हौज को क्रमशः 3 घंटे तथा 4 घंटे में भर सकते हैं तथा एक निवास-नल उसे 2 घंटे में खाली कर सकता है। यदि तीनों नल खोल दिए जाएं तो, हौज कितने समय में भरेगा?
16. तीन नल A, B और C एक टंकी को क्रमशः 12, 15 और 20 घंटों में भर सकते हैं। यदि नल A पूरे समय खुला रहे तथा B और C बारी-बारी से एक-एक घंटे के लिए खोले जाते हैं तो, टंकी कितने समय में भर जाएगी?
17. दो पाइप A और B अलग-अलग किसी टंकी को क्रमशः 60 मिनट और 75 मिनट में भर सकते हैं। टंकी की तली में उसको खाली करने के लिए एक तीसरा पाइप लगा है, यदि तीनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाए तो, टंकी 50 मिनट में भर जाती है। अकेला तीसरा पाइप टंकी को कितने समय में खाली कर सकता है?
18. एक टंकी की तली में एक छेद है, जिसके कारण पानी से पूरी भरी टंकी 10 घंटे में खाली हो जाती है। यदि टंकी पानी से पूरी भरी हो, साथ ही 4 लीटर प्रति मिनट की रफ्तार से टंकी में पानी भरने वाला एक नल भी चालू रखा जाए, तो छेद द्वारा टंकी को खाली करने में 15 घंटे का समय लगता है। टंकी में कितने लीटर पानी भरा जा सकता है?
19. दो पाइप किसी टंकी को क्रमशः 15 और 12 घंटे में पानी से भर सकते हैं और एक तीसरा पाइप इस टंकी को 4 घंटे में खाली कर सकता है। यदि इन पाइपों को क्रमशः प्रातः 8, 9 और 11 बजे खोला जाए तो, टंकी कितने बजे खाली होगी?
20. 3 नलियां A, B तथा C एक टंकी को क्रमशः 6 घंटों, 9 घंटों तथा 12 घंटों में भर सकती हैं। B तथा C को आधा घंटे तक खोलने के बाद A को भी खोल दिया जाता है। तदनुसार, उन तीनों नलियों को टंकी का शेष भाग भरने में कितना समय लगेगा?

अभ्यास प्रश्नों का हल



हल 1. परंपरागत विधि

$$\text{पाइप A द्वारा 1 मिनट में टैंक का भरा भाग} = \frac{1}{20}$$

$$\text{पाइप B द्वारा 1 मिनट में टैंक का भरा भाग} = \frac{1}{30}$$

दोनों पाइपों द्वारा 1 मिनट में टैंक का भरा भाग

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60}$$

स्पष्ट है दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाए तो टैंक

$$\text{को भरने में लगा समय} = \frac{60}{5} = 12 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

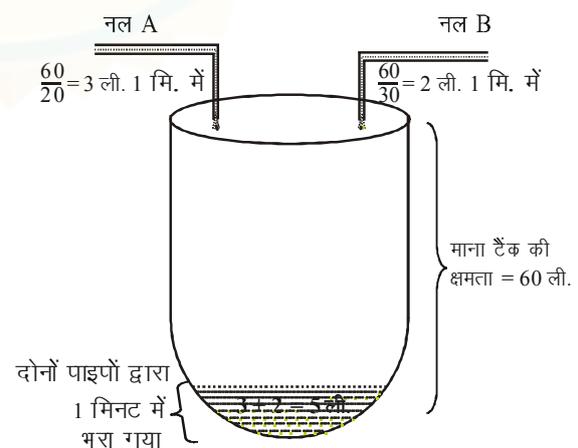
दोनों पाइपों को एक साथ खोल देने पर लगा समय

$$= \frac{xy}{x+y} = \frac{20 \times 30}{20+30}$$

$$= \frac{20 \times 30}{50} = 12 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टैंक की क्षमता 60 ली. है
पाइप A, 20 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

तथा पाइप B, 30 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{30} = 2$ ली.

यानी दोनों पाइप मिलकर 1 मिनट में $3 + 2 = 5$ ली. टैंक में भरेंगे।

चूंकि दोनों पाइपों द्वारा 5 ली. टैंक भरने में लगा समय = 1 मिनट, तो पूरा टैंक अर्थात 60 ली. भरने में लगा समय = $\frac{60}{5} = 12$ मिनट \Rightarrow उत्तर



हल 2. परंपरागत विधि

एक पाइप द्वारा 1 घंटे में भरा भाग = $\frac{1}{12}$

तथा एक अन्य पाइप द्वारा 1 घंटे में खाली किया गया भाग

= $\frac{1}{18}$

दोनों पाइपों को एक साथ खोलने पर 1 घंटे में हौज का

भरा भाग = $\frac{1}{12} - \frac{1}{18}$

= $\frac{3-2}{36} = \frac{1}{36}$

\therefore हौज का $\frac{1}{36}$ भाग भरता है = 1 घंटे में

\therefore हौज को पूरा भरने में लगा समय = $\frac{36}{1} = 36$ घंटा

\Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

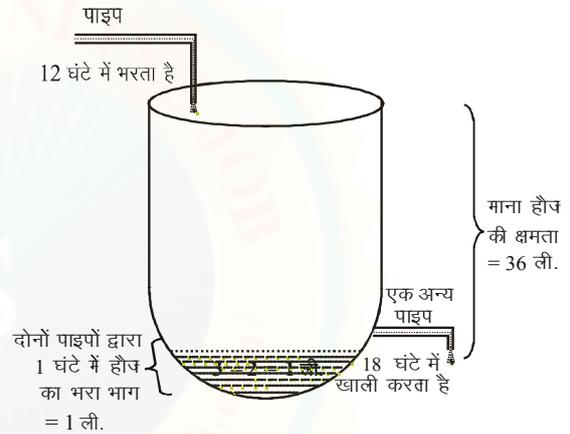
हौज को पूरा भरने में लगा समय = $\frac{x \times y}{y - x}$

= $\frac{12 \times 18}{18 - 12}$

= $\frac{12 \times 18}{6} = 36$ घंटा \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि



मान लीजिए हौज की क्षमता = 36 ली. है
प्रथम पाइप 12 घंटे में भरता = 36 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{36}{12} = 3$ ली.

तथा एक अन्य पाइप 18 घंटे में खाली करता है = 36 ली.

तो 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{36}{18} = 2$ ली.

यानी प्रथम पाइप एक घंटे में 3 ली. पानी हौज में डाल रहा है जबकि एक अन्य पाइप एक घंटे में 2 ली. पानी हौज से निकाल रहा है अर्थात दोनों पाइपों द्वारा 1 घंटे में हौज में $3 - 2 = 1$ ली. भरता है।

चूंकि हौज में 1 ली. भरने में लगा समय = 1 घंटा तो पूरा हौज अर्थात 36 ली. भरने में लगा समय = 36 घंटा।

\Rightarrow उत्तर



हल 3. परंपरागत विधि

पहली पाइप द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{8}$

दूसरी पाइप द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग = $\frac{1}{5}$

∴ दोनों पाइपों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग

$$= \frac{1}{8} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{5-8}{40} = \frac{-3}{40} \text{ भाग}$$

ऋणात्मक चिह्न का अर्थ है दोनों पाइपों द्वारा 1 घंटे में टंकी

का $\frac{3}{40}$ भाग खाली हो जाता है।

∴ $\frac{3}{40}$ भाग खाली करने में लगा समय = 1 घंटा ∴

पूरी टंकी खाली होने में लगा समय = $\frac{40}{3}$ घंटा

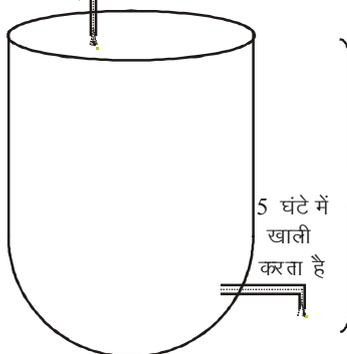
∴ टंकी $\frac{3}{4}$ भाग खाली होने में लगा समय

$$= \frac{40}{3} \times \frac{3}{4} = 10 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि

8 घंटे में भरता है



माना टंकी की क्षमता = 40 ली. है

प्रथम पाइप 8 घंटे में भरता है = 40 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{40}{8} = 5$ ली.

तथा दूसरा पाइप 5 घंटे में खाली कर देता है = 40 ली. तो,

1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{40}{5} = 8$ ली.

स्पष्ट है दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाए तो, टंकी में से $8-5 = 3$ ली. एक घंटे में कम हो जाएगा।

यहां पर टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरा है अर्थात् टंकी में $40 \times$

$$\frac{3}{4} = 30 \text{ ली. है}$$

∴ 3 ली. टंकी खाली होती है = 1 घंटे में

∴ 30 ली. टंकी अर्थात् $\frac{3}{4}$ टंकी खाली होने में लगा

$$\text{समय} = \frac{30}{3} = 10 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 4. परंपरागत विधि

नल x द्वारा 1 मिनट में भरा भाग = $\frac{1}{24}$

नल y द्वारा 1 मिनट में भरा भाग = $\frac{1}{32}$

माना नल y को m मिनट बाद बंद कर दिया जाता है।

नल x, 18 मिनट तक टंकी भरेगा जबकि नल y, m

मिनट तक भरेगा जिससे टंकी पूरी भर जाती है।

अर्थात् नल x का 18 मिनट का काम = $\frac{1}{24} \times 18$

$$= \frac{18}{24}$$

तथा नल y का m मिनट का काम = $\frac{1 \times m}{32} = \frac{m}{32}$

$$\text{अब } \frac{18}{24} + \frac{m}{32} = 1$$

$$\frac{m}{32} = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\frac{m}{32} = \frac{1}{4}$$

$$m = \frac{32}{4} = 8 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः नल y को 8 मिनट बाद बंद कर देना चाहिए जिससे टंकी 18 मिनट में पूर्णतया भर जायेगी।



पूर्णांक विधि

मान लीजिए टंकी की क्षमता 96 ली. है
नल x, 24 मिनट में भरता है = 96 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{96}{24} = 4$ ली.

तथा नल y, 32 मिनट में भरता है = 96 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{96}{32} = 3$ ली.

प्रश्न से स्पष्ट है कि नल x, 18 मिनट तक टंकी को भरता है यानी नल x, 18 मिनट में भरेगा = $18 \times 4 = 72$ ली.।

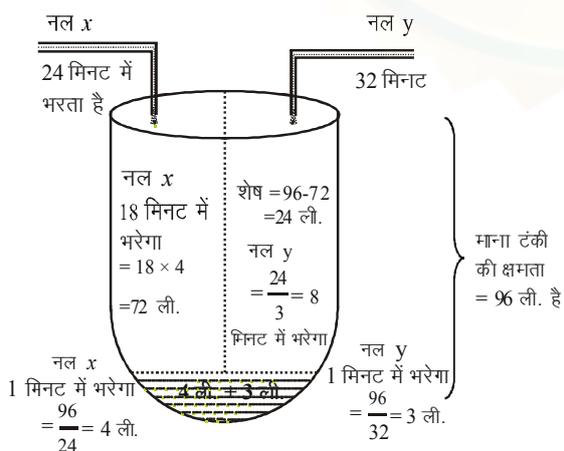
अब शेष $96 - 72 = 24$ ली. जो नल y भरता है।

\therefore नल y, 3 ली. भरता है = 1 मिनट में

\therefore नल y, 24 ली. भरेगा = $\frac{24}{3} = 8$ मिनट में

यानी नल y, 8 मिनट बाद बंद कर दिया गया क्योंकि वह 8 मिनट में 24 ली. टंकी को भर देता है।

इस तरह समझें



नल x, 18 मिनट में भरेगा = $18 \times 4 = 72$ ली.

तथा नल y शेष भाग भरता है अर्थात् $96 - 72 = 24$ ली.।

नल y, 3 ली. भरता है = 1 मिनट में

तो 24 ली. भरेगा = $\frac{24}{3} = 8$ मिनट में \Rightarrow उत्तर

यानी 8 मिनट बाद नल y को बंद कर दिया जाता है क्योंकि वह शेष 24 ली. ही टंकी को भरता है अर्थात् उसे 24 ली. भरने में लगा समय 8 मिनट है।



हल 5. परंपरागत विधि

माना तेज नली की गति = x

\therefore दूसरे नली की गति = x + 10

प्रश्नानुसार,

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x+10+x}{x^2+10x} = \frac{1}{12}$$

$$(2x+10) \times 12 = x^2+10x$$

$$24x+120 = x^2+10x$$

$$x^2+10x-24x-120=0$$

$$x^2-14x-120=0$$

$$x^2-20x+6x-120=0$$

$$x(x-20)+6(x-20)=0$$

$$(x-20)(x+6)=0$$

यदि $x-20=0$, यदि $x+6=0$

$$x=20 \quad x=-6 \text{ (अमान्य)} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः तेज गति की नली टंकी को 20 घंटे में अकेले भर देगी।



पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 60 ली. है (12 एवं 10 का ल.स.)

दोनों नल एक साथ खोल देने पर 12 घंटे में भरते हैं = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

अब यहां पर यह ध्यान रखना होगा कि इस 5 ली. में एक तेज नल की प्रति घंटा मात्रा एवं दूसरे नल की प्रति घंटा मात्रा सम्मिलित है।

अब इस प्रश्न को आगे हल करने के लिए सामान्य समझ पर अनुमान लगाते हैं।

(i) यदि तेज नल 4 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी भर रहा है तो दूसरा नल 1 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी को भरेगा।

इस तरह से तेज नल को टंकी भरने में लगा समय =

$$\frac{60}{4} = 15 \text{ घंटा तथा दूसरे नल को टंकी भरने में लगा}$$

$$\text{समय} = \frac{60}{1} = 60 \text{ घंटा}$$

दोनों नलों के समय का अंतर = $60 - 15 = 45$ घंटा जो प्रश्न को संतुष्ट नहीं करता है।

(ii) यदि तेज नल 3 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी भर रहा है तो दूसरा नल 2 ली. प्रति घंटे की दर से टंकी भरेगा।

इस तरह से तेज नल को टंकी भरने में लगा समय =

$$\frac{60}{3} = 20 \text{ घंटा}$$

$$\text{तथा दूसरे नल को टंकी भरने में लगा समय} = \frac{60}{2} =$$

30 घंटा

दोनों नलों के समय का अंतर $30 - 20 = 10$ घंटा जो प्रश्न को संतुष्ट करता है।

अतः तेज गति वाला नल पूरी टंकी को $\frac{60}{3} = 20$ घंटे में

भर देगा। \Rightarrow उत्तर

नोट-प्रतियोगात्मक परीक्षाओं में प्रश्न के साथ विकल्प भी दिया होता है। इस तरह के प्रश्नों को विकल्प के माध्यम से सरलतम ढंग से अतिन्यून समय में हल किया जा सकता है।

यदि प्रश्न का विकल्प इस प्रकार हो-

(a) 20 (b) 15 (c) 12 (d) 18

विकल्प 'a' से माना टंकी की क्षमता 60 ली. है। तेज नल 20 घंटे में टंकी को भरता है तो, दूसरा नल $20 + 10 = 30$ घंटे में टंकी को भरेगा

तेज नल 20 घंटे में भरता है = 60 ली.

$$\text{तो, 1 घंटे में भरेगा} = \frac{60}{20} = 3 \text{ ली.}$$

तथा दूसरा नल 30 घंटे में भरता है = 60 ली.

$$\text{तो, 1 घंटे में भरेगा} = \frac{60}{30} = 2 \text{ ली.}$$

यानी दोनों नल मिलकर $3 + 2 = 5$ ली. प्रति घंटे की दर से टंकी को भर रहे हैं।

\therefore 5 ली. भरने में लगा समय = 1 घंटा

\therefore पूरी टंकी अर्थात् 60 ली. भरने में लगा समय $\frac{60}{5} = 12$ घंटा

जो प्रश्न को संतुष्ट करता है। अतः विकल्प 'a' सत्य है।

यदि विकल्प 'a' प्रश्न को संतुष्ट नहीं करता तो अन्य विकल्पों की भी इसी तरह जांच कर सकते हैं जब तक कि विकल्प प्रश्न को संतुष्ट न कर ले।



हल 6. परंपरागत विधि

$$\text{पहले पंप द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग} = \frac{1}{8}$$

$$\text{दूसरे पंप द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग} = \frac{1}{10}$$

दोनों पंपों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी का

$$\text{भरा भाग} = \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{5+4}{40}$$

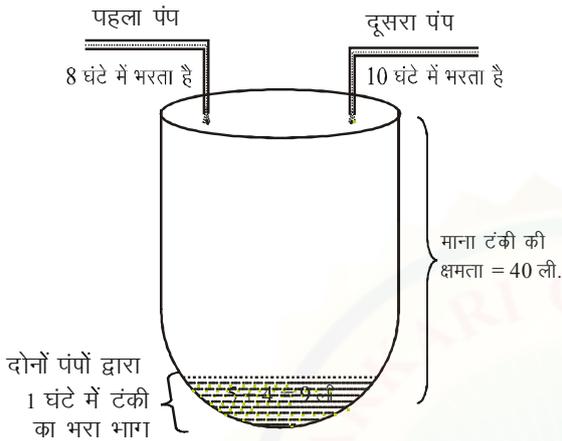
$$= \frac{9}{40}$$

\therefore दोनों पंपों द्वारा 4 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$= \frac{9}{40} \times 4 = \frac{9}{10} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 40 ली. है।
पहला पंप 8 घंटे में भरता है = 40 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{40}{8} = 5$ ली.

तथा दूसरा पंप 10 घंटे में भरता है = 40 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{40}{10} = 4$ ली.

स्पष्ट है दोनों पंप एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी में $5 + 4 = 9$ ली. भरेंगे। यानी 4 घंटे में $9 \times 4 = 36$ ली. टंकी को भरेंगे।

चूंकि 40 ली. अर्थात् पूरी टंकी भरी है = 1 भाग

तो 36 ली. में टंकी भरेगी = $\frac{36}{40} = \frac{9}{10}$ भाग \Rightarrow उत्तर



हल 7. परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{6}$

नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{4}$

\therefore दोनों नलों को बारी-बारी से खोला जाता है इसलिए दोनों नलों द्वारा 2 घंटे में टंकी का भरा भाग =

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

\therefore 4 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{5}{12} \times 2 = \frac{10}{12}$

\therefore टंकी का शेष भाग = $1 - \frac{10}{12} = \frac{2}{12}$

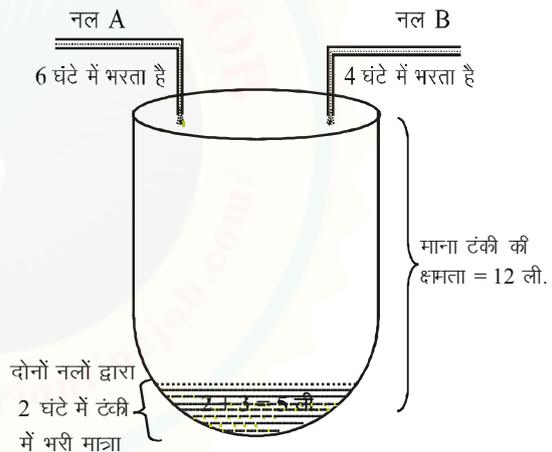
$$= \frac{1}{6} \text{ (जो नल A, 1 घंटे में भरेगा)}$$

अतः टंकी को भरने में लगा अभीष्ट समय

$$= 4 + 1 = 5 \text{ घंटे} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 12 ली. है
नल A, 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6} = 2$ ली.

तथा नल B, 4 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{4} = 3$ ली.

दोनों नलों को बारी-बारी से खोला जाता है, इसलिए दोनों नल 2 घंटे में टंकी में $2+3=5$ ली. भरेंगे।

4 घंटे में टंकी में $5+5=10$ ली. भरेंगे।

अब शेष $12-10=2$ ली. जो नल A, 1 घंटे में भर देगा।
अतः टंकी को भरने में लगा कुल समय = $4+1=5$ घंटे।
⇒ उत्तर



हल 8. परंपरागत विधि

पाइप A द्वारा 1 मिनट में टैंक का भरा भाग = $\frac{1}{15}$

पाइप B द्वारा 1 मिनट में टैंक का भरा भाग = $\frac{1}{20}$

तथा रिसाव द्वारा 1 मिनट में टैंक का खाली किया गया

$$\text{भाग} = \frac{1}{12}$$

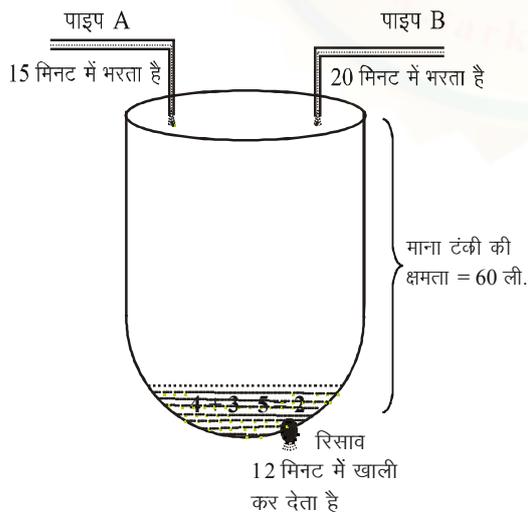
∴ यदि रिसाव हो रहा हो तो, 1 मिनट में टंकी का भरा

$$\begin{aligned} \text{भाग} &= \frac{1}{15} + \frac{1}{20} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{4+3-5}{60} = \frac{7-5}{60} = \frac{2}{60} \\ &= \frac{1}{30} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

∴ टंकी को पूरी भरने में लगा समय = $\frac{60}{1} = 30$ मिनट



पूर्णांक विधि



पाइप A, 15 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{15} = 4$ ली.

पाइप B, 20 मिनट में भरता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

रिसाव 12 मिनट में खाली करता है = 60 ली.

तो, 1 मिनट में खाली करेगा = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

स्पष्ट है यदि रिसाव हो रहा है और दोनों पाइपें खुली हों तो, टंकी 1 मिनट में $4+3-5=2$ ली. भरेगी।

∴ 2 ली. भरने में लगा समय = 1 मिनट

∴ 60 ली. अर्थात् पूरी टंकी भरने में लगा समय =

$$\frac{60}{2} = 30 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 9. परंपरागत विधि

नली द्वारा 1 मिनट में कुंड का भरा भाग = $\frac{1}{20}$

माना कुंड को केवल छिद्र द्वारा खाली होने में x मिनट लगता है

तब प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{x} = \frac{1}{(20+10)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3-2}{60}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{60}$$

$x = 60$ मिनट ⇒ उत्तर

अतः छेद के कारण कुंड को खाली होने में लगा समय = 60 मिनट



पूर्णाक विधि



मान लीजिए कुंड की क्षमता = 20 ली.
नल 20 मिनट में भरता है = 20 ली.

तो 1 मिनट में भरेगा = $\frac{20}{20} = 1$ ली.

जबकि छेद के कारण नल कुंड को 10 मिनट अधिक अर्थात् 30 मिनट में भरता है

स्पष्ट है नल 30 मिनट में कुंड में 30 ली. पानी भरेगा जबकि कुंड की क्षमता 20 ली. है, यानी 10 ली. छेद के कारण रिसाव हो जाता है।

अर्थात् छेद द्वारा 10 ली. निकलने में समय लगता है = 30 मिनट

तो छेद द्वारा पूरी टंकी अर्थात् 20 ली. निकलने में लगा

समय = $\frac{30}{10} \times 20 = 60$ मिनट \Rightarrow उत्तर



हल 10. परंपरागत विधि

P, Q तथा C नल को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में

$$\begin{aligned} \text{टंकी का भरा भाग} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{6+5-10}{60} = \frac{1}{60} \end{aligned}$$

\therefore तीनों नलों को एक साथ खोलने पर टंकी का $\frac{1}{60}$

भाग भरता है = 1 घंटे में तो,

टंकी का $\frac{1}{4}$ भाग भरेगा = $60 \times \frac{1}{4} = 15$ घंटे में

यदि नल 7 बजे प्रातः चालू कर दिया जाए तो टंकी का $\frac{1}{4}$

भाग भरेगा = 7 बजे + 15 घंटा

= 22 बजे

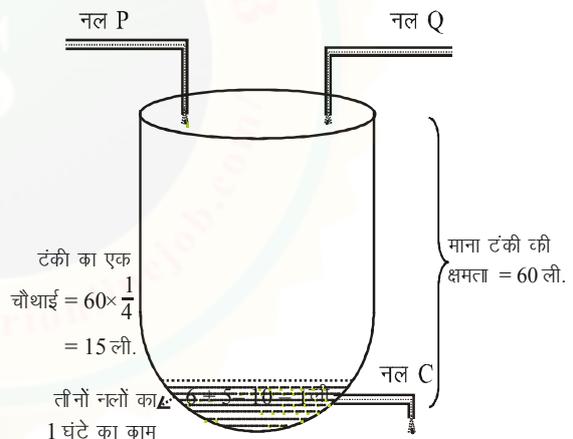
= 12 बजे दिन + 10 घंटा

= 10 बजे रात्रि को

\Rightarrow उत्तर



पूर्णाक विधि



नल P, 10 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{10} = 6$ ली.

नल Q, 12 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

तथा नल C, 6 घंटे में खाली करता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{60}{6} = 10$ ली.

स्पष्ट है तीनों नल मिलकर 1 घंटे में $6+5-10 = 1$ ली. टंकी में भरेंगे

∴ 1 ली. टंकी भरने में लगा समय = 1 घंटा

∴ 15 ली. अर्थात एक-चौथाई टंकी भरने में लगा समय = 15 घंटा

यदि तीनों नल सुबह 7 बजे चालू हुए हैं तो, 15 घंटे अर्थात $7+15 = 22$ बजे यानी रात्रि के 10 बजे टंकी का चौथाई भाग भर देंगे ⇒ उत्तर

$$\begin{aligned} &= \frac{10 \times 12 \times 15}{10 \times 12 + 12 \times 15 + 15 \times 10} \\ &= \frac{1800}{120 + 180 + 150} \\ &= \frac{1800}{450} \\ &= 4 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



पूर्णांक विधि



हल 11. परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में कुंड का भरा भाग = $\frac{1}{10}$

नल B द्वारा 1 घंटे में कुंड का भरा भाग = $\frac{1}{12}$

तथा नल C द्वारा 1 घंटे में कुंड का भरा भाग = $\frac{1}{15}$

तीनों नलों द्वारा 1 घंटे में कुंड का भरा भाग

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} \\ &= \frac{6+5+4}{60} = \frac{15}{60} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

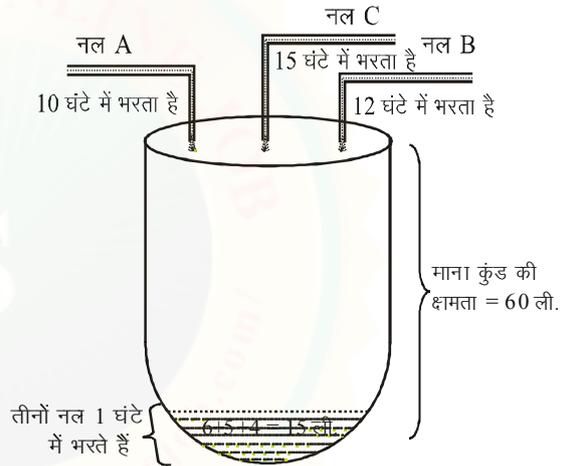
अतः तीनों नलों द्वारा कुंड को भरने में लगा समय = $\frac{4}{1}$
= 4 घंटा ⇒ उत्तर



सूत्र विधि

तीनों नलों द्वारा कुंड को भरने में लगा समय

$$= \frac{xyz}{xy + yz + zx}$$



नल A, 10 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{10} = 6$ ली.

नल B, 12 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

तथा नल C, 15 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{15} = 4$ ली.

स्पष्ट है तीनों नल एक साथ खोल दिए जाएं तो, 1 घंटे में भरेंगे = $6 + 5 + 4 = 15$ ली.।

∴ 15 ली. कुंड में भरने में लगा समय = 1 घंटा
 ∴ 60 ली. अर्थात् पूरा कुंड भरने में समय लगेगा

$$= \frac{60}{15} = 4 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 12. परंपरागत विधि

माना नल C टंकी को भरने में x मिनट लेता है
 प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{x} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} - \frac{1}{40}$$

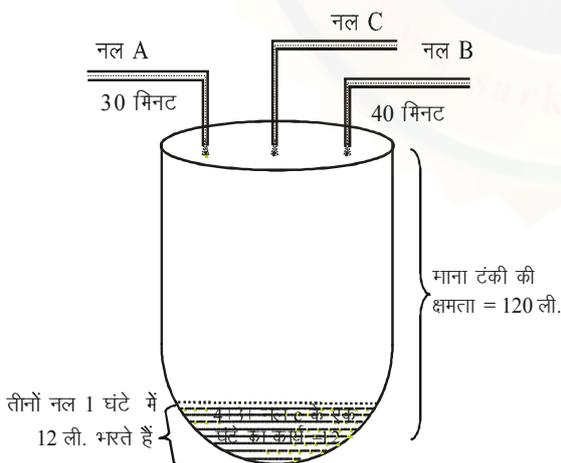
$$\frac{1}{x} = \frac{12-4-3}{120} = \frac{5}{120}$$

$$x = \frac{120}{5} = 24 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः नल C इस टंकी को 24 मिनट में भर देगा।



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 120 ली. है
 नल A, 30 मिनट में भरता है = 120 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{120}{30} = 4$ ली.

नल B, 40 मिनट में भरता है = 120 ली.

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{120}{40} = 3$ ली.

जबकि तीनों नल मिलकर 10 मिनट में भरते हैं = 120 ली.

तो, 1 मिनट में भरेंगे = $\frac{120}{10} = 10$ ली.

नल A और नल B दोनों मिलकर 1 मिनट में $4 + 3 = 7$ ली. भरते हैं जबकि तीनों नल अर्थात् नल C को शामिल कर लेने पर 1 मिनट में 12 ली. भरते हैं यानी नल C, 1 मिनट में $12 - 7 = 5$ ली. भरता है।

∴ नल C, 5 ली. भरता है = 1 मिनट में

∴ नल C, 120 ली. अर्थात् पूरी टंकी भरेगा

$$= \frac{120}{5} = 24 \text{ मिनट में} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 13. परंपरागत विधि

माना नल C अकेले टंकी को x घंटे में भर देगा

नल A, B एवं C द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{6}$

∴ नल A, B एवं C द्वारा 2 घंटे में टंकी का भरा गया भाग

$$= \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{शेष भाग} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

नल A एवं B द्वारा टंकी का $\frac{2}{3}$ भाग भरने में लगा समय = 7 घंटे

∴ पूरा भाग भरने में लगा समय = $7 \times \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$ घंटे

अब प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{\frac{21}{2}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{21} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{2}{21}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{7-4}{42} = \frac{3}{42}$$

$$x = \frac{42}{3} = 14 \text{ घंटा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः नल C टंकी को अकेले 14 घंटे में भर देगा।



पूर्णांक विधि

मान लीजिए टंकी की क्षमता 42 ली. है।

तीनों नल 6 घंटे में भरते हैं = 42 ली.

तो, 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{42}{6} = 7$ ली.

तो, 2 घंटे में भरेंगे = $7 \times 2 = 14$ ली.

अब शेष $42 - 14 = 28$ ली. नल A और B मिलकर 7 घंटे में भरते हैं तो नल A और B मिलकर 1 घंटे में भरेंगे =

$$\frac{28}{7} = 4 \text{ ली.}$$

जबकि तीनों नल मिलकर 1 घंटे में 7 ली. भरते हैं यानी

नल C, 1 घंटे में $7 - 4 = 3$ ली. भरत है।

∴ नल C, 3 ली. भरता है = 1 घंटे में

∴ नल C, 42 ली. अर्थात् पूरी टंकी भरेगा

$$= \frac{42}{3} = 14 \text{ घंटे में} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 14. परंपरागत विधि

माना तीसरा नल टंकी को x मिनट में खाली कर देता है

नल A द्वारा 1 मिनट में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{20}$

नल B द्वारा 1 मिनट में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{24}$

तथा नल C द्वारा 1 मिनट में टंकी का खाली किया गया

भाग = $\frac{1}{x}$

तीनों नल एक साथ खोल देने पर 1 मिनट में टंकी का

भरा भाग = $\frac{1}{15} = \frac{1}{20} + \frac{1}{24} - \frac{1}{x}$

$$= \frac{1}{x} = \frac{1}{20} + \frac{1}{24} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{6+5-8}{120} = \frac{3}{120}$$

$$x = \frac{120}{3} = 40 \text{ मिनट}$$

इस प्रकार नल C, टंकी को 40 मिनट में खाली कर देगा।

चूंकि नल C, 1 मिनट में खाली कर रहा है = 3 गैलन

तो, 40 मिनट में खाली करेगा अर्थात् पूरी टंकी की क्षमता

= $40 \times 3 = 120$ गैलन \Rightarrow उत्तर



पूर्णांक विधि

मान लीजिए टंकी की क्षमता = 120 गैलन है

नल A, 20 मिनट में भरता है = 120 गैलन

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{120}{20} = 6$ गैलन

नल B, 24 में मिनट में भरता है = 120 गैलन

तो, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{120}{24} = 5$ गैलन

जबकि नल C, 1 मिनट में खाली करता है = 3 गैलन

इस प्रकार तीनों नल एक साथ खोल देने पर 1 मिनट में

टंकी को भरेंगे = $6 + 5 - 3 = 8$ गैलन तो, 15 मिनट में

टंकी को भरेंगे = $8 \times 15 = 120$ गैलन अर्थात् तीनों नल A,

B तथा C को एक साथ खोला जाए तो टंकी भरने में 15

मिनट लगते हैं जो प्रश्न को संतुष्ट करता है।

यानी टंकी की वास्तविक क्षमता 120 गैलन है।

\Rightarrow उत्तर



हल 15. परंपरागत विधि

तीनों नलों को एक साथ खोलने पर हौज का भरा भाग

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4+3-6}{12} = \frac{1}{12}$$

अतः हौज को भरने में लगा अभीष्ट समय = 12 घंटे।

⇒ उत्तर



पूर्णांक विधि

मान लीजिए हौज की क्षमता 12 ली. है
प्रथम नल 3 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{3} = 4$ ली.

द्वितीय नल 4 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{4} = 3$ ली.

तथा एक निकासी नल 2 घंटे में खाती करता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{12}{2} = 6$ ली.

इस प्रकार तीनों नल एक साथ खोल दिए जाएं तो, 1 घंटे में टंकी भरेगी = $4 + 3 - 6 = 1$ ली.

∴ 1 ली. टंकी में भरने में लगा समय = 1 घंटा

∴ 12 ली. अर्थात् पूरी टंकी को भरने में लगा समय = $12 \times 1 = 12$ घंटा ⇒ उत्तर



हल 16. परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{12}$

नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{15}$

तथा नल C द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{20}$

प्रश्नानुसार,

पहले घंटे में टंकी का भरा गया भाग = नल A का 1 घंटे का काम + नल B का 1 घंटे का काम

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$$

तथा दूसरे घंटे में टंकी का भरा गया भाग = नल A का 1

घंटे का काम + नल C का 1 घंटे का काम = $\frac{1}{12} + \frac{1}{20}$

$$= \frac{5+3}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

∴ 2 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{3}{20} + \frac{2}{15}$

$$= \frac{9+8}{60} = \frac{17}{60}$$

∴ 6 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{17}{60} \times 3 = \frac{17}{20}$

$$\text{अब शेष भाग} = 1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$$

∴ शेष भाग भरने में लगा समय = $\frac{3}{20} \times \frac{20}{3} = 1$ घंटा

अतः पूरी टंकी भरने में लगा अभीष्ट समय = $6 + 1 = 7$ घंटा ⇒ उत्तर



पूर्णांक विधि

मान लीजिए टंकी की क्षमता 60 ली. है
नल A, 12 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{12} = 5$ ली.

नल B, 15 घंटे में भरता है = 60 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{15} = 4$ ली.

तथा नल C, 20 घंटे में भरता है = 60 ली

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{60}{20} = 3$ ली.

अब प्रश्नानुसार,

नल A पूरे समय खुला है जबकि नल B और C बारी-बारी से एक-एक घंटे के लिए खोले जाते हैं।

नल A और B, 1 घंटे में भरेंगे = $5 + 4 = 9$ ली.

तथा नल A और C, 1 घंटे में भरेंगे = $5 + 3 = 8$ ली.

यानी दो घंटे में नल A, B एवं C मिलकर 17 ली. टंकी को भरते हैं तो, 6 घंटे में भरेंगे $17 \times 3 = 51$ ली.।

अब शेष $60 - 51 = 9$ ली. भरने में नल A और B, 1 घंटे समय लेंगे।

इस प्रकार पूरी टंकी भरने में लगा कुल समय = $6 + 1 = 7$ घंटा \Rightarrow उत्तर



हल 17. परंपरागत विधि

माना खाली करने वाला पाइप उसे x मिनट में खाली कर सकता है।

अब प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} \frac{1}{60} + \frac{1}{75} - \frac{1}{x} &= \frac{1}{50} \\ \frac{1}{x} &= \frac{1}{60} + \frac{1}{75} - \frac{1}{50} \\ &= \frac{5 + 4 - 6}{300} = \frac{3}{300} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$

$x = 100$ मिनट \Rightarrow उत्तर

अतः तली में लगा तीसरा पाइप टंकी को 100 मिनट में खाली कर सकता है।



हल 18. परंपरागत विधि

माना पानी भरने वाला नल टंकी को x घंटे में भरेगा।

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} - \frac{1}{15} &= \frac{1}{x} \\ \frac{1}{x} &= \frac{3 - 2}{30} = \frac{1}{30} \end{aligned}$$

$x = 30$ घंटा

इस प्रकार भरने वाला नल टंकी को 30 घंटे में भर देगा।

30 घंटे = $30 \times 60 = 1800$ मिनट

अतः टंकी की धारिता = $4 \times 1800 = 7200$ ली.



सामान्य समझ पर

4 लीटर प्रति मिनट = 4×60 ली. प्रति घंटा = 240 ली. प्रति घंटा

प्रश्न से स्पष्ट है कि अतिरिक्त 5 घंटे में वह छेद $240 \times 5 = 3600$ ली. पानी निकालता है।

जबकि पूरी भरी टंकी को वह छेद 10 घंटे में खाली कर देता है।

\therefore 5 घंटे में खाली करता = 3600 ली.

\therefore 10 घंटे में खाली करेगा अर्थात् टंकी की कुल धारिता =

$$\frac{3600 \times 10}{5} = 7200 \text{ ली.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 19. परंपरागत विधि

माना टंकी x बजे खाली होती है

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} \frac{(x-8)}{15} + \frac{(x-9)}{12} &= \frac{(x-11)}{4} \\ \frac{4(x-8) + 5(x-9)}{60} &= \frac{(x-11)}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{4x - 32 + 5x - 45}{15} = (x - 11)$$

$$9x - 77 = 15x - 165$$

$$6x = 88$$

$$x = \frac{88}{6} = 14\frac{2}{3}$$

$$= 14 \text{ बजकर } 40 \text{ मिनट}$$

$$= 2 \text{ बजकर } 40 \text{ मिनट अपराह्न}$$

\Rightarrow उत्तर

अतः टंकी अपराह्न 2 बजकर 40 मिनट पर खाली होगी।



हल 20. परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{6}$

नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{9}$

नल C द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{12}$

नल B और C द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग = $\frac{1}{9} + \frac{1}{12}$

$$= \frac{4+3}{36} = \frac{7}{36}$$

∴ नल B और C द्वारा $\frac{1}{2}$ घंटे में टंकी का भरा गया भाग

$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{36} = \frac{7}{72}$$

अब टंकी का शेष भाग = $1 - \frac{7}{72} = \frac{65}{72}$

तीनों नलों को एक साथ खोलने पर 1 घंटे में टंकी का

भरा भाग = $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$

$$= \frac{6+4+3}{36} = \frac{13}{36}$$

∴ तीनों नलों द्वारा टंकी का $\frac{13}{36}$ भाग भरने में लगा

समय = 1 घंटा

∴ तीनों नलों द्वारा टंकी का शेष भाग = $\frac{65}{72}$ भाग भरने

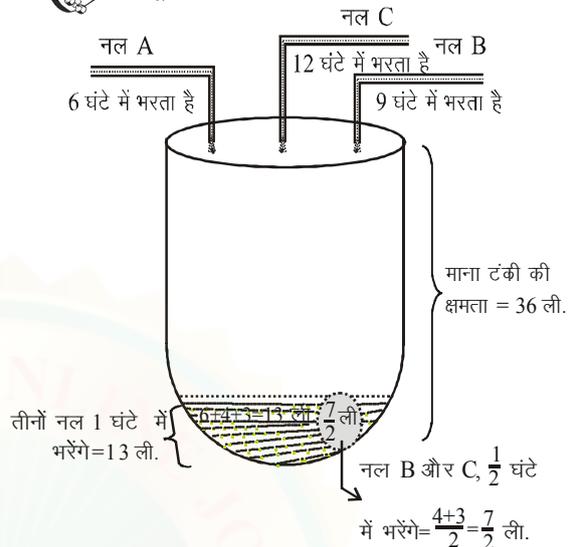
में लगा समय = $\frac{36}{13} \times \frac{65}{72}$

$$= \frac{5}{2} \text{ घंटा}$$

= 2 घंटा 30 मिनट ⇒ उत्तर



पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता = 36 ली.

नल A, 6 घंटे में भरता है = 36 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{36}{6} = 6$ ली.

नल B, 9 घंटे में भरता है = 36 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{36}{9} = 4$ ली.

तथा नल C, 12 घंटे में भरता है = 36 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{36}{12} = 3$ ली.

स्पष्ट है नल B और C मिलकर 1 घंटे में भरते हैं = 4 + 3 = 7 ली.

तो, $\frac{1}{2}$ घंटे में भरेंगे = $\frac{7}{2}$ ली.

अब शेष $36 - \frac{7}{2} = \frac{65}{2}$ ली. तीनों नल मिलकर भरते हैं

तीनों नल मिलकर 1 घंटे में भरते हैं = 6+4+3=13 ली.

∴ तीनों नल मिलकर 13 ली. भरते हैं = 1 घंटे में

∴ तीनों नल मिलकर शेष $\frac{65}{2}$ ली. भरेंगे

$$= \frac{65}{2} \times \frac{1}{13}$$

$$= \frac{5}{2} \text{ घंटे में} = 2\frac{1}{2} \text{ घंटे में} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

परीक्षा प्रश्न



प्रश्न 1. दो पाइप एक टंकी को क्रमशः 3 घंटे और 3 घंटे 45 मिनट में भर सकते हैं और तीसरा पाइप पूरी टंकी को एक घंटे में खाली कर सकता है। टंकी आधी भरी हुई है और तीनों पाइप एक साथ चालू कर दिए जाएं, तो टंकी कितने समय में खाली हो जाएगी?

- (a) 1 घंटा 15 मिनट (b) 1 घंटा 45 मिनट
(c) 45 मिनट (d) 1 घंटा 30 मिनट

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{टंकी का एक घंटे में भरा भाग} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{15} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{15} + \frac{4}{15} - \frac{15}{15} \\ &= -\frac{6}{15} \text{ ('-' खाली होने को दर्शाता है।)} \end{aligned}$$

अतः टंकी $\frac{15}{6}$ अर्थात् 2 घंटे 30 मिनट में खाली हो जाती है।

∴ टंकी आधी भरी हुई है और तीनों पाइप एक साथ चालू करने पर टंकी को खाली होने में लगा समय

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 2 \text{ घंटे } 30 \text{ मिनट} \\ &= 1 \text{ घंटे } 15 \text{ मिनट} \end{aligned}$$



पूर्णांक विधि

माना टंकी की माप = 15 लीटर

$$\text{पहला पाइप 1 घंटे में भरेगा} = \frac{15}{3} = 5 \text{ लीटर}$$

$$\text{दूसरा पाइप 1 घंटे में भरेगा} = \frac{15}{3.45 \text{ घंटा}} = 4 \text{ लीटर}$$

$$\text{तीसरा पाइप 1 घंटे में खाली करेगा} = \frac{15}{1} = 15 \text{ लीटर}$$

तीनों पाइप एक साथ खोलने पर 1 घंटे में टंकी खाली होगी
= 5 + 4 - 15 = 6 लीटर

$$\text{आधी टंकी} = 15 \div 2 = 7.5 \text{ लीटर}$$

$$7.5 \text{ लीटर खाली होने में समय लगेगा} = \frac{7.5}{6} = 1\frac{1}{4} \text{ घंटा}$$

$$= 1 \text{ घंटा } 15 \text{ मिनट}$$



प्रश्न 2. एक जलाशय में दो प्रवेश पाइप और एक निकास पाइप हैं। प्रवेश पाइप से इसे क्रमशः 3 घंटे और 3 घंटे, 45 मिनट में भरा जा सकता है। निकास पाइप द्वारा इसे 1 घंटे में पूरा खाली किया जा सकता है। यदि दोनों प्रवेश पाइप क्रमशः दोपहर 1 बजे और 2 बजे खोल दिए जाएं तथा निकास पाइप को दोपहर 3 बजे खोला जाए, तो यह कितने बजे खाली हो जाएगा?

- (a) सायं 5 : 30 बजे (b) सायं 5 बजे
(c) सायं 5 : 20 बजे (d) सायं 5 : 55 बजे

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

R.R.B. कोलकाता (A.S.M.) परीक्षा, 2010

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना निकास पाइप खाली करने में t घंटे समय लेता है।

∴ पहला पाइप t + 2 घंटे समय लेगा तथा दूसरा पाइप t + 1 घंटे समय लेगा।

प्रश्नानुसार

$$\frac{t+2}{3} + \frac{(t+1)}{15} - \frac{t}{1} = 0 \quad (\because 3 \text{ घंटे } 45 \text{ मिनट} = \frac{15}{4} \text{ घंटे})$$

$$\frac{(t+2)}{3} + \frac{4(t+1)}{15} = t$$

$$\frac{5t+10+4t+4}{15} = t$$

$$9t+14=15t$$

$$15t-9t=14$$

$$6t=14$$

$$t = \frac{14}{6} \Rightarrow 2\frac{2}{6} \text{ घंटे}$$

$$= 2 \text{ घंटे } \frac{2}{6} \times 60 \text{ मिनट}$$

$$= 2 \text{ घंटे } 20 \text{ मिनट}$$

अतः पाइप दोपहर 3 बजे के 2 घंटे 20 मिनट बाद 5 बजकर 20 मिनट पर खाली हो जाएगी।



पूर्णांक विधि

माना टंकी की माप = 15 ली.

पहला पाइप 1 घंटे में भरेगा = $\frac{15}{3} = 5$ ली.

दूसरा पाइप 1 घंटे में भरेगा = $\frac{15}{3.45} = 4$ ली.

तीसरा पाइप 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{15}{1} = 15$ ली.

पहला पाइप 1 बजे से 3 बजे तक भरेगा = $5 \times 2 = 10$ ली.

दूसरा पाइप 2 बजे से 3 बजे तक भरेगा = $4 \times 1 = 4$ ली.

3 बजे तक कुल भरा पानी = 14 ली.

तीनों पाइप एक घंटे खुलने पर खाली होगा = $15 - (5 + 4) = 6$ ली.

14 ली. खाली होने में लगा समय = $\frac{14}{6} \Rightarrow 2 \frac{1}{3}$ घंटा

या 2 घंटा 20 मिनट



प्रश्न 3. दो पाइप A और B एक टैंक में क्रमशः 30 मिनट और 45 मिनट में जल भर सकते हैं। जल पाइप C उस टैंक को 36 मिनट में खाली कर सकता है। पहले A और B को खोला जाता है फिर 12 मिनट बाद C को खोला जाता है। टैंक कुल कितने समय (मिनटों में) भरेगा?

(a) 30 (b) 12

(c) 24 (d) 36

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना टैंक को भरने में लगा कुल समय = t मिनट

\therefore C को 12 मिनट बाद खोला जाता है।

\therefore C द्वारा लिया गया समय = $(t - 12)$ मिनट

प्रश्नानुसार

$$\frac{t}{30} + \frac{t}{45} - \frac{(t-12)}{36} = 1$$

$$\frac{6t}{180} + \frac{4t}{180} - \frac{5(t-12)}{180} = 1$$

$$\frac{6t + 4t - 5t + 60}{180} = 1$$

$$10t - 5t + 60 = 180$$

$$5t = 180 - 60$$

$$5t = 120$$

$$t = \frac{120}{5} \Rightarrow 24 \text{ मिनट}$$

अतः टैंक को भरने में लगा समय = 24 मिनट



पूर्णांक विधि

माना टैंक की क्षमता = 180 ली.

पाइप A एक मिनट में टंकी भरेगा = $\frac{180}{30} = 6$ ली.

पाइप B एक मिनट में टंकी भरेगा = $\frac{180}{45} = 4$ ली.

पाइप C एक मिनट में टंकी खाली करेगा = $\frac{180}{36} = 5$ ली.

12 मिनट में A एवं B टैंक भरेंगे = $12(6 + 4) = 120$ ली.

टैंक का शेष भाग = $180 - 120 = 60$ ली.

तीनों पाइप 1 मिनट में टैंक भरेंगे = $6 + 4 - 5 = 5$ ली.

तीनों पाइप शेष 60 ली. टैंक भरेंगे = $\frac{60}{5} = 12$ मि. में

\therefore कुल लगा समय = $12 + 12 = 24$ मि.



प्रश्न 4. एक पाइप एक टैंक को x घंटों में भर सकता है और एक अन्य पाइप उसे y घंटों में खाली कर सकता है। वे दोनों मिलकर उसे कितने समय में भर सकते हैं? ($y > x$)

(a) $\frac{xy}{y-x}$

(b) $\frac{xy}{x-y}$

(c) $y-x$

(d) $x-y$

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

R.R.B. हाजीपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

पहले पाइप द्वारा एक घंटे में भरा भाग = $\frac{1}{x}$

दूसरे पाइप द्वारा एक घंटे में खाली किया गया भाग = $\frac{1}{y}$

∴ 1 घंटे में दोनों पाइप को साथ खोलने पर भरा भाग = $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

$$= \frac{y-x}{xy}$$

∴ टैंक को भरने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{y-x}{xy}} \Rightarrow \frac{xy}{y-x}$



प्रश्न 5. तीन नल P, Q तथा R अलग-अलग किसी हौज को क्रमशः 4, 8 तथा 12 घंटे में पूरा भर सकते हैं। एक अन्य नल S पूरे भरे हौज को 10 घंटे में खाली कर सकता है। निम्नलिखित में से कौन-सा युग्म खाली हौज को अन्य से कम समय में भरेगा?

- केवल Q को खोला जाए
- P तथा S को खोला जाए
- P, R तथा S को खोला जाए
- P, Q तथा S को खोला जाए

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(d)



विकल्प विधि

विकल्प (a) से

नल Q, हौज को भरेगा = 8 घंटे में (प्रश्न में दिया है)

विकल्प (b) से

नल P, हौज को खाली करता है = 4 घंटे में तथा नल S, हौज को खाली करता है = 10 घंटे में

$$\begin{aligned} \text{दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{5-2}{20} = \frac{3}{20} \end{aligned}$$

∴ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{3}{20}} = \frac{20}{3}$ घंटा

विकल्प (c) से

नल P, R और S द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{15+5-6}{60} = \frac{14}{60} \end{aligned}$$

∴ तीनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{14}{60}} = \frac{60}{14} \Rightarrow \frac{30}{7}$ घंटा

विकल्प (d) से

∴ नल P, Q तथा S द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{10+5-4}{40} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

∴ नल P, Q तथा R द्वारा टंकी को भरने में लगा समय

$$= \frac{1}{\frac{11}{40}} = \frac{40}{11}$$

अतः स्पष्ट है कि विकल्प (d) में दिए गए नल P, Q तथा S, खाली हौज को सबसे कम समय में भर देंगे।

नोट—पूर्णांक विधि से, टैंक की क्षमता 120 ली. मानकर प्रति घंटे विभिन्न नलों की क्षमताओं के आधार पर हल प्राप्त कर सकते हैं।



प्रश्न 6. यदि दो नलियां एक साथ चालू हों, तो एक टंकी 12 घंटों में भर जाती है। उनमें एक नली उस टंकी को दूसरी की अपेक्षा 10 घंटे अधिक की गति से भर देती है। तदनुसार, वह तेज गति वाली नली अकेली, उस टंकी को कितने घंटों में भर देगी?

- 20
- 18
- 15
- 12

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

माना तेज नली की गति = x

∴ दूसरी नली की गति = $x + 10$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} &= \frac{1}{12} \\ \frac{x+10+x}{x^2+10x} &= \frac{1}{12} \\ (2x+10) \times 12 &= x^2+10x \\ 24x+120 &= x^2+10x \\ \therefore x^2-14x-120 &= 0 \\ \therefore x^2-(20-6)x-120 &= 0 \\ x^2-20x+6x-120 &= 0 \\ x(x-20)+6(x-20) &= 0 \\ (x-20)(x+6) &= 0 \end{aligned}$$

यदि $x-20=0$ यदि $(x+6)=0$
 $\therefore x=20$ $\therefore x=-6$ (अमान्य)
 अतः तेज गति की नली टंकी को 20 घंटे में अकेले भर देगी।



विकल्प विधि

इस प्रकार के प्रश्नों को विकल्प विधि से हल करें।



प्रश्न 7. समान क्षमता वाले 9 नल पानी की टंकी को 20 मिनट में भर देते हैं। उसी टंकी को 15 मिनट में भरने के लिए समान क्षमता वाले कितने नलों की आवश्यकता होगी?

- (a) 10 (b) 12
 (c) 15 (d) 18

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना टंकी को 15 मिनट में भरने के लिए समान क्षमता वाले x नलों की आवश्यकता होगी।

समय	नलों की संख्या
20 मिनट ↑	9 ↓
15 मिनट ↑	x ↓

$$\therefore \frac{x}{9} = \frac{20}{15}$$

$$\therefore x = \frac{20 \times 9}{15} \Rightarrow 12 \text{ नल}$$



भिन्न के नियम से

समय कम है अतः ज्यादा नलों की जरूरत होगी

$$9 \times \frac{20}{15} = 12 \text{ नल}$$

(20 एवं 15 में बड़ी संख्या अंश के रूप में तथा छोटी संख्या हर के रूप में रखी जाएगी)



प्रश्न 8. पानी की एक टंकी A और B नलों द्वारा क्रमशः 5 मिनट और 6 मिनट में भरी जाती है, जबकि नल C उसे 8 मिनट में खाली कर सकता है। यदि सभी नल एक साथ खोल दिए जाएं, तो टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरने में कितना समय लगेगा?

- (a) $\frac{30}{29}$ मिनट (b) $\frac{29}{120}$ मिनट
 (c) $\frac{120}{29}$ मिनट (d) $\frac{90}{29}$ मिनट

R.R.B. भोपाल (T.C./C.C./J.C.) 'मुख्य' परीक्षा, 2012
R.R.C. चंडीगढ़ (ग्रुप-D) परीक्षा, 2011

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

तीनों नलों को एक साथ खोलने पर 1 मिनट में टंकी का भरा

$$\text{भाग} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{24+20-15}{120}$$

$$= \frac{29}{120}$$

$$\therefore \text{टंकी का } \frac{29}{120} \text{ भाग भरता है} = 1 \text{ मिनट में}$$

$$\therefore \text{टंकी का } \frac{3}{4} \text{ भाग भरेगा} = \frac{120}{29} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{90}{29} \text{ मिनट}$$



पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 120 ली. है

$$\text{नल A, 1 मिनट में भरेगा} = \frac{120}{5} = 24 \text{ ली.}$$

$$\text{नल B, 1 मिनट में भरेगा} = \frac{120}{6} = 20 \text{ ली.}$$

$$\text{तथा नल C, 1 मिनट में खाली करेगा} = \frac{120}{8} = 15 \text{ ली.}$$

टंकी में तीनों नलों द्वारा 1 मिनट में भरा गया पानी
= 24 + 20 - 15 = 29 ली.

∴ तीनों नलों द्वारा टंकी को पूरा भरने में लगा समय =

$$\frac{120}{29} \text{ मिनट}$$

∴ तीनों नलों द्वारा टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरने में लगा

$$\text{समय} = \frac{120}{29} \times \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{90}{29} \text{ मिनट}$$



प्रश्न 9. एक विद्युत पंप एक टैंक को 3 घंटे में भर सकता है किंतु टैंक में एक लीक होने के कारण वह टैंक को भरने में 4 घंटे लेता है, यह लीकेज टैंक के पूरे पानी को में खाली कर सकता है।

- (a) 21 घंटे (b) $6\frac{1}{2}$ घंटे
(c) $10\frac{1}{2}$ घंटे (d) 12 घंटे

R.R.B. बंगलौर (Asst. Driv.) परीक्षा, 2003

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{लीकेज द्वारा एक घंटे में खाली किया गया भाग} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{4-3}{12} \Rightarrow \frac{1}{12} \end{aligned}$$

∴ लीकेज टैंक को 12 घंटे में खाली कर देगा।



सूत्र विधि-

यदि विद्युत पंप एक टैंक को x घंटे में भर सकता है परंतु टैंक में लीक होने के कारण टैंक को भरने में y घंटे लगते हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{लीकेज पूरे भरे टैंक को खाली करेगा} &= \frac{xy}{y-x} = \frac{3 \times 4}{4-3} \\ &= \frac{12}{1} \Rightarrow 12 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

नोट-पूर्णांक विधि पर स्वयं हल करें।



प्रश्न 10. पानी की एक टंकी में $\frac{2}{5}$ भाग पानी भरा हुआ है।

A नल उस टंकी को 10 मिनट में भर सकता है, जबकि B नल उस को 6 मिनट में खाली कर सकता है। यदि दोनों नल खोल दिए जाएं, तो टंकी कितने समय में पूर्णतः खाली या भरी जा सकती है?

- (a) 6 मिनट खाली करने में
(b) 6 मिनट भरने में
(c) 9 मिनट खाली करने में
(d) 9 मिनट भरने में

R.R.B. महेन्द्रघाट (A.S.M.) परीक्षा, 2001

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

दोनों नलों को एक साथ खोलने पर एक मिनट में टंकी का खाली

$$\begin{aligned} \text{किया गया भाग} &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{5-3}{30} \\ &= \frac{2}{30} \Rightarrow \frac{1}{15} \text{ भाग} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{2}{5} \text{ भाग खाली करने में लगा समय} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{15}} \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{15}{1}$$

= 6 मिनट



हल : पूर्णांक विधि

माना टंकी = 60 ली.

नल A एक मिनट में भरेगा = $\frac{60}{10} = 6$ ली.

नल B एक मिनट में खाली करेगा = $\frac{60}{6} = 10$ ली.

प्रत्येक मिनट में पानी खाली होगा = $10 - 6 = 4$ ली.

टंकी का $\frac{2}{5}$ भाग = $60 \times \frac{2}{5} = 24$ ली.

24 ली. पानी खाली होने में समय लगेगा = $\frac{24}{4} = 6$ मिनट



प्रश्न 11. यदि 15 मिनट में टंकी का $\frac{3}{16}$ भाग भर जाता

है तो शेष टंकी कितने समय में भरेगी?

- (a) 55 मिनट (b) 60 मिनट
(c) 65 मिनट (d) 70 मिनट

R.R.B. अहमदाबाद (C.C.) परीक्षा, 2007

R.R.B. गोरखपुर (T.C./C.C.) परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)



हल : सामान्य समझ पर

टंकी का शेष भाग = $1 - \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{13}{16}$ भाग

$\therefore \frac{3}{16}$ भाग 15 मिनट में भरता है।

\therefore टंकी को पूरा भरने में समय लगेगा = $\frac{15}{3} \times 16$ मिनट

\therefore टंकी का $\frac{13}{16}$ भाग भरेगा = $\frac{15}{3} \times \frac{16}{16} \times 13 \Rightarrow 65$ मिनट



प्रश्न 12. एक नल एक टैंक को 6 घंटे में भर सकता है।

आधा टैंक भरने के बाद 3 और समान नल खोल दिए गए।

बताएं कि पूरा टैंक भरने में कितना समय लगेगा?

- (a) 3 घंटे 15 मिनट
(b) 3 घंटे 45 मिनट

(c) 4 घंटे

(d) 4 घंटे 15 मिनट

R.R.C. हाजीपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

1 नल द्वारा 1 घंटे में टैंक का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

\therefore आधा टैंक भरने में नल द्वारा लगा समय = $\frac{6}{2} \Rightarrow 3$ घंटे

\therefore आधा टैंक भरने के बाद टैंक का शेष भाग = $1 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}$

\therefore 1 नल द्वारा 1 घंटे में भरा भाग = $\frac{1}{6}$

\therefore 3 और समान नल को खोल देने पर नलों की संख्या = $(3+1) = 4$

\therefore 4 नल द्वारा 1 घंटे में भरा भाग = $\frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{3}$

\therefore 4 नल द्वारा टैंक को भरने में लगा समय = $\frac{3}{2}$

4 नल द्वारा टैंक का $\frac{1}{2}$ भाग भरने में लगा समय = $\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$

= $\frac{3}{4}$ घंटा

\therefore टैंक को भरने में लगा कुल समय = $3 + \frac{3}{4}$ घंटे

= 3 घंटा 45 मिनट



पूर्णांक विधि

माना टैंक की क्षमता 6 ली. है

एक नल 1 घंटे में भरेगा = $\frac{6}{6} = 1$ ली.

यदि टंकी आधा भरी है अर्थात् टंकी में 3 ली. पानी है शेष $6 - 3 = 3$ ली. भरने में 3 और समान नल अर्थात् कुल 4 नल

खोल दिए जाते हैं। इस प्रकार 4 नलों द्वारा 3 ली भरने में

लगा समय = $\frac{3}{4}$ घंटा तथा प्रथम नल द्वारा (आधा टैंक (3 ली.) भरने में लगा समय = $1 \times 3 = 3$ घंटा
इस प्रकार पूरा टैंक भरने में लगा कुल समय = $\left(3 + \frac{3}{4}\right)$ घंटा
= 3 घंटा 45 मिनट



सामान्य समझ पर

आधा टैंक भरने में एक नल को 3 घंटे का समय लगेगा शेष आधा टैंक को भरने में अकेले उस नल को 3 घंटे का समय लगेगा लेकिन उसी प्रकार के 4 नल होने पर चौथाई समय अर्थात् 45 मिनट लगेगा।

∴ कुल लगा समय = 3 घंटा 45 मिनट



प्रश्न 13. दो नल A और B किसी टंकी को अलग-अलग क्रमशः 20 और 30 मिनट में पूरा भर सकते हैं। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएं, तो टंकी को पूरी तरह भरने में उन्हें कितना समय लगेगा?

- (a) 10 मिनट (b) 12 मिनट
(c) 15 मिनट (d) 25 मिनट

I.A.S.(Pre) 2015

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{20}$

नल B द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{30}$

नल (A + B) द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{20} + \frac{1}{30}$
= $\frac{3+2}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

नल (A + B) द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{12}$

तथा टंकी को पूरा भरने में लगा समय = 12 मिनट

अतः विकल्प (b) सही है।



पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 60 ली. है

नल A, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{20} \Rightarrow 3$ ली.

तथा नल B, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{30} \Rightarrow 2$ ली.

दोनों नलों द्वारा 1 मिनट में टंकी में भरेंगे = $3 + 2 = 5$ ली.

∴ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{60}{5}$
= 12 मिनट

अर्थात् 60 ली. पानी रिसाव के कारण खाली होने में लगा

कुल समय $\frac{15}{15} \times 60 \Rightarrow 60$ मिनट



प्रश्न 14. एक पात्र में जल इस प्रकार भरा जाता है कि उसकी मात्रा प्रत्येक पांच मिनट के बाद दुगुनी हो जाती है। यदि पात्र को पूरा भरने के लिए यह 30 मिनट लेता है तो उसे चौथाई मात्रा तक पूरा भरने में कितना समय लगेगा?

- (a) 7 मिनट और 30 सेकेंड
(b) 10 मिनट
(c) 20 मिनट
(d) 25 मिनट

I.A.S.(Pre) 2001

उत्तर—(c)



हल : सामान्य समझ पर

चूंकि 30 मिनट में पात्र पूरा भर जाता है। अतः 25 मिनट में पात्र आधा भरता है और 20 मिनट में पात्र चौथाई भरता है।



प्रश्न 15. दो पाइप एक टंकी को क्रमशः 20 और 30 मिनट में भर सकते हैं। जब टंकी भरने के लिए दोनों पाइपों को एक साथ खोला गया, तो टंकी की तली में हुए छेद द्वारा पानी बह जाने के कारण, टंकी को पूरा भरने में सामान्य से 3 मिनट अधिक समय लगा। यदि टंकी पूरी भरी जा चुकी हो, तो छेद से रिसाव होने के कारण, टंकी कितने मिनट में खाली हो जाएगी?

- (a) 10 मिनट में (b) 20 मिनट में

(c) 30 मिनट में

(d) 60 मिनट में

U.P.P.C.S.(Mains) 2011



हल : परंपरागत विधि

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{दो पाइप द्वारा टंकी को भरने में लगा समय} &= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \\ &= \frac{60}{5} = 12 \text{ मिनट} \end{aligned}$$

अब खाली करने वाले छेद एवं भरने वाले पाइप को साथ खोलने पर टंकी को भरने में लगा समय = 12 + 3 = 15 मिनट

$$\begin{aligned} \text{अतः भरी टंकी को छेद खाली करेगा} &= \frac{1}{15} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{4-5} = \frac{60}{-1} = -60 \text{ मिनट} \end{aligned}$$

(यहां '-' का चिन्ह टंकी खाली होने को प्रदर्शित करता है)

अतः टंकी छेद द्वारा 60 मिनट में खाली हो जाएगी।



पूर्णांक विधि

माना टंकी = 60 ली.

$$\text{प्रथम पाइप 1 मिनट में टंकी भरेगा} = \frac{60}{20} = 3 \text{ ली.}$$

$$\text{द्वितीय पाइप 1 मिनट में टंकी भरेगा} = \frac{60}{30} = 2 \text{ ली.}$$

$$\text{दोनों पाइप टंकी भरेंगे} = \frac{60}{5} = 12 \text{ मिनट में}$$

$$\text{टंकी में छेद होने पर टंकी भरेगी} = 12 + 3 = 15 \text{ मिनट में}$$

$$\text{टंकी में छेद होने पर 1 मिनट में पानी भरेगा} = \frac{60}{15} = 4 \text{ ली.}$$

$$\text{छेद 1 मिनट में खाली करेगा} = 5 - 4 = 1 \text{ ली.}$$

$$\text{छेद 60 ली. खाली करेगा} = 60 \text{ मिनट में}$$



प्रश्न 16. एक टंकी को भरने में 3 घंटे लगते हैं लेकिन टंकी के तले से होने वाले रिसाव के कारण, टंकी को भरने में एक घंटा अधिक लगता है। रिसाव के कारण टंकी को खाली होने में कितने घंटे लगेंगे ?

(a) 8

(b) 10

(c) 12

(d) 14

Uttarakhand P.C.S.(Pre) 2012

उत्तर—(c)

3 घंटे में भरती है = 1 टंकी

$$\therefore 1 \text{ घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग} = \frac{1}{3}$$

रिसाव के कारण 1 घंटा अधिक में टंकी भरती है अर्थात् 4 घंटे में भरती है = 1 टंकी

$$\therefore 1 \text{ घंटे में भरा हुआ भाग} = \frac{1}{4}$$

$$\text{अतः 1 घंटे में खाली हुआ भाग} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4-3}{12}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$\text{अब} \therefore \frac{1}{12} \text{ भाग खाली होता है} = 1 \text{ घंटे में}$$

$$\therefore 1 \text{ भाग (पूरी टंकी) खाली होगी} = 1 \div \frac{1}{12}$$

$$= 1 \times \frac{12}{1}$$

$$= 12 \text{ घंटे में}$$



पूर्णांक विधि

माना टंकी का क्षमता 12 ली. है नल 3 घंटे में भरता है = 12 ली.

$$\text{तो 1 घंटे में भरेगा} = \frac{12}{3} \Rightarrow 4 \text{ ली.}$$

जबकि छेद के कारण टंकी को भरने में 1 घंटा अधिक समय लगता है अर्थात् 3 + 1 \Rightarrow 4 घंटा

यानी नल 4 घंटे में भरेगा = 4 \times 4 = 16 ली. जबकि रिसाव के कारण 12 ली. ही पानी भरा। इस प्रकार 16 - 12 = 4 ली.

पानी का छेद के कारण रिसाव हो जाता है। अर्थात् छेद द्वारा 4 ली. पानी निकलने में समय लगता है = 4 घंटा, तो पूरी

$$\text{टंकी खाली होने में लगा समय} = \frac{4}{4} \times 12 \Rightarrow 12 \text{ घंटा}$$

मन की गणित

720

पाइप एवं टंकी