

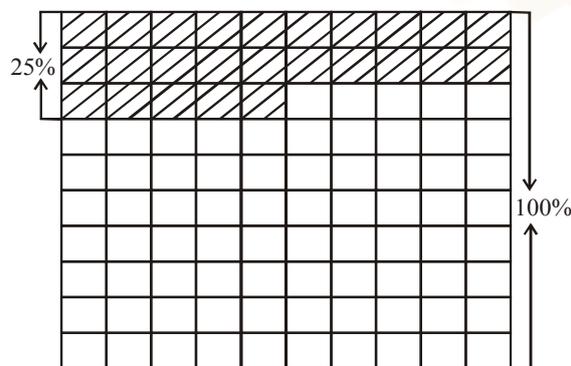
प्रतिशत (Percentage)

अंकगणित विषय के अंतर्गत प्रतिशत ऐसा अध्याय है जिसे सर्वाधिक महत्त्व दिया जाना चाहिए क्योंकि अंकगणित के आधे से अधिक प्रश्नों के हल में प्रतिशत के नियम अवश्य ही प्रयुक्त होते हैं। लाभ-हानि, ब्याज, साझेदारी, बट्टा, सारिणी एवं ग्राफ इत्यादि के प्रश्न तो पूरी तरह प्रतिशत के नियमों पर ही आधारित होते हैं।

जैसा कि हम पहले ही चर्चा कर चुके हैं, अंकगणित के संदर्भ में हम 'मन की गणित' (Mind Math) को सर्वाधिक महत्त्व प्रदान करेंगे अर्थात् अंकगणित के सामान्य नियमों एवं सिद्धांतों की जानकारी की अपेक्षा उन पर आधारित परीक्षा-प्रश्नों एवं प्रश्नों की बदलती प्रवृत्ति पर व्यावहारिक पहलू का प्रयोग करने पर ज्यादा ध्यान देंगे।

☞ पहले थोड़ा सा मूल अवधारणाओं पर चर्चा कर लें।

प्रतिशत का अर्थ- प्रतिशत का अर्थ प्रत्येक 100 के लिए होता है, जैसे 40 प्रतिशत का अर्थ है 100 में 40। प्रतिशत से तात्पर्य ऐसी भिन्न से है, जिसका हर 100 हो। ऐसी भिन्न का अंश प्रतिशत की 'दर' कहलाती है। जैसे-भिन्न $\frac{25}{100}$ में 25 प्रतिशत की दर है अर्थात् 100 भागों में 25 भाग।



☞ प्रतिशत का परिवर्तन

प्रतिशत के संदर्भ में दो बातें ध्यान में रखें-

- (1) किसी प्रतिशत को भिन्न, दशमलव या पूर्ण संख्या में परिवर्तित करने के लिए प्रतिशत को 100 से भाग देना चाहिए। जैसे -

$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$60\% = \frac{60}{100} = 0.6$$

$$600\% = \frac{600}{100} = 6$$

- (2) किसी भिन्न, दशमलव या पूर्ण संख्या को प्रतिशत में बदलने के लिए इनमें 100 से गुणा करना चाहिए।

तथा प्रतिशत का संकेत (%) लिखना चाहिए।

जैसे -

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times 100 = \frac{300}{5} = 60\%$$

$$0.6 = 0.6 \times 100 = 60\%$$

$$6 = 6 \times 100 = 600\%$$

अंकगणित में प्रायः विभिन्न सिद्धांतों पर भिन्न-भिन्न प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं। प्रतिशत के संदर्भ में भी विभिन्न सिद्धांतों से प्रश्न पूछे जाते हैं। ये सिद्धांत निम्नलिखित हैं, देखें -

☐ सिद्धांत-1

“यदि किसी संख्या में $x\%$ की वृद्धि कर दी जाए तो इसे पूर्व की स्थिति में लाने के लिए बढ़ी हुई संख्या में कितने प्रतिशत की कमी करनी होगी?”

इस सिद्धांत पर आधारित प्रश्न एवं विभिन्न विधियों से उनके हल इस प्रकार हैं-



प्रश्न 1. चीनी के मूल्य में 25% की वृद्धि हो जाए, तो उसकी खपत में कितने प्रतिशत कमी की जानी चाहिए ताकि व्यय न बढ़े?



हल : परंपरागत विधि

25% वृद्धि का अर्थ है, 100 रु. की चीनी 125 रु. में प्राप्त होगी,
इस 125 रु. पर कमी करनी होगी = 25 रु. की

$$\therefore 100 \text{ रु. पर कमी करनी होगी} = \frac{100}{125} \times 25 = 20\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने का सूत्र है-

$$\text{खपत में प्रतिशत कमी} = \frac{100 \times \text{प्रतिशत वृद्धि}}{100 + \text{प्रतिशत वृद्धि}}$$

प्रतिशत वृद्धि = 25%

\therefore खपत में प्रतिशत कमी

$$= \frac{100 \times 25}{100 + 25} = \frac{100 \times 25}{125} = 20\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूक्ष्म विधि

इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने की एक सूक्ष्म विधि भी हो सकती है, इसे वस्तुनिष्ठ विधि भी कह सकते हैं क्योंकि इसमें हल विकल्पों के माध्यम से निकाला जाता है।

विधि-

जिस विकल्प में दी गई राशि का दिया गया वृद्धि प्रतिशत जोड़ने पर वृद्धि प्रतिशत में दिया गया अंक प्राप्त हो जाए, वही अभीष्ट उत्तर है।

मान लीजिए प्रथम प्रश्न हेतु 4 विकल्प क्रमशः

(a) 20% (b) $16\frac{2}{3}\%$

(c) 18% (d) 25% दिया गया हो।

तब आप देखें-

(a) 20% में 20 का 25% $\left(20 \times \frac{25}{100} = 5\%\right)$ जोड़ने पर

25% प्राप्त होता है। अतः यही अभीष्ट है।

(b) $16\frac{2}{3}\%$ में $16\frac{2}{3}\%$ का 25% जोड़ने पर 25% नहीं होता है।

अतः यह अभीष्ट उत्तर नहीं है।



गुणा-भाग विधि

मान लीजिए आप 10 रु. किलो के भाव से 10 किलो चीनी की खपत करते हैं। तब इस चीनी के लिए दुकानदार आपसे पैसा लेगा = $10 \times 10 = 100$ रु.। यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा। जब चीनी का भाव 25% बढ़ जाए यानी 10 रु. से बढ़कर 12.5 रु. हो जाए, तो उतने ही रुपये यानी 100 रु. में आप कितनी चीनी खरीद पाएंगे?

स्पष्ट है- $\frac{100}{12.5} = 8$ किग्रा.।

खपत में कितनी कमी करनी होगी $10 - 8 = 2$ किग्रा. की, चूंकि यह कमी 10 किग्रा. पर है,

अतः प्रतिशत कमी यानी 100 किग्रा. पर कमी 2 का 10 गुना अर्थात् 20 किग्रा.। यही खपत में प्रतिशत कमी है।

इसके लिए आपको क्या करना होगा?

$$\begin{array}{ccccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 10 \times 10 \text{ किग्रा.} = 100 \text{ रु.}$

भाव बढ़ने पर $\rightarrow 12.5 \times ? = 100 \text{ रु.}$

खपत जानने के लिए व्यय-भार में बढ़े मूल्य से भाग देना होगा,

अर्थात् $\frac{100}{12.5} = 8$ किग्रा.

स्पष्ट है यदि पहले खपत 10 किग्रा. थी, तो अब 8 किग्रा. होगी और यदि पहले खपत 100 किग्रा. थी, तो अब 80 किग्रा. हो जाएगी। खपत में 100 किग्रा. पर 20 किग्रा. की कमी अर्थात् 20% कमी होगी। \Rightarrow उत्तर

चित्रात्मक प्रस्तुति

मूल्य $\boxed{1 \text{ kg. चीनी}} = \boxed{10 \text{ रु.}}$

10 kg चीनी के लिए व्यय

1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी

$= \boxed{100 \text{ रु.}}$

25% बढ़ा मूल्य $\boxed{1 \text{ kg. चीनी}} = \boxed{\frac{10 \text{ रु.}}{2 \text{ रु.}} = 50 \text{ पैसे}}$

बढ़े मूल्य पर 100 रु. में प्राप्त चीनी

1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी

$\frac{100}{12.5} = 8$ } 8 kg चीनी

दाम बढ़ने पर 100 रु. में 10 किलो के बजाय 8 किलो चीनी ही प्राप्त होगी अर्थात प्रत्येक 10 किग्रा. पर खपत में 2 किग्रा. की कमी करनी होगी। 100 किग्रा. पर खपत में 20 किग्रा. की अर्थात 20% की कमी करनी होगी।



प्रश्न 2. राम की आय, श्याम की आय से 20% अधिक है, तो श्याम की आय, राम की आय से कितने प्रतिशत कम है?



हल : परंपरागत विधि

20% अधिक का अर्थ है (राम की आय, श्याम की आय से) यदि 100 रु. श्याम की आय है तो राम की आय 120 रु. होगी; इस 120 रु. पर कमी करनी होगी = 20 रु. की (तो राम की आय प्राप्त होगी)

$$\therefore 100 \text{ रु. पर कमी करनी होगी} = \frac{100}{120} \times 20 = \frac{50}{3} \% = 16\frac{2}{3} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

प्रतिशत अधिक = 20%

\therefore राम की आय में प्रतिशत कमी

$$= \frac{100 \times 20}{100 + 20} = \frac{100 \times 20}{120} = 16\frac{2}{3} \%$$

\Rightarrow उत्तर



सूक्ष्म विधि

$16\frac{2}{3} \%$ में $16\frac{2}{3}$ का 20% जोड़ने पर 20% प्राप्त होता है। अतः यह अभीष्ट उत्तर है।



गुणा-भाग विधि

राम	श्याम	कमी के बाद
↓	↓	↓
120	100	$\frac{100}{120}$

$$= 0.83\frac{1}{3} \Rightarrow 83\frac{1}{3}$$

$$\text{कमी}\% = 100 - 83\frac{1}{3} = 16\frac{2}{3} \%$$



प्रश्न 3. संख्या A, B से 10% अधिक है, तो B, A से कितने प्रतिशत कम है?



हल : परंपरागत विधि

10% अधिक का अर्थ है, यदि संख्या B, 100 है, तो संख्या A, 110 होगी;

इस 110 पर कमी करनी होगी = 10 की

\therefore 100 पर कमी करनी होगी

$$= \frac{100}{110} \times 10 = 9\frac{1}{11} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

प्रतिशत अधिक = 10%
संख्या A में प्रतिशत कमी

$$= \frac{100 \times 10}{100 + 10} = \frac{100 \times 10}{110} = 9\frac{1}{11}\%$$

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

प्रतिशत वृद्धि = 40%

$$\text{प्रतिशत कमी} = \frac{100 \times 40}{100 + 40} = \frac{100 \times 40}{140} = 28\frac{4}{7}\%$$

⇒ उत्तर



सूक्ष्म विधि

$9\frac{1}{11}\%$ में $9\frac{1}{11}$ का 10% जोड़ने पर 10% प्राप्त होता है।
अतः यही अभीष्ट उत्तर है।



सूक्ष्म विधि

$28\frac{4}{7}\%$ में $28\frac{4}{7}$ का 40% जोड़ने पर 40 प्राप्त होता है
अतः यही अभीष्ट उत्तर है।



गुणा-भाग विधि

A	B	B कम है
↓	↓	↓
110	100	$\frac{100}{110}$
		$= 0.90 \frac{9}{11} \Rightarrow 90\frac{9}{11}$

$$\text{कमी\%} = 100 - 90\frac{9}{11} = 9\frac{1}{11}\%$$



प्रश्न 4. एक रेडियो के दाम में 40% की वृद्धि हो गई।
बिक्री की मात्रा पर क्या प्रतिशत प्रभाव पड़ा होगा, यदि
बिक्री से प्राप्त राशि में कोई परिवर्तन न हुआ हो?



हल : परंपरागत विधि

40% वृद्धि का अर्थ है, 100 रु. का रेडियो 140 रु. में प्राप्त होगा,
इस 140 रु. पर कमी करनी होगी = 40 रु. की
∴ 100 रु. पर कमी करनी होगी

$$= \frac{100}{140} \times 40 = 28\frac{4}{7}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



गुणा-भाग विधि

	मूल्य ×	बिक्री	=	बिक्री से
		की मात्रा		प्राप्त राशि
		↓		↓
पूर्व भाव पर →	10 ×	100	=	1000 रु.
भाव बढ़ने पर →	14 ×	?	=	1000 रु.

$$\text{भाव बढ़ने पर बिक्री की मात्रा} = \frac{1000}{14} \Rightarrow 71\frac{3}{7}$$

$$\text{बिक्री की मात्रा में प्रतिशत कमी} = 100 - 71\frac{3}{7}$$

$$= 28\frac{4}{7}\%$$

इस सिद्धांत पर आधारित परिवर्तित प्रश्न देखें-
(जो गुणा-भाग विधि से हल किये गये हैं)



प्रश्न- चीनी के मूल्य में 50% की वृद्धि कर दी गई है।
खपत में कितने प्रतिशत की कमी की जाए कि व्यय केवल
20% बढ़े?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत} & = & \text{कुल} \\ \text{की मात्रा} & \text{व्यय-भार} & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 10 \times 10 = 100$ रु.

भाव बढ़ने पर $\rightarrow 15 \times ? = 120$ रु.

खपत में कमी जानने के लिए कुल व्यय भार में बढ़े हुये मूल्य से

भाग देना होगा अर्थात् $\frac{120}{15} = 8$ किग्रा.

स्पष्ट है यदि पहले खपत की मात्रा 10 किग्रा. थी तो अब यह मात्रा 8 किग्रा. हो जाती है और यदि पहले खपत 100 किग्रा. थी, तो अब 80 किग्रा. हो जाएगी। खपत में 100 किग्रा. पर 20 किग्रा. की कमी अर्थात् 20% की कमी होगी।

☞ इस प्रश्न का हल सरल तरीके से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. प्रति किलो के भाव से 10 किलो चीनी खरीदते हैं तब दुकानदार आपसे $10 \times 10 = 100$ रु. लेगा। यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. अब चीनी के मूल्य में 50% की वृद्धि कर दी गई अर्थात् 10 रु. से बढ़कर 15 रु. हो गई, तब व्यय-भार केवल 20% बढ़ा यानी की व्यय-भार 100 रु. से बढ़कर 120 रु. हो जाता है।

निष्कर्ष 3. अब आप 120 रु. में 15 रु. के भाव से कितनी चीनी

खरीद पाएंगे? स्पष्ट है $\frac{120}{15} = 8$ किग्रा.

निष्कर्ष 4. खपत की मात्रा 10 किग्रा. से घटकर 8 किग्रा. हो गयी अर्थात् $10 - 8 = 2$ किग्रा. की कमी। यह कमी 10 किग्रा. पर है, तब 100 किग्रा. पर 20 किग्रा. की कमी होगी, अर्थात् 20% कमी होगी खपत में।

☞ एक और परिवर्तित प्रश्न-



प्रश्न- यदि किसी वस्तु की खपत में 20% कमी करने पर व्यय में 12% की वृद्धि हो जाए तो इसके मूल्य में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत} & = & \text{कुल} \\ \text{की मात्रा} & \text{व्यय-भार} & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 10 \times 10 = 100$ रु.

भाव बढ़ने पर $\rightarrow ? \times 8 = 112$ रु.

मूल्य में वृद्धि जानने के लिए कुल व्यय भार में खपत की मात्रा से

भाग देना होगा अर्थात् $\frac{112}{8} = 14$ रु.

स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 10 रु. से बढ़कर 14 रु. हो गया अर्थात् वृद्धि $= 14 - 10 = 4$ रु.

\therefore 10 रु. पर वृद्धि है $= 4$ रु.

\therefore 100 रु. पर प्रतिशत वृद्धि $= \left(\frac{4}{10} \times 100 \right) \% = 40\%$

\Rightarrow उत्तर

☞ नोट- यहां पर प्रारंभ में ही मूल्य या खपत की मात्रा जो भी ज्ञात करनी हो, उसे 100 मान लेते हैं तो वास्तविक मूल्य या खपत की प्रतिशत कमी या वृद्धि प्रतिशत आसानी से ज्ञात हो जाएगा। देखें कैसे-

☞ हल : उपर्युक्त प्रश्न का हल सरल तरीके से देखें-

निष्कर्ष 1. यदि आप 100 रु. प्रति वस्तु के भाव से 10 वस्तु खरीदते हैं, तब दुकानदार आपसे $100 \times 10 = 1000$ रु. लेगा, यही आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. अब वस्तु की खपत में 20% कमी हो गयी अर्थात् 10 से घटकर 8 हो गयी, तो व्यय-भार में 12% वृद्धि हो अर्थात् 1000 रु. से बढ़कर 1120 रु. हो।

निष्कर्ष 3. अब आप 8 वस्तु खरीदने के लिए दुकानदार को 1120 रु.

देते हैं यानी कि $\frac{1120}{8} = 140$ रु. प्रति वस्तु।

निष्कर्ष 4. अब आप देख रहे हैं कि पहले वस्तु का मूल्य 100 रु. था, अब बढ़कर 140 रु. प्रति वस्तु हो गया है अर्थात् $140 - 100 = 40$ की वृद्धि। यही प्रतिशत वृद्धि है।

अतः वस्तु के मूल्य में 40 प्रतिशत वृद्धि होगी।

उपर्युक्त प्रश्न का हल कुछ इस तरह से भी देखें-

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times & \text{खपत} & = & \text{कुल} \\ & \text{की मात्रा} & & \text{व्यय भार} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 100 \times 10 = 1000 \text{ रु.}$

भाव बढ़ने पर $\rightarrow ? \times 8 = 1120 \text{ रु.}$

मूल्य में वृद्धि जानने के लिए कुल व्यय भार में खपत की मात्रा से

भाग देना होगा अर्थात् $\frac{1120}{8} = 140 \text{ रु.}$

स्पष्ट है यदि पहले मूल्य 100 रु. था, तो अब 140 रु. हो गया अर्थात् $140 - 100 = 40 \text{ रु.}$ वृद्धि, यही प्रतिशत वृद्धि है।
अतः मूल्य में 40 प्रतिशत वृद्धि होगी। \Rightarrow उत्तर

इस पर एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न- यदि वस्तु के मूल्य में 30% की वृद्धि हो जाए, तो व्यय में 20% की कमी हो जाती है, ज्ञात कीजिए इसकी खपत में कितनी कमी या वृद्धि प्रतिशत में हुई?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times & \text{खपत} & = & \text{कुल} \\ & \text{की मात्रा} & & \text{व्यय-भार} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 100 \times 100 = 1000 \text{ रु.}$

परिवर्तित भाव पर $\rightarrow 13 \times ? = 800 \text{ रु.}$

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय में मूल्य से भाग देना

होगा अर्थात् $\frac{800}{13} = 61\frac{7}{13}$ वस्तु

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश $61\frac{7}{13}$ को

उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें वास्तव में $61\frac{7}{13}\%$ खपत की मात्रा 100 से घटकर हो गई है। खपत में कमी का प्रतिशत है

$$= 100 - 61\frac{7}{13} = 38\frac{6}{13}\% \text{ यही अभीष्ट उत्तर है।}$$

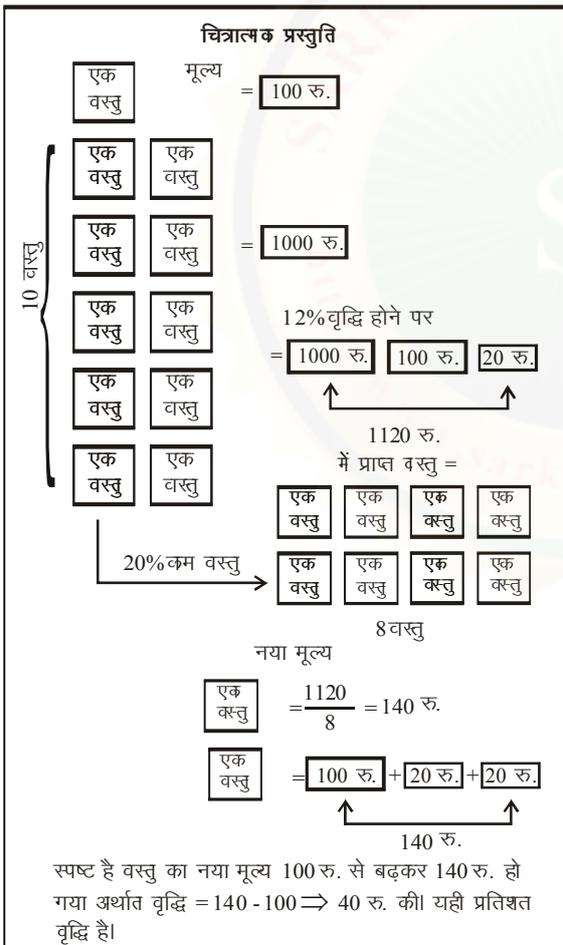
इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. के भाव से 100 वस्तु खरीदते हैं तब आपको $10 \times 100 = 1000 \text{ रु.}$ का भुगतान करना होगा। यही 1000 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. अब वस्तु के मूल्य में 30% की वृद्धि हो अर्थात् वस्तु का मूल्य 10 से बढ़कर 13 हो जाए तथा व्यय में 20% की कमी अर्थात् व्यय 1000 रु. से घटकर 800 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप 13 रु. के भाव से 800 रु. में कितनी वस्तु

खरीदेंगे? स्पष्ट है- $\frac{800}{13} = 61\frac{7}{13}$ वस्तु



निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वस्तु की मात्रा 100 से घटकर $61\frac{7}{13}$ हो गई।

$$\text{अतः प्रतिशत कमी} = 100 - 61\frac{7}{13} \Rightarrow 38\frac{6}{13}\%$$

एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. राम की आय श्याम की आय से 30% अधिक है, तो श्याम की आय राम की आय से कितने प्रतिशत कम है?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{राम की आय} & \times & \text{श्याम की आय} = \text{वास्तविक} \\ \text{में परिवर्तन} & & \text{में परिवर्तन} & \text{परिवर्तन} \\ \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ \text{पूर्व आय पर} \rightarrow 100 & \times & 100 & = 10000 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} & & & \end{array}$$

आय पर $\rightarrow 130 \times ? = 10000 \text{ रु.}$
यहां पर श्याम की आय में परिवर्तन जानने के लिए वास्तविक परिवर्तन में राम की परिवर्तित आय से भाग देना होगा अर्थात्

$$\frac{10000}{130} = 76\frac{12}{13}$$

स्पष्ट है श्याम की आय में कमी हुई .

$$= 100 - 76\frac{12}{13} = 23\frac{1}{13} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः श्याम की आय राम की आय से $23\frac{1}{13}\%$ कम है।



प्रश्न 2. संख्या A, B से 10% अधिक है, तो B, A से कितने प्रतिशत कम है?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{संख्या A में परिवर्तन} & \times & \text{संख्या B में परिवर्तन} = \text{वास्तविक परिवर्तन} \\ \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ \text{पूर्व में} \rightarrow 100 & \times & 100 & = 10000 \\ \text{परिवर्तित} & & & \end{array}$$

हेम पर $\rightarrow 110 \times ? = 10000$
संख्या B में परिवर्तन जानने के लिए वास्तविक परिवर्तन में संख्या

$$A \text{ में परिवर्तन से भाग देना होगा अर्थात् } \frac{10000}{110} = 90\frac{10}{11}$$

स्पष्ट है संख्या B में कमी $= 100 - 90\frac{10}{11} = 9\frac{1}{11}$ यही प्रतिशत कमी है।

अतः संख्या B, संख्या A से $9\frac{1}{11}\%$ कम है।

नोट-(1) जिस प्रकार से मूल्य \times मात्रा = कुल व्यय-भार होता है। उसी प्रकार प्रथम परिवर्तन (संख्या A में परिवर्तन) \times द्वितीय परिवर्तन (संख्या B में परिवर्तन) = वास्तविक परिवर्तन होता है।

(2) यहां पर संख्या का मान 100 लेने से प्रतिशत ज्ञात करने में और आसानी हो जाती है, बस थोड़ी-सी दिक्कत यह आती है कि 10000 में भाग देना पड़ता है जो कि एक बड़ी संख्या है।

► 'भिन्नात्मक प्रतिशतों के प्रश्नों को हल करने में सहायक सरल नियम :' ध्यान दें-

कभी-कभी राशियों में प्रतिशत वृद्धि पूर्णांक में न होकर भिन्नात्मक प्रतिशत में होती है, तब 10 या 100 मानने पर गणना जटिल हो सकती है। ऐसी स्थिति में सुझाव यह है कि पूर्व राशि का ऐसा मान लिया जाए जिसका दिया गया भिन्न प्रतिशत ज्ञात करने में सरलता हो। उदाहरण के लिए $16\frac{2}{3}\%$ वृद्धि के लिए

प्रारंभिक मूल्य 6 मानना उचित होगा। 6 पर $16\frac{2}{3}\%$ की वृद्धि एक (1) होगी जो कि पूर्णांक में है। निम्न प्रश्न के माध्यम से इसे स्पष्ट समझा जा सकता है, देखें प्रश्न-



प्रश्न- यदि चीनी के मूल्य में $16\frac{2}{3}\%$ की वृद्धि कर दी जाए, तो इसकी खपत में कितने प्रतिशत की कमी करनी होगी ताकि व्यय-भार न बढ़े?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} & \times & \text{मात्रा/खपत} = \text{व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow 6 & \times & 100 & = 600 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow 7 & \times & ? & = 600 \text{ रु.} \end{array}$$

खपत जानने के लिए व्यय-भार में मूल्य से भाग देना होगा अर्थात्

$$\frac{600}{7} = 85\frac{5}{7}$$

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश $85\frac{5}{7}$ को उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में $85\frac{5}{7}$ खपत की मात्रा 100 से घटकर हो गयी। चीनी खपत में प्रतिशत कमी

$$= 100 - 85\frac{5}{7} = 14\frac{2}{7} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

चित्रात्मक प्रस्तुति

मूल्य $1 \text{ kg. चीनी} = 6 \text{ रु.}$

10 kg. चीनी के लिए व्यय

$1 \text{ kg. चीनी} = 6 \text{ रु.}$

$16\frac{2}{3} \%$ बढ़ा मूल्य $1 \text{ kg. चीनी} = 6 \text{ रु.} + 1 \text{ रु.}$

बढ़े मूल्य पर 60 रु. में प्राप्त चीनी

$60 \text{ रु.} = \frac{60}{7} \left(8\frac{4}{7} \text{ kg.}\right) = 4\frac{4}{7} \text{ kg.}$

दाम बढ़ने पर 60 रु. में 10 किग्रा. के बजाय $8\frac{4}{7}$ किग्रा. चीनी ही प्राप्त होगी अर्थात् प्रत्येक 10 किग्रा. पर खपत में $1\frac{3}{7}$ किग्रा. की कमी करनी होगी। 100 किग्रा. पर खपत में $14\frac{2}{7}$ किग्रा. की अर्थात् $14\frac{2}{7} \%$ की कमी करनी होगी।

यहां पूर्व मान 6 इसलिए लिया गया जिससे $16\frac{2}{3} \%$ की वृद्धि एक (1) पूर्णांक में प्राप्त हो सके। ऐसे प्रचलित भिन्नात्मक प्रतिशत मानों के तुल्य मान तालिका में दिया जा रहा है, जिसका अवलोकन कर आप प्रारंभिक मान क्या लेना उचित रहेगा, यह जान सकते हैं।

महत्वपूर्ण प्रतिशतों के भिन्नात्मक तुल्य मान

$1\% = \frac{1}{100}$	$2\% = \frac{1}{50}$	$4\% = \frac{1}{25}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$8\% = \frac{2}{25}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$10\% = \frac{1}{10}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$16\% = \frac{4}{25}$	$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$25\% = \frac{1}{4}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$	$40\% = \frac{2}{5}$	$60\% = \frac{3}{5}$
$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$	$64\% = \frac{16}{25}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$	$80\% = \frac{4}{5}$
$83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$	$87\frac{1}{2}\% = \frac{7}{8}$	$96\% = \frac{24}{25}$	$100\% = 1$
$120\% = \frac{6}{5}$	$133\frac{1}{3}\% = \frac{4}{3}$	$150\% = \frac{3}{2}$	$175\% = \frac{7}{4}$
$200\% = 2$	$300\% = 3$	$400\% = 4$	$500\% = 5$

नोट- $37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$

\therefore यहां पर $37\frac{1}{2}\%$ का अर्थ है कि 8 पर $37\frac{1}{2}\%$ की वृद्धि 3 है।

$37\frac{1}{2}\%$ वृद्धि के बाद प्रारंभिक संख्या 8 से बढ़कर 11 (8 + 3)

हो जाएगी। $37\frac{1}{2}\%$ की कमी होने पर प्रारंभिक संख्या 8 से घटकर 5 (8 - 3) हो जाएगी।

सिद्धांत 1 पर आधारित भिन्नात्मक प्रतिशत का प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. चीनी के मूल्य में $33\frac{1}{3}\%$ की वृद्धि कर दी जाए, तो खपत में प्रतिशत कमी ज्ञात कीजिए।



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय मूल्य} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} \rightarrow 3 \times 100 & = & 300 \text{ रु.} \\ \text{भाव बढ़ने पर} \rightarrow 4 \times ? & = & 300 \text{ रु.} \end{array}$$

स्पष्ट है खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय मूल्य में वृद्धि

मूल्य से भाग देना होगा अर्थात् $\frac{300}{4} = 75$ किग्रा.

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश 75 किग्रा. को उत्तर

के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में 75 किग्रा. खपत की मात्रा 100 किग्रा. से घटकर हो गयी है। खपत में प्रतिशत कमी $100 - 75 = 25\%$ यही अभीष्ट उत्तर है।

इस तरह देखें-

चीनी के मूल्य में $33\frac{1}{3}\%$ वृद्धि है। अतः पूर्व मान 3 रु. लेना ठीक रहेगा क्योंकि 3 रु. का $33\frac{1}{3}\% = 1$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. यदि आप 3 रु. प्रति किग्रा. के भाव से 100 किग्रा. चीनी खरीदते हैं, तो दुकानदार को आप देंगे $3 \times 100 = 300$ रु.। यही आपका कुल व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. चीनी का मूल्य $33\frac{1}{3}\%$ बढ़ जाता है अर्थात् पूर्व मूल्य 3 रु. पर $33\frac{1}{3}\%$ की यह वृद्धि 1 रु. होगी यानी पूर्व मूल्य 3 रु. है, तो $33\frac{1}{3}\%$ बढ़कर 4 रु. ($3 + 3$ का $33\frac{1}{3}\%$) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब 4 रु. भाव से 300 रु. में कितनी मात्रा में चीनी खरीदेंगे? स्पष्ट है $\frac{300}{4} = 75$ किग्रा.

निष्कर्ष 4. पहले आप 100 किग्रा. चीनी खरीदते थे, अब खरीद रहे हैं 75 किग्रा. यानी प्रतिशत कमी $100 - 75 = 25\%$ अतः खपत में कमी = $25\% \Rightarrow$ उत्तर

चित्रात्मक प्रस्तुति

मूल्य $\begin{array}{|c|} \hline 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} \\ \hline \end{array} = \boxed{3 \text{ रु.}}$

10 kg. चीनी के लिए व्यय $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} = \boxed{30 \text{ रु.}}$

$33\frac{1}{3}\%$ बढ़ा मूल्य $\begin{array}{|c|} \hline 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} \\ \hline \end{array} = \boxed{3 \text{ रु.}} + \boxed{1 \text{ रु.}}$

बढ़े मूल्य पर 30 रु. में $\frac{30}{4} (7.5 \text{ kg}) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 \text{ kg.} & 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} & \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \text{ kg.} \\ \hline \text{चीनी} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1/2 \text{ kg.} \\ \hline \end{array}$

दाम बढ़ने पर 30 रु. में 10 किग्रा. के बजाय 7.5 किग्रा. चीनी ही प्राप्त होगी अर्थात् प्रत्येक 10 किग्रा. पर खपत में 2.5 किग्रा. की कमी करनी होगी। 100 किग्रा. पर खपत में 25 किग्रा. की अर्थात् 25% की कमी करनी होगी।



प्रश्न 2. यदि वस्तु के मूल्य में $66\frac{2}{3}\%$ की वृद्धि हो जाए, तो व्यय में 20% की वृद्धि हो जाती है। तो अब इसकी खपत में कितनी वृद्धि या कमी प्रतिशत में हुई?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} & \rightarrow & 3 \times 100 = 300 \text{ रु.} \\ \text{भाव बढ़ने पर} & \rightarrow & 5 \times ? = 360 \text{ रु.} \end{array}$$

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय मूल्य में वृद्धि मूल्य से

$$\text{भाग देना होगा अर्थात्} = \frac{360}{5} = 72$$

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश 72 को उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में 72 खपत की मात्रा 100 से घटकर हो गई है। खपत में कमी का प्रतिशत है- $100 - 72 = 28\%$ । अतः खपत में 28% कमी हुई। \Rightarrow उत्तर

इस तरह देखें-

वस्तु मूल्य में $66\frac{2}{3}\%$ वृद्धि है। अतः पूर्व मान 3 रु. लेना ठीक

रहेगा क्योंकि 3 रु. का $66\frac{2}{3}\% = 2$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 3 रु. प्रति वस्तु के भाव से 100 वस्तु खरीदते हैं, तब दुकानदार को आप $3 \times 100 = 300$ रु. देंगे। यही आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. वस्तु का मूल्य $66\frac{2}{3}\%$ बढ़ रहा है अर्थात् वस्तु का

मूल्य 3 रु. से बढ़कर 5 रु. ($3 + 3$ का $66\frac{2}{3}\%$) हो

जाएगा तथा व्यय में 20% वृद्धि हो रही है अर्थात् व्यय 300 रु. से बढ़कर 360 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. आप 5 रु. के भाव से 360 रु. में कितनी मात्रा में वस्तु

खरीद पाएंगे? स्पष्ट है- $\frac{360}{5} = 72$ वस्तु

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वस्तु की मात्रा 100 से घटकर 72 हो गई अर्थात् प्रतिशत कमी = $100 - 72 = 28\%$ \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 3. यदि किसी वस्तु के मूल्य में $87\frac{1}{2}\%$ की

वृद्धि हो जाए तथा खपत में 25% की कमी हो जाए, तो अब इसके कुल व्यय में क्या प्रतिशत परिवर्तन होगा?



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत} & = & \text{कुल} \\ & \text{की मात्रा} & \text{व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व मूल्य पर} & \rightarrow & 8 \times 100 = 800 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित मूल्य पर} & \rightarrow & 15 \times 75 = ? \end{array}$$

कुल व्यय जानने के लिए मूल्य और खपत की मात्रा से गुणा करना होगा अर्थात् $15 \times 75 = 1125$ रु.

स्पष्ट है कुल व्यय में वृद्धि = $1125 - 800 = 325$ रु.

चूंकि यह वृद्धि 800 पर है, इसलिए प्रतिशत वृद्धि

$$= \frac{325}{800} \times 100 = 40\frac{5}{8}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह देखें-

वस्तु के मूल्य में वृद्धि $87\frac{1}{2}\%$ है। अतः पूर्व मान 8 रु.

लेना ठीक रहेगा क्योंकि 8 रु. का $87\frac{1}{2}\% = 7$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 8 रु. प्रति वस्तु के भाव से 100 वस्तु खरीदते हैं, तब आप दुकानदार को $8 \times 100 = 800$ रु. देंगे। यही व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. वस्तु का मूल्य $87\frac{1}{2}\%$ बढ़ रहा है अर्थात् वस्तु का

मूल्य 8 रु. से बढ़कर 15 रु. ($8 + 8$ का $87\frac{1}{2}\%$) हो

जाएगा तथा खपत में 25% कमी अर्थात् 100 से घटकर 75 हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब 15 रु. के भाव से 75 वस्तु का मूल्य = $15 \times 75 = 1125$ रु।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है व्यय-भार 800 रु. से बढ़कर 1125 रु. हो गया।

अतः वृद्धि = $1125 - 800 = 325$ रु.

∴ 800 रु. पर वृद्धि है = 325 रु.

∴ 100 रु. पर प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{325}{800} \times 100 \right) \% = 40 \frac{5}{8} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 4. यदि किसी वस्तु के मूल्य में $16 \frac{2}{3} \%$ की वृद्धि हुई, तो कुल व्यय में 10% की कमी हो जाती है। अब खपत पर कितने प्रतिशत का प्रभाव पड़ेगा?



गुणा-भाग विधि

मूल्य	×	खपत	=	कुल
↓		↓		↓
की मात्रा		व्यय-भार		

पूर्व भाव पर → $6 \times 100 = 600$ रु.

परिवर्तित भाव पर → $7 \times ? = 540$ रु.

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय में मूल्य से भाग देना

होगा अर्थात् $\frac{540}{7} = 77 \frac{1}{7}$

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश $77 \frac{1}{7}$ को उत्तर के

रूप में न ग्रहण कर लें। वास्तव में $77 \frac{1}{7}$ खपत की मात्रा 100 से

घटकर हो गई है। खपत में कमी का प्रतिशत है-

$$= 100 - 77 \frac{1}{7} = 22 \frac{6}{7} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

☞ इस तरह देखें-

वस्तु का मूल्य वृद्धि $16 \frac{2}{3} \%$ है। अतः पूर्व मान 6 रु. लेना

ठीक रहेगा क्योंकि 6 रु. का $16 \frac{2}{3} \% = 1$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 6 रु. प्रति वस्तु के भाव से 100 वस्तु खरीदते हैं, तब दुकानदार आपसे $6 \times 100 = 600$ रु. लेगा। यही व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. वस्तु का मूल्य $16 \frac{2}{3} \%$ बढ़ रहा है अर्थात् वस्तु का

मूल्य 6 रु. से बढ़कर 7 रु. ($6 + 6$ का $16 \frac{2}{3} \%$) हो

जाएगा तथा व्यय में 10% कमी अर्थात् व्यय-भार 600 रु. से घटकर 540 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप 7 रु. के भाव से 540 रु. में कितनी मात्रा में वस्तु खरीद पाएंगे ? स्पष्ट है- $\frac{540}{7} = 77 \frac{1}{7}$ वस्तु।

निष्कर्ष 4. वस्तु की मात्रा 100 से घटकर $77 \frac{1}{7}$ हो गई अर्थात्

$$\text{प्रतिशत कमी} = 100 - 77 \frac{1}{7} = 22 \frac{6}{7} \%$$



प्रश्न 5. आलू के मूल्य में $66 \frac{2}{3} \%$ की वृद्धि हो जाए, तो व्यय-भार में भी $33 \frac{1}{3} \%$ वृद्धि हो जाती है। अब खपत में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?



गुणा-भाग विधि

मूल्य	×	खपत	=	कुल
↓		↓		↓
की मात्रा		व्यय-भार		

पूर्व भाव पर → $3 \times 100 = 300$ रु.

परिवर्तित भाव पर → $5 \times ? = 400$ रु.

(यहां पर $33 \frac{1}{3} \%$ वृद्धि का अर्थ है आलू की प्रारंभिक कुल व्यय

300 से बढ़कर 400 ($300 + 300$ का $33 \frac{1}{3} \%$) हो जाएगा)

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय में मूल्य से भाग देना

होगा अर्थात् $\frac{400}{5} = 80$

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश 80 को उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में 80 खपत की मात्रा 100 से घटकर हो जाती है। आलू के खपत में कमी का प्रतिशत = $100 - 80 = 20\%$ । अतः अब आलू की खपत में 20% कमी प्राप्त होगी।
⇒ उत्तर

☞ इस तरह देखें-

आलू मूल्य में वृद्धि है $66\frac{2}{3}\%$ । अतः पूर्व मान 3 रु. मान

लेना ठीक रहेगा क्योंकि 3 रु. का $66\frac{2}{3}\% = 2$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. यदि आप 3 रु. प्रति किग्रा. के भाव से 100 किग्रा. आलू खरीदते हैं तब दुकानदार को आप $3 \times 100 = 300$ रु. देंगे। यह व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. आलू का मूल्य $66\frac{2}{3}\%$ बढ़ रहा है अर्थात् मूल्य 3 रु.

से बढ़कर 5 रु. ($3 + 3$ का $66\frac{2}{3}\%$) हो जाएगा तथा व्यय-

भार $33\frac{1}{3}\%$ बढ़ता है अर्थात् व्यय-भार 300 रु. से बढ़कर

400 रु. ($300 + 300$ का $33\frac{1}{3}\%$) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. आप 5 रु. के भाव से 400 रु. में कितनी मात्रा में आलू खरीदेंगे? स्पष्ट है $\frac{400}{5} = 80$ किग्रा.

निष्कर्ष 4. आलू की मात्रा 100 किग्रा. से घटकर 80 किग्रा. हो गयी। अतः प्रतिशत कमी = $100 - 80 = 20\% \Rightarrow$ उत्तर

□ सिद्धांत-2

सिद्धांत -1 के ठीक विपरीत का सिद्धांत है-

“यदि किसी संख्या में $a\%$ कमी कर दी जाए, तो पूर्व स्थिति में लाने के लिए कम की गई संख्या में कितने प्रतिशत की वृद्धि करनी होगी?”

इस सिद्धांत के आधार पर बनने वाले प्रश्न आगे प्रस्तुत हैं।



प्रश्न 1. चीनी के मूल्य में 20% कमी हो जाए, तो व्यय-भार समान रखने के लिए इसकी खपत में कितने प्रतिशत वृद्धि करनी चाहिए?



हल : परंपरागत विधि

माना चीनी का मूल्य = 100 रु.

20% कमी होने पर चीनी का मूल्य = 80 रु.

80 रु. पर वृद्धि करनी होगी = 20 रु. की

∴ 100 रु. पर वृद्धि करनी होगी = $\frac{20}{80} \times 100 \Rightarrow 25\%$

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

इस प्रकार के प्रश्नों को शीघ्र हल करने हेतु विकसित लघु विधि का सूत्र है-

$$\frac{100 \times \text{प्रतिशत कमी}}{100 - \text{प्रतिशत कमी}}$$

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100 \times 20}{100 - 20} = \frac{100 \times 20}{80} = 25\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूक्ष्म विधि

- (1) वृद्धि प्रतिशत के संदर्भ में कमी % स्मरण रखें
- (2) दिए गये विकल्पों में से जिस विकल्प में प्रश्न में इंगित प्रतिशत घटाने पर वही प्रतिशत (कमी का प्रतिशत) प्राप्त हो जाए, वही अभीष्ट उत्तर है। जैसे- 25 में 25 का 20% घटाने पर 20 प्राप्त हो जाता है। अतः यही सटीक उत्तर है।



गुणा-भाग विधि

मान लीजिए आप 10 रु. प्रति किलो के भाव से 10 किलो चीनी की खपत करते हैं। तब इस चीनी के लिए दुकानदार आपसे पैसा लेगा = $10 \times 10 = 100$ रु.। यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा। जब चीनी का भाव 20% कम हो जाए यानी 8 रु. से घटकर 8 रु. हो जाए, तो उतने ही रुपये यानी 100 रु. में आप कितनी चीनी की मात्रा खरीद पाएंगे?

$$\text{स्पष्ट है- } \frac{100}{8} = 12.5 \text{ किग्रा.।}$$

मात्रा/खपत में वृद्धि करनी होगी = $12.5 - 10 = 2.5$ किग्रा.।
चूंकि यह वृद्धि 10 किग्रा. पर है।

अतः प्रतिशत वृद्धि यानी 100 किग्रा. पर वृद्धि करनी होगी 2.5 का 10 गुना यानी 25 किग्रा.। यही खपत में प्रतिशत वृद्धि है।
 इसके लिए आपको क्या करना होगा?

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} & \times & \text{खपत} = \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ 10 & \times & 10 = 100 \text{ रु.} \end{array}$$

पूर्व भाव पर $\rightarrow 10 \times 10 = 100$ रु.

भाव घटने पर $\rightarrow 8 \times ? = 100$ रु.

खपत/मात्रा जानने के लिए व्यय-भार में घटे मूल्य से भाग देना

होगा अर्थात् $\frac{100}{8} = 12.5$

स्पष्ट है खपत 10 किग्रा. से बढ़कर 12.5 किग्रा. हो गई। अतः 100 किग्रा. पर खपत 125 किग्रा. की होगी। प्रतिशत वृद्धि = $125 - 100 = 25\% \Rightarrow$ उत्तर

चित्रात्मक प्रस्तुति

चीनी के मूल्य में 20% कमी \rightarrow

मूल्य 1 kg. चीनी = 10 रु. \rightarrow 1 kg. चीनी = 8 रु.

10 kg. चीनी के लिए व्यय

1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी
1 kg. चीनी	1 kg. चीनी

= 100 रु.

8 रु. = 1 kg. चीनी प्राप्त होती घटे मूल्य पर है।

100 रु. = $\left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \\ 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} \\ 8 \text{ रु.} \quad 8 \text{ रु.} + 4 \text{ रु.} \end{array} \right.$

$\frac{100}{8}$ kg. = 12.5 kg

स्पष्ट है खपत 10 किग्रा. से बढ़कर 12.5 किग्रा. हो गई। अतः 100 किग्रा. पर खपत 125 किग्रा. अर्थात् प्रतिशत वृद्धि = $125 - 100 \Rightarrow 25\%$



प्रश्न 2. राम की आय, श्याम की आय से 25% कम है, तो श्याम की आय, राम की आय से कितने प्रतिशत अधिक है?



हल : परंपरागत विधि

माना श्याम की आय = 100 रु.

राम की आय 25% कम है = 75 रु.

75 रु. पर आय में वृद्धि करनी होगी = 25 रु. की

\therefore 100 रु. पर आय में वृद्धि करनी होगी = $\frac{25}{75} \times 100$

= $33\frac{1}{3}\% \Rightarrow$ उत्तर



सूत्र विधि

प्रतिशत वृद्धि = $\frac{100 \times 25}{100 - 25} = \frac{100 \times 25}{75} = 33\frac{1}{3}\%$

\Rightarrow उत्तर



सूक्ष्म विधि

$33\frac{1}{3}$ में $33\frac{1}{3}$ का 25% घटाने पर 25 प्राप्त हो जाता है।

अतः यही अभीष्ट उत्तर है।



गुणा-भाग विधि

राम की आय \times श्याम की आय = कुल आय

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$

पूर्व की आय $10 \times 10 = 100$ रु.

राम की आय घटने पर $7.5 \times ? = 100$ रु.

श्याम की आय राम की आय से कितनी अधिक है जानने के लिए कुल आय में राम की आय से भाग देना होगा अर्थात्

$\frac{100}{7.5} = \frac{40}{3}$ रु. स्पष्ट है श्याम की आय 10 रु. से बढ़कर $\frac{40}{3}$

रु. हो गई

$$\text{अर्थात वृद्धि} = \frac{40}{3} - 10 = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 10 \text{ पर वृद्धि है} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 100 \text{ पर प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

अतः श्याम की आय, राम की आय से $33\frac{1}{3}\%$ अधिक है।



प्रश्न 3. संख्या A, B से 10% कम है। B, A से कितने प्रतिशत अधिक है?

⇒ उत्तर



हल : परंपरागत विधि

माना संख्या B है = 100

10% कम है संख्या B से संख्या A, तो संख्या A = 90

90 पर वृद्धि करनी होगी = 10 की

$$\therefore 100 \text{ पर वृद्धि करनी होगी} = \frac{10}{90} \times 100 = 11\frac{1}{9}\%$$

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = \frac{100 \times 10}{100 - 10} = \frac{100 \times 10}{90} = 11\frac{1}{9}\%$$

⇒ उत्तर



सूक्ष्म विधि

$11\frac{1}{9}$ में $11\frac{1}{9}$ का 10% घटाने पर 10 प्राप्त हो जाता है।

अतः यही अभीष्ट उत्तर है।



गुणा-भाग विधि

$$\text{संख्या A} \times \text{संख्या B} = \text{कुल संख्या}$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व की संख्या} \quad 10 \times 10 = 100$$

$$\text{संख्या A घटने पर} \quad 9 \times ? = 100$$

संख्या B संख्या A से कितनी अधिक है? जानने के लिए कुल संख्या

$$\text{में संख्या A से भाग देना होगा अर्थात} = \frac{100}{9}$$

स्पष्ट है संख्या B, 10 से बढ़कर $\frac{100}{9}$ हो गई अर्थात वृद्धि

$$= \frac{100}{9} - 10 = \frac{10}{9}$$

$$\therefore 10 \text{ पर वृद्धि है} = \frac{10}{9}$$

$$\therefore 1 \text{ पर वृद्धि है} = \frac{10}{9 \times 10}$$

$$\therefore 100 \text{ पर प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः संख्या B, संख्या A से $11\frac{1}{9}\%$ अधिक है।

इस सिद्धांत पर आधारित परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. किसी वस्तु की कीमत में 40% की कमी कर दी गई है। खपत में कितने प्रतिशत वृद्धि कर दी जाए, जिससे वस्तु हेतु व्यय-भार में 20% की कमी हो सके?



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. प्रति वस्तु के मूल्य पर 10 वस्तु लेते हैं, तब दुकानदार आपसे पैसा लेगा = $10 \times 10 = 100$ रु.। यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. जब वस्तु की कीमत में 40% कमी कर दिया जाए यानी 10 रु. से घटकर 6 रु. हो जाए, तो व्यय-भार में 20% की कमी यानी 100 से घटकर 80 हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप इस 80 रु. में 6 रु. के भाव से कितनी वस्तु

$$\text{खरीद पाएंगे? स्पष्ट है-} \quad \frac{80}{6} = 13\frac{1}{3} \text{ वस्तु।}$$

निष्कर्ष 4. यहां पर वस्तु की संख्या 10 से बढ़कर $13\frac{1}{3}$ हो जाती

है अर्थात् वृद्धि $13\frac{1}{3} - 10 = 3\frac{1}{3}$, चूंकि यह वृद्धि 10 पर

है। अतः प्रतिशत वृद्धि यानी 100 पर वृद्धि $3\frac{1}{3}$ का 10 गुना

$$= \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\% \text{ वृद्धि होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इसको इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 10 & \times & 10 = 100 \text{ रु.} \end{array}$$

पूर्व भाव पर →

परिवर्तित भाव पर → $6 \times ? = 80 \text{ रु.}$

खपत जानने के लिए व्यय-भार में घटे मूल्य से भाग देना होगा

$$\text{अर्थात्} = \frac{80}{6} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3} \text{ वस्तु}$$

स्पष्ट है वस्तु की मात्रा 10 से बढ़कर $13\frac{1}{3}$ हो गई अर्थात्

$$\text{वृद्धि} = 13\frac{1}{3} - 10 = 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 10 \text{ पर वृद्धि है} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 1 \text{ पर वृद्धि है} = \frac{10}{3 \times 10} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 100 \text{ पर प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

अतः खपत में प्रतिशत वृद्धि $= 33\frac{1}{3}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$



प्रश्न 2. किसी वस्तु की कीमत में 50% कमी कर दी गई है खपत में कितनी वृद्धि हो जिससे बिक्री से प्राप्त आय में 20% की वृद्धि हो जाए।



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. प्रति वस्तु के मूल्य से आप 10 वस्तु लेते हैं। तब दुकानदार आपसे पैसा लेगा $= 10 \times 10 = 100 \text{ रु.}$ यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. जब वस्तु की कीमत में 50% की कमी कर दिया जाए यानी 10 रु. से घटाकर 5 रु. कर दिया जाए तो व्यय-भार में 20% की वृद्धि, यानी 100 से बढ़कर 120 हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप इस 120 रु. में 5 रु. के भाव से कितनी वस्तु खरीद पाएंगे? स्पष्ट है— $\frac{120}{5} = 24$

निष्कर्ष 4. यहां पर वस्तु की संख्या 10 से बढ़कर 24 हो जाती है अर्थात् $24 - 10 = 14$ अधिक; चूंकि यह वृद्धि 10 पर है। अतः प्रतिशत वृद्धि यानी 100 पर वृद्धि 14 का 10 गुना $= 140\%$ वृद्धि।

इसको इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत/मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 10 & \times & 10 = 100 \text{ रु.} \end{array}$$

पूर्व भाव पर →

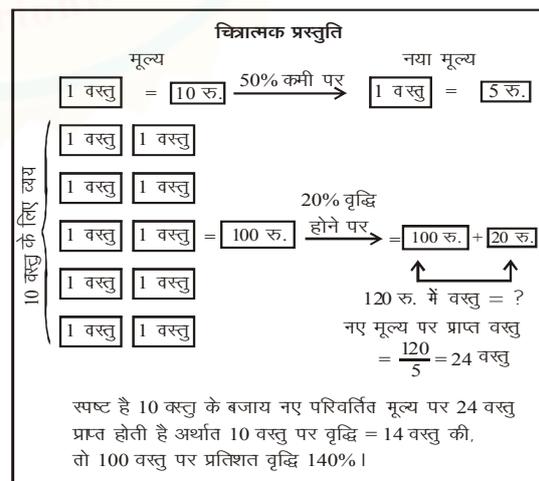
परिवर्तित

भाव पर → $5 \times ? = 120 \text{ रु.}$

मात्रा/खपत जानने के लिए व्यय-भार में वस्तु के मूल्य से भाग

देना होगा अर्थात् $\frac{120}{5} = 24$

स्पष्ट है यदि पहले वस्तु की खपत 10 थी। अब 24 हो गई अर्थात् $24 - 10 = 14$ अधिक; चूंकि यह वृद्धि 10 पर है। अतः प्रतिशत वृद्धि यानी 100 पर वृद्धि 14 का 10 गुना $= 140\%$ की वृद्धि।





प्रश्न 3. किसी वस्तु की कीमत में 50% की कमी हो गई परंतु इसके लिए होने वाले व्यय-भार में 20% की ही कमी हुई। यदि कोई गृहिणी अब 40 किग्रा. चीनी खपत करती हो, तो पूर्व में कितना खपत करती थी?



हल : गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए गृहिणी 10 रु. प्रति किग्रा. के भाव से 10 किग्रा. चीनी खरीदती है, तब दुकानदार गृहिणी से लेगा = $10 \times 10 = 100$ रु.। यही 100 रु. गृहिणी का व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. जब चीनी की कीमत में 50% की कमी कर दिया जाए, यानी 10 से घटाकर 5 रु. कर दिया जाए तो व्यय-भार में 20% की कमी यानी 100 से घटकर 80 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब गृहिणी इस 80 रु. में 5 रु. के भाव से कितनी चीनी खरीद पाएगी? स्पष्ट है $\frac{80}{5} = 16$ किग्रा.

निष्कर्ष 4. ∴ 16 किग्रा. चीनी आज की खपत है तो पूर्व की खपत = 10 किग्रा.

∴ 8 किग्रा. चीनी आज की खपत है तो पूर्व की खपत = 5 किग्रा.

∴ 40 किग्रा. चीनी आज की खपत है तो पूर्व की खपत = 25 किग्रा.

अतः गृहिणी यदि आज 40 किग्रा. चीनी की खपत करती है, तो पूर्व में 25 किग्रा. की खपत करती थी।

इस प्रश्न का हल इस तरह से भी देखें-

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} & \rightarrow & 10 \times 10 = 100 \text{ रु.} \\ \text{भाव घटने पर} & \rightarrow & 5 \times ? = 80 \text{ रु.} \end{array}$$

पूर्व भाव पर → 10 × 10 = 100 रु.

भाव घटने पर → 5 × ? = 80 रु.

भाव घटने पर खपत की मात्रा जानने के लिए व्यय-भार में चीनी

के मूल्य से भाग देना होगा अर्थात् $\frac{80}{5} = 16$ किग्रा.

भाव घटने पर 16 किग्रा. खपत है जबकि पूर्व भाव पर खपत है = 10 किग्रा.

यदि भाव घटने पर 40 किग्रा. खपत है तो पूर्व भाव पर

$$\text{खपत होगी} = \frac{40}{16} \times 10 = 25 \text{ किग्रा.}$$



प्रश्न 4. किसी वस्तु की कीमत में 20% की कमी हो गई परंतु इसकी खपत में 40% की वृद्धि हो गई। यदि वृद्धि से पूर्व एवं वृद्धि के पश्चात बिक्री से प्राप्त राशि में अंतर 96 रु. हो, तो मूल्य में कमी के पश्चात बिक्री से प्राप्त राशि ज्ञात कीजिए?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व कीमत पर} & \rightarrow & 10 \times 10 = 100 \text{ रु.} \\ \text{कीमत कम होने पर} & \rightarrow & 8 \times 14 = ? \end{array}$$

पूर्व कीमत पर → 10 × 10 = 100 रु.

कीमत कम

होने पर → 8 × 14 = ?

भाव घटने पर कुल व्यय-भार जानने के लिए कमी मूल्य एवं खपत वृद्धि का गुणा करना होगा अर्थात् कुल व्यय-भार = $8 \times 14 = 112$ रु.

पूर्व कीमत एवं कम कीमत के व्यय भार में अंतर = $112 - 100 = 12$ रु.

12 रु. अंतर है तो पूर्व व्यय भार = 100 रु.

$$\begin{array}{l} 96 \text{ रु. अंतर है तो पूर्व व्यय भार} = \frac{96}{12} \times 100 \\ = 800 \text{ रु.} \end{array}$$



प्रश्न 5. किसी वस्तु की खपत में 20% की वृद्धि हुई परंतु उस वस्तु हेतु व्यय-भार में केवल 8% की वृद्धि हुई। वस्तु के मूल्य में क्या प्रतिशत परिवर्तन हुआ?



हल : गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. प्रति वस्तु के भाव से 10 वस्तु लेते हैं, तब दुकानदार आपसे लेगा = $10 \times 10 = 100$ रु.। यही 100 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. अब वस्तु की खपत में 20% की वृद्धि हुई यानी 10 से बढ़कर 12 हो जाती है। परंतु व्यय-भार में केवल 8% की वृद्धि हुई यानी 100 रु. से बढ़कर 108 रु. हो गई।

निष्कर्ष 3. अब आप इस परिवर्तन के पश्चात मूल्य पर परिवर्तन प्रभाव जानने के लिए कुल व्यय-भार में वस्तु की खपत से भाग

$$\text{देते हैं अर्थात्} = \frac{108}{12} = 9 \text{ रु.}$$

निष्कर्ष 4. वस्तु का मूल्य 10 रु. से घटकर 9 रु. हो जाता है अर्थात् 100 रु. पर 90 रु. होगा।

$$\text{अर्थात् प्रतिशत कमी} = 100 - 90 = 10\%$$

इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} & \rightarrow & 10 \times 10 = 100 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तन पश्चात} & \rightarrow & ? \times 12 = 108 \text{ रु.} \end{array}$$

$$\text{परिवर्तन पश्चात} \rightarrow ? \times 12 = 108 \text{ रु.}$$

परिवर्तन के पश्चात वस्तु का मूल्य जानने के लिए कुल व्यय-भार

$$\text{में खपत से भाग देना होगा अर्थात्} \frac{108}{12} = 9 \text{ रु.}$$

स्पष्ट है कि पूर्व के भाव पर मूल्य 10 रु. था, अब 9 रु. हो गया है अर्थात् $10 - 9 = 1$ रु. की कमी यह कमी 10 रु. पर है। अतः प्रतिशत कमी यानी 100 रु. पर कमी 1 का 10 गुना $= 10\%$ कमी होगा।

नोट- यदि प्रारंभ में ही मूल्य या खपत की मात्रा जो भी ज्ञात करना हो, उसे 100 मान लेते हैं, तो वास्तविक मूल्य या खपत की प्रतिशत कमी या वृद्धि प्रतिशत आसानी से ज्ञात हो जाएगा।

देखें, उपर्युक्त प्रश्न का हल

$$\begin{array}{ccc} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} & \rightarrow & 100 \times 10 = 1000 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित भाव पर} & \rightarrow & ? \times 12 = 1080 \text{ रु.} \end{array}$$

$$\text{पूर्व भाव पर} \rightarrow 100 \times 10 = 1000 \text{ रु.}$$

$$\text{परिवर्तित भाव पर} \rightarrow ? \times 12 = 1080 \text{ रु.}$$

परिवर्तन के पश्चात वस्तु का मूल्य जानने के लिए कुल व्यय-भार

$$\text{में खपत की मात्रा से भाग देना होगा अर्थात्} \frac{1080}{12} = 90$$

यहां ध्यान रखना होगा कहीं त्रुटिवश 90 को ही उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में 90 रु. मूल्य 100 रु. से घटकर हो गया है।

$$\text{मूल्य में कमी का प्रतिशत है} = 100 - 90 = 10\%$$

अतः वस्तु के मूल्य में 10% कमी हो जाती है।

एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न 6. यदि दाल के मूल्य में 10% की कमी हो जाए,

तो व्यय-भार में 20% की वृद्धि हो जाती है, अब खपत में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 10 रु. प्रति किलो के भाव से

दाल 100 किलो लेते हैं, तब दुकानदार आप से लेगा $= 10 \times 100 = 1000$ रु., यही 1000 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. दाल की कीमत में 10% कमी की जाए अर्थात् 10 से घटकर 9 रु. प्रति किग्रा. हो जाए तथा व्यय में 20% की वृद्धि हो जाए। अतः व्यय-भार 1000 रु. से बढ़कर 1200 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप इस परिवर्तित भाव पर खपत को जानने के लिए परिवर्तित व्यय-भार में परिवर्तित मूल्य से भाग देना होगा

$$\text{अर्थात्} \frac{1200}{9} = 133\frac{3}{9} = 133\frac{1}{3}$$

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है खपत की मात्रा 100 से बढ़कर $133\frac{1}{3}$ हो गयी

$$\text{अर्थात् प्रतिशत वृद्धि} = 133\frac{1}{3} - 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

अतः दाल की खपत में $33\frac{1}{3}\%$ वृद्धि होगी।

☞ इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{rcccl} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} \rightarrow 10 \times 100 & = & 1000 \text{ रु.} & & \\ \text{परिवर्तित भाव पर} \rightarrow 9 \times ? & = & 1200 \text{ रु.} & & \end{array}$$

परिवर्तन के पश्चात दाल की खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय-भार में मूल्य से भाग देना होगा अर्थात् $\frac{1200}{9} = 133\frac{3}{9} = 133\frac{1}{3}$

यहां ध्यान यह रखना होगा कहीं त्रुटिवश $133\frac{1}{3}$ को ही उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में $133\frac{1}{3}$ की खपत 100 से बढ़कर हो गई। खपत में प्रतिशत वृद्धि $= 133\frac{1}{3} - 100 = 33\frac{1}{3}\%$

अतः दाल की खपत में $33\frac{1}{3}\%$ की वृद्धि होगी।

➔ सिद्धांत 2 पर आधारित भिन्नात्मक प्रतिशत का प्रश्न देखें-

“सर्वप्रथम भिन्नात्मक प्रतिशत का प्रश्न हल करते समय सिद्धांत एक में दिए गए भिन्नात्मक प्रतिशत तुल्य मान चार्ट को ध्यान में रखना होगा।” देखें प्रश्न-



प्रश्न 1. किसी वस्तु की कीमत में $8\frac{1}{3}\%$ की कमी कर दी गयी खपत में कितने प्रतिशत वृद्धि की जाए जिससे वस्तु हेतु व्यय-भार में 10% की वृद्धि हो जाए?



हल : गुणा-भाग विधि

वस्तु की कीमत में कमी $8\frac{1}{3}\%$ है। अतः पूर्व मूल्य 12 रु.

लेना ठीक रहेगा क्योंकि 12 रु. का $8\frac{1}{3}\% = 1$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए 12 रु. प्रति वस्तु के भाव से आप 100 वस्तु लेते हैं, तब दुकानदार आपसे $12 \times 100 = 1200$ रु. लेगा। यही 1200 रु. आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. जब वस्तु की कीमत में $8\frac{1}{3}\%$ की कमी कर दिया गया

अर्थात् 12 पर एक रु. की कमी $= 12 - 1 = 11$ रु. हो गया वस्तु का मूल्य, तो व्यय-भार (1200 रु.) में 10% की वृद्धि हो जाती है। अतः व्यय-भार 1200 रु. से बढ़कर 1320 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब आप इस 1320 रु. में 11 रु. प्रति वस्तु के भाव से

कितनी वस्तु खरीद पाएंगे? स्पष्ट है $= \frac{1320}{11} = 120$ वस्तु

की खपत

निष्कर्ष 4. खपत की मात्रा 100 से बढ़कर 120 हो जाती है। अतः

प्रतिशत वृद्धि $120 - 100 = 20\%$ वृद्धि होगी। अतः खपत में 20% वृद्धि करनी होगी।

☞ इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{rcccl} \text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} \rightarrow 12 \times 100 & = & 1200 \text{ रु.} & & \\ \text{परिवर्तित भाव पर} \rightarrow 11 \times ? & = & 1320 \text{ रु.} & & \end{array}$$

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय-भार में मूल्य से भाग देना होगा अर्थात् $\frac{1320}{11} = 120$

यहां यह ध्यान रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश 120 को उत्तर के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में 120 खपत की मात्रा 100 से बढ़कर हो जाती है।

खपत में प्रतिशत वृद्धि $= 120 - 100 = 20\%$

अतः खपत में अब 20% की वृद्धि होगी।



प्रश्न 2. चीनी के मूल्य में $83\frac{1}{3}\%$ की कमी हो गई

परंतु इसके लिए होने वाले व्यय-भार में $16\frac{2}{3}\%$ की ही कमी हुई, तो खपत में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

चीनी के मूल्य में $83\frac{1}{3}\%$ कमी है। अतः पूर्व मान 6 रु.

लेना ठीक रहेगा क्योंकि 6 रु. का $83\frac{1}{3}\% = 5$ रु. पूर्णक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आप 6 रु. प्रति किग्रा. के भाव से 100 किग्रा. चीनी खरीदते हैं, तो दुकानदार आपसे $6 \times 100 = 600$ रु. लेगा। यही आपका व्यय-भार होगा।

निष्कर्ष 2. अब चीनी के मूल्य में $83\frac{1}{3}\%$ कमी हो जाती है अर्थात् 6 पर 5 की कमी $= 6 - 5 = 1$ रु. हो जाता है चीनी का मूल्य, तो व्यय-भार में $16\frac{2}{3}\%$ की कमी हो जाएगी यानी 600

$$\times \left(\frac{100 - 16\frac{2}{3}}{100} \right) = 500 \text{ व्यय-भार हो जायेगा।}$$

निष्कर्ष 3. अब आप इस 500 रु. में 1 रु. के भाव से कितनी चीनी खरीदेंगे? स्पष्ट है $\frac{500}{1} = 500$ किग्रा.

निष्कर्ष 4. चीनी की खपत 100 से बढ़कर 500 हो जाती है अर्थात् वृद्धि $500 - 100 = 400$ किग्रा.। यही प्रतिशत वृद्धि है खपत में। अतः खपत में 400% की वृद्धि हो जाएगी।

इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

$$\begin{array}{rcccl} \text{मूल्य} & \times & \text{खपत की मात्रा} & = & \text{कुल व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व भाव पर} & \rightarrow & 6 & \times & 100 & = & 600 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित भाव पर} & \rightarrow & 1 & \times & ? & = & 500 \text{ रु.} \end{array}$$

खपत की मात्रा जानने के लिए कुल व्यय-भार में मूल्य से भाग देना होगा अर्थात् $\frac{500}{1} = 500$

यहां यह ध्यान रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश 500 को उत्तर के रूप में ग्रहण न कर लें। वास्तव में 500 खपत की मात्रा 100 से बढ़कर हो जाती है। वस्तु की खपत में प्रतिशत वृद्धि

$$= 500 - 100$$

$$= 400\%$$

अतः खपत में 400% वृद्धि हो जाएगी।

सिद्धांत-3

“यदि किसी संख्या में $X\%$ की वृद्धि कर दी जाए तथा प्राप्तफल में पुनः $X\%$ की कमी कर दी जाए, तो इस प्रकार प्राप्त संख्या मूल संख्या से कितने प्रतिशत कम या अधिक होगी?”

जैसे- 100 में पहले 30% की वृद्धि करके इसे 130 कर दिया जाए तथा प्राप्तफल 130 में पुनः 30% की कमी करके इसे $(130 - 130 \times 30\% = 91)$ 91 कर दिया जाए, तो प्राप्त संख्या '91' मूल संख्या 100 से कितना कम होगी? स्पष्ट है कि 9% कम होगी। इस प्रकार के प्रश्नों में हमेशा कमी होती है।

इस सिद्धांत पर निम्नलिखित प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं।

प्रश्न 1. एक श्रमिक की मजदूरी 40% घटाकर पुनः 40% बढ़ा दी जाती है। श्रमिक की मजदूरी में कितने प्रतिशत परिवर्तन हुआ?



हल : परंपरागत विधि

माना श्रमिक की मजदूरी = 100 रु.

40% कमी का अर्थ है = 60 रु.

पुनः 40% वृद्धि का अर्थ है = 60 + 60 का 40%

$$= 60 + 24 = 84$$

(यहां पर श्रमिक की प्रारंभिक मजदूरी 100 रु. थी, अब 84 रु. हो गई अर्थात् मजदूरी में कमी हो गई)

$$\therefore \text{प्रतिशत कमी} = 100 - 84 = 16\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूक्ष्म विधि

(1) सदैव कमी होगी

(2) कमी % = x का $x\%$

अर्थात् 40 का $40\% = 16\%$

इस विधि के आधार पर प्रश्न 1 का हल-

$$40 \text{ का } 40\% = \frac{40 \times 40}{100} = 16\% \text{ कमी} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

$$\text{सूत्र- } + \text{ वृद्धि} - \text{कमी } (\pm) \frac{+ \text{ वृद्धि} \times - \text{कमी}}{100}$$

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = +40 - 40 - \frac{40 \times 40}{100} = -16\%$$

ऋणात्मक मान का अर्थ है 16% की कमी



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए श्रमिक की मजदूरी में प्रथम परिवर्तन पर मजदूरी 10 रु. तथा द्वितीय परिवर्तन पर भी मजदूरी 10 रु. है, तो कुल परिवर्तित मजदूरी = $10 \times 10 = 100$ रु।

निष्कर्ष 2. अब श्रमिक की मजदूरी में प्रथम परिवर्तन 40% की कमी यानी कि अब उसकी मजदूरी 10 रु. से घटकर 6 रु. (10 - 4) हो जाए तथा श्रमिक की मजदूरी में द्वितीय परिवर्तन होता है 40% की वृद्धि यानी कि अब मजदूरी 10 रु. से बढ़कर 14 रु. (10 + 4) हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. अब कुल परिवर्तित मजदूरी, प्रथम परिवर्तित मजदूरी और द्वितीय परिवर्तित मजदूरी के गुणनफल के बराबर होगी अर्थात् $6 \times 14 = 84$ रु. हो जाएगी।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है पहले श्रमिक की कुल मजदूरी 100 रु. थी लेकिन अब 84 रु. हो गयी अर्थात् $100 - 84 = 16$ रु. कमी। यही प्रतिशत कमी है। अतः श्रमिक की मजदूरी में 16% कमी हो रही है।

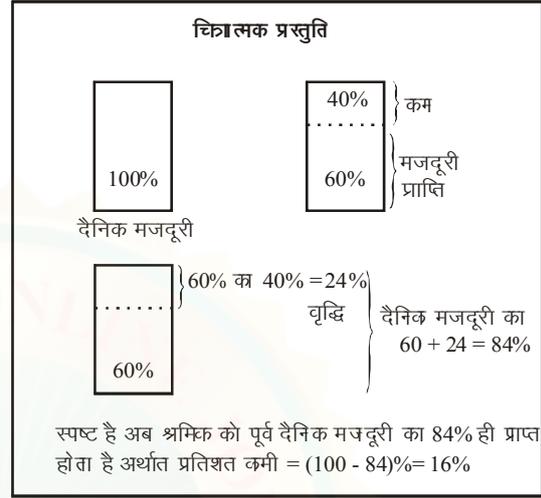
इस प्रश्न का हल इस तरह से देखें-

श्रमिक की मजदूरी में प्रथम परिवर्तन	×	श्रमिक की मजदूरी में द्वितीय परिवर्तन	=	वास्तविक परिवर्तन
↓		↓		↓

$$\begin{aligned} \text{पूर्व मजदूरी} &\rightarrow 10 \times 10 = 100 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित मजदूरी} &\rightarrow 6 \times 14 = 84 \text{ रु.} \end{aligned}$$

स्पष्ट है कुल मजदूरी में वास्तविक परिवर्तन 100 रु. से घटकर 84 रु. हो गया यानी कि प्रतिशत कमी = $100 - 84 = 16\%$

अतः श्रमिक की मजदूरी में 16% कमी हो जाएगी।



प्रश्न 2. एक छात्र ने एक संख्या में 10% की कमी करके प्राप्तफल में पुनः 10% की वृद्धि कर दी। प्राप्त संख्या, मूल संख्या से कितने प्रतिशत कम या अधिक है?



हल : परंपरागत विधि

माना संख्या = 100 है।

संख्या में 10% कमी का अर्थ है = $100 - 10 = 90$

पुनः संख्या में 10% वृद्धि का अर्थ है = $90 + 90$ का $10\% = 90 + 9 = 99$

(यहां पर पहले संख्या 100 थी, अब 99 हो गई अर्थात् संख्या का मान कम हो गया)

∴ प्रतिशत कमी = $100 - 99 = 1\% \Rightarrow$ उत्तर



सूक्ष्म विधि

$$10 \text{ का } 10\% = \frac{10 \times 10}{100} = 1\% \text{ कम}$$



सूत्र विधि

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = +10 - 10 - \frac{10 \times 10}{100} = -1\%$$

ऋणात्मक मान का अर्थ है 1% कम \Rightarrow उत्तर



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए छात्र प्रथम परिवर्तन पर संख्या 10 प्राप्त करता है तथा द्वितीय परिवर्तन पर भी संख्या 10 प्राप्त करता है तो वास्तविक कुल परिवर्तन होगा $= 10 \times 10 = 100$

निष्कर्ष 2. प्रथम परिवर्तन है 10% कमी यानी कि संख्या 10 से घटकर $9 = (10 - 1)$ हो गई तथा द्वितीय परिवर्तन है 10% वृद्धि यानी संख्या 10 से बढ़कर $11 = (10 + 1)$ हो जाएगी।

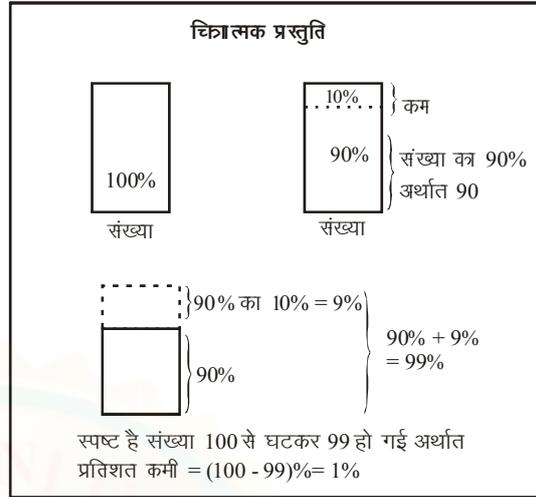
निष्कर्ष 3. अब छात्र द्वारा संख्या में वास्तविक परिवर्तन हुआ $9 \times 11 = 99$ ।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है अब संख्या परिवर्तन होने पर 100 से घटकर 99 हो गई अर्थात् प्रतिशत कमी $= 100 - 99 = 1\%$ कमी।
अतः प्राप्त संख्या पूर्व की संख्या से 1% कम है।

इसको इस तरह से देखें-

	संख्या में	\times	संख्या में	=	वास्तविक परिवर्तन
	प्रथम		द्वितीय		
	परिवर्तन		परिवर्तन		
	\downarrow		\downarrow		\downarrow
पूर्व	$\rightarrow 10$	\times	10	=	100
परिवर्तित	$\rightarrow 9$	\times	11	=	99

स्पष्ट है अब संख्या 100 से घटकर 99 हो गई अर्थात् प्रतिशत कमी $= 100 - 99 = 1\%$ कमी।
अतः प्रतिफल संख्या पूर्व की संख्या से 1% कम है।



प्रश्न 3. एक विक्रेता अपने सामान का मूल्य क्रय मूल्य से 12% अधिक निर्धारित करता है। 12% छूट देने पर उसे कितने प्रतिशत लाभ या हानि होगी?



हल : परंपरागत विधि

माना विक्रेता का क्रय मूल्य = 100 रु. है।

12% अधिक का अर्थ है = 112 रु.

पुनः 12% छूट देने का अर्थ है = 112 - 112 का 12%
 $= 112 - 13.44$
 $= 98.56$ रु.

(यहां पर विक्रेता का क्रय-मूल्य 100 रु. था, अब छूट देने पर 98.56 रु. हो गया अर्थात् उसे हानि हो गई)

\therefore प्रतिशत हानि $= 100 - 98.56 = 1.44\% \Rightarrow$ उत्तर



सूक्ष्म विधि

$$12 \text{ का } 12\% = \frac{12 \times 12}{100} = 1.44\% \text{ की हानि } \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = +12 - 12 - \frac{12 \times 12}{100} = -1.44\%$$

ऋणात्मक मान का अर्थ है 1.44% की हानि



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए विक्रेता अपने सामान पर प्रथम परिवर्तन 10 रु. का करता है तथा द्वितीय परिवर्तन भी 10 रु. का करता है, तो विक्रेता का कुल वास्तविक परिवर्तन होगा = $10 \times 10 = 100$ रु.।

निष्कर्ष 2. विक्रेता प्रथम परिवर्तन में अपने सामान का मूल्य क्रय मूल्य से 12% अधिक रखता है यानी कि सामान का मूल्य 10 रु. से बढ़कर 11.2 रु. = $(10 + 1.2)$ हो गया तथा द्वितीय परिवर्तन में 12% की छूट देता है यानी की सामान का मूल्य 10 रु. से घटकर 8.8 रु. = $(10 - 1.2)$ हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब विक्रेता द्वारा सामान के वास्तविक मूल्य में कुल परिवर्तन हुआ $11.2 \times 8.8 = 98.56$ रुपये।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है अब विक्रेता का वास्तविक परिवर्तन 100 रु. से घटकर 98.56 रु. हो गया अर्थात प्रतिशत कमी = $100 - 98.56 = 1.44\%$

इस प्रकार विक्रेता को 1.44% हानि होगा।

इस तरह से देखें-

प्रथम	×	द्वितीय	=	वास्तविक
परिवर्तन		परिवर्तन		परिवर्तन
↓		↓		↓

पूर्व मूल्य → 10 × 10 = 100 रु.

परिवर्तित मूल्य → 11.2 × 8.8 = ?

परिवर्तित मूल्य पर वास्तविक परिवर्तन = $11.2 \times 8.8 = 98.56$ रु. स्पष्ट है अब वास्तविक परिवर्तन 100 रु. से घटकर 98.56 रु. हो जाएगा।

अर्थात प्रतिशत कमी/हानि = $100 - 98.56 = 1.44\%$

अतः विक्रेता को इस परिवर्तित मूल्य पर 1.44% हानि हुई।

प्रश्न 4. एक नगर की जनसंख्या प्रथम वर्ष 15% बढ़ जाती है तथा दूसरे वर्ष 15% घट जाती है। जनसंख्या में प्रतिशत-परिवर्तन किम्ना हुआ ?



हल : परंपरागत विधि

माना नगर की जनसंख्या = 100

प्रथम वर्ष 15% की वृद्धि का अर्थ है = 115

द्वितीय वर्ष 15% की कमी का अर्थ है = 115 - 115 का 15%

$$= 115 - 115 \times \frac{15}{100}$$

$$= 115 - 17.25 = 97.75$$

(यहां पर नगर की जनसंख्या 100 थी अब कमी पश्चात 97.75 हो गई अर्थात जनसंख्या में कमी हो गई)

$$\therefore \text{प्रतिशत कमी} = 100 - 97.75 = 2.25\%$$

⇒ उत्तर



सूक्ष्म विधि

$$15 \text{ का } 15\% = \frac{15 \times 15}{100} = 2.25\% \text{ की कमी}$$

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = +15 - 15 - \frac{15 \times 15}{100} = -2.25\%$$

ऋणात्मक मान का अर्थ है 2.25% की कमी



गुणा-भाग विधि

निष्कर्ष 1. मान लीजिए नगर की जनसंख्या में प्रथम वर्ष परिवर्तन 10 तथा दूसरे वर्ष भी परिवर्तन 10 का हुआ तो वास्तविक कुल परिवर्तन हुआ = $10 \times 10 = 100$ ।

निष्कर्ष 2. प्रथम वर्ष जनसंख्या 15% बढ़ी अर्थात 10 से बढ़कर 11.5 = $(10 + 10 \text{ का } 15\%)$ हो गयी तथा दूसरे वर्ष जनसंख्या 15% घट जाती है अर्थात 10 से घटकर 8.5 = $(10 - 10 \text{ का } 15\%)$ हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. अब नगर की जनसंख्या में वास्तविक परिवर्तन हुआ = $11.5 \times 8.5 = 97.75$ का

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है अब नगर की जनसंख्या 100 से घटकर 97.75 हो गई अर्थात् प्रतिशत कमी = $100 - 97.75 = 2.25\%$

अतः नगर की जनसंख्या में 2.25% की कमी प्राप्त हुआ।

☞ इस तरह से देखें-

	प्रथम वर्ष में	×	द्वितीय वर्ष में	=	वास्तविक
	परिवर्तन		परिवर्तन		परिवर्तन
	↓		↓		↓
पूर्व	→ 10	×	10	=	100
परिवर्तित	→ 11.5	×	8.5	=	?

परिवर्तित जनसंख्या पर वास्तविक परिवर्तन = $11.5 \times 8.5 = 97.75$

स्पष्ट है नगर की जनसंख्या 100 से घटकर 97.75 हो गई अर्थात् प्रतिशत कमी = $100 - 97.75 = 2.25\%$ ।

अतः नगर की जनसंख्या में 2.25% कमी प्राप्त हुई।

सिद्धांत-3 में कभी-कभी राशियों में प्रतिशत वृद्धि या प्रतिशत कमी पूर्णांक में न होकर भिन्नात्मक प्रतिशत में होती है तब 10 या 100 मानने पर गणना जटिल हो सकती है। ऐसी स्थिति में हम आपको पूर्व में सुझाव दे चुके हैं कि पूर्व राशि का ऐसा मान लिया जाए जिसका दिया गया भिन्न प्रकृत ज्ञात करने में सरलता हो।

☞ देखें प्रश्न-



प्रश्न- यदि नगर की जनसंख्या प्रथम वर्ष $12\frac{1}{2}\%$ घट जाती

है तथा दूसरे वर्ष $12\frac{1}{2}\%$ बढ़ जाती है, तो नगर जनसंख्या में

कितना प्रतिशत परिवर्तन हुआ?



हल : गुणा-भाग विधि

प्रथम परिवर्तन $12\frac{1}{2}\%$ है। अतः पूर्व मान 8 लेना ठीक

रहेगा क्योंकि 8 का $12\frac{1}{2}\% = 1$ पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए नगर की जनसंख्या में प्रथम वर्ष परिवर्तन 8 पर हुआ तथा द्वितीय वर्ष भी परिवर्तन 8 पर हुआ, तो वास्तविक कुल परिवर्तन = $8 \times 8 = 64$ की होगी।

निष्कर्ष 2. लेकिन यहां पर प्रथम वर्ष जनसंख्या $12\frac{1}{2}\%$ घटी

यानी 8 पर $12\frac{1}{2}\%$ की कमी = 7 ($8 - 8$ का $12\frac{1}{2}\%$)

तथा द्वितीय वर्ष जनसंख्या $12\frac{1}{2}\%$ बढ़ी यानी 8 पर

$12\frac{1}{2}\%$ की वृद्धि = 9 ($8 + 8$ का $12\frac{1}{2}\%$)

निष्कर्ष 3. अब नगर की जनसंख्या में वास्तविक परिवर्तन = $7 \times 9 = 63$

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है अब नगर की जनसंख्या 64 से घटकर 63 हो गई यानी $64 - 63 = 1$ की कमी।

∴ 64 पर कमी है = 1

∴ 100 पर प्रतिशत कमी = $\frac{100}{64}\%$

= $1\frac{9}{16}\%$ ⇒ उत्तर

अतः नगर की जनसंख्या में $1\frac{9}{16}\%$ की कमी हुई।

☞ इस तरह से देखें-

	प्रथम वर्ष में	×	द्वितीय वर्ष में	=	वास्तविक
	परिवर्तन		परिवर्तन		परिवर्तन
	↓		↓		↓
पूर्व	→ 8	×	8	=	64
परिवर्तित	→ 7	×	9	=	?

परिवर्तित जनसंख्या पर वास्तविक परिवर्तन = $7 \times 9 = 63$

स्पष्ट है अब नगर की जनसंख्या 64 से घटकर 63 हो गई अर्थात् कमी = $64 - 63 = 1$ की।

∴ 64 पर कमी है = 1

∴ 100 पर प्रतिशत कमी = $\frac{100}{64}\% = 1\frac{9}{16}\%$ ⇒ उत्तर

एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न यदि आलू के मूल्य में $37\frac{1}{2}\%$ की वृद्धि करके प्राप्तफल में $37\frac{1}{2}\%$ की कमी कर दी जाए, तो आलू के मूल्य में कितने प्रतिशत परिवर्तन हुआ?



हल : गुणा-भाग विधि

प्रथम परिवर्तन $37\frac{1}{2}\%$ का है। अतः पूर्व मान 8 रु. लेना

ठीक रहेगा क्योंकि 8 रु. का $37\frac{1}{2}\% = 3$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आलू के मूल्य में प्रथम परिवर्तन 8 रु. का तथा द्वितीय परिवर्तन भी 8 रु. का हुआ, तो कुल वास्तविक परिवर्तन = $8 \times 8 = 64$ रु.।

निष्कर्ष 2. मूल्य में प्रथम परिवर्तन $37\frac{1}{2}\%$ की वृद्धि यानी 8 पर

$37\frac{1}{2}\%$ की वृद्धि = 11 रु. (8 + 8 का $37\frac{1}{2}\%$) हुआ

तथा द्वितीय परिवर्तन $37\frac{1}{2}\%$ की कमी। अतः 8 रु. पर

$37\frac{1}{2}\%$ की कमी = 5 रु. (8 - 8 का $37\frac{1}{2}\%$) हो

जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब मूल्य में वास्तविक परिवर्तन = $11 \times 5 = 55$ रु.।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आलू का मूल्य 64 रु. से घटकर 55 रु. हो गया अर्थात् $64 - 55 = 9$ की कमी।

\therefore 64 रु. पर कमी है = 9 रु.

\therefore 100 रु. पर प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{9}{64} \times 100 \right) \% = 14\frac{1}{16}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः मूल्य में $14\frac{1}{16}\%$ की कमी होगी।

इस तरह से देखें-

मूल्य में	\times	मूल्य में	=	वास्तविक
प्रथम		द्वितीय		परिवर्तन
परिवर्तन		परिवर्तन		
\downarrow		\downarrow		\downarrow
पूर्व	$\rightarrow 8$	\times	8	= 64 रु.
परिवर्तित	$\rightarrow 11$	\times	5	= ?

परिवर्तित वास्तविक परिवर्तन = $11 \times 5 = 55$ रु.

स्पष्ट है आलू का मूल्य 64 रु. से घटकर 55 रु. हो गया अर्थात् कमी $64 - 55 = 9$ रु.

\therefore 64 रु. पर कमी है = 9 रु.

\therefore 100 रु. पर प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{9}{64} \times 100 \right) \% = 14\frac{1}{16}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः आलू के मूल्य में $14\frac{1}{16}\%$ की कमी हुई।

सिद्धांत-3 (a)



“जब कमी प्रतिशत एवं वृद्धि प्रतिशत में परिवर्तन हो”-

प्रश्न 1. एक विक्रेता एक वस्तु का मूल्य क्रय मूल्य से 25% अधिक निर्धारित करता है और इस पर 10% की छूट प्रदान करता है। उसे कितने प्रतिशत लाभ या हानि होगी?



हल : परंपरागत विधि

माना वस्तु का मूल्य = 100 रु.

25% अधिक निर्धारित करने पर मूल्य = 125 रु.

10% छूट देने पर मूल्य = $125 - 125$ का $10\% = 125 - 12.5 = 112.50$ रु.

प्रतिशत लाभ = $112.50 - 100 = 12.50\%$



सूत्र विधि

सूत्र- प्रतिशत लाभ या हानि = $\left(X - Y - \frac{XY}{100} \right) \%$

$$= \left(25 - 10 - \frac{25 \times 10}{100} \right) \% = (15 - 2.5) \%$$

$$= 12.5\%$$

धनात्मक मान है, इसलिए लाभ होगा।

प्रतिशत लाभ = 12.50%



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccccc} \text{प्रथम} & \times & \text{द्वितीय} & = & \text{परिवर्तित मूल्य} \\ \text{परिवर्तन} & & \text{परिवर्तन} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व मूल्य → 10 × 10 = 100 रु.

परिवर्तित मूल्य → 12.5 × 9 = 112.50 रु.

परिवर्तित मूल्य = 12.5 × 9 = 112.50 रु.

स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से बढ़कर 112.50 रु. हो गया।

अर्थात् प्रतिशत लाभ = 112.50 - 100
= 12.50%

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वस्तु का प्रारंभिक मूल्य 10 रु. है जिस पर दो बार अलग-अलग परिवर्तन किए जाते हैं। प्रथम बार 25% बढ़ाया जाता है। और दूसरी बार 10% कम कर दिया जाता है।

निष्कर्ष 2. प्रथम परिवर्तन क्रय मूल्य से 25% अधिक है अर्थात् मूल्य 10 रु. से बढ़कर 12.5 रु. हो जाएगा तथा द्वितीय परिवर्तन 10% छूट है अतः मूल्य 10 रु. से घटकर 9 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब परिवर्तित मूल्य = 12.5 × 9 = 112.50 रु.

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से बढ़कर 112.50 रु. हो गया। अतः प्रतिशत लाभ = 112.50 - 100
= 12.50%

चित्रात्मक प्रस्तुति

25%

100%

क्रय मू.

वस्तु का मू. 25% अधिक
अर्थात् क्र. मू. वक्र 125%

10%

छूट

क्रय मू. का
125% - 125 वक्र 10%
= 125 - 12.5 ⇒ 112.50%

स्पष्ट है विक्रेता को क्रय मूल्य का 112.50% प्राप्त होगा अर्थात् प्रतिशत लाभ = 112.50 - 100 = 12.50% (उत्तर)



प्रश्न 2. एक दुकानदार टेलीविजन का मूल्य $16\frac{2}{3}\%$ अधिक निर्धारित करता है और इस पर 20% छूट प्रदान करता है उसे कितने प्रतिशत लाभ या हानि हुआ?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccccc} \text{प्रथम} & \times & \text{द्वितीय} & = & \text{परिवर्तित मूल्य} \\ \text{परिवर्तन} & & \text{परिवर्तन} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व मूल्य → 6 × 10 = 60 रु.

परिवर्तित मूल्य → 7 × 8 = 56 रु.

परिवर्तित मूल्य = 7 × 8 = 56 रु.

स्पष्ट है टेलीविजन का मूल्य 60 रु. से घटकर 56 रु. हो गया। दुकानदार को हानि = 60 - 56 = 4 रु.

∴ 60 रु. पर हानि है = 4 रु.

∴ 100 रु. पर प्रतिशत हानि

$$= \left(\frac{100 \times 4}{60} \right) \% = 6\frac{2}{3}\%$$

☞ इस तरह से देखें-

प्रथम परिवर्तन $16\frac{2}{3}\%$ का है। अतः पूर्व मान 6 रु. लेना ठीक रहेगा क्योंकि 6 रु. का $16\frac{2}{3}\%$ = 1 रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. प्रथम परिवर्तन $16\frac{2}{3}\%$ के लिए पूर्व मूल्य 6 रु. तथा

द्वितीय परिवर्तन के लिए पूर्व मूल्य 10 रु. मान लिया गया।

निष्कर्ष 2. दुकानदार प्रथम परिवर्तन के रूप में टेलीविजन का

मूल्य $16\frac{2}{3}\%$ अधिक निर्धारित करता है। 6 रु. पर $16\frac{2}{3}\%$

की यह वृद्धि 1 रु. होगी अर्थात् टेलीविजन का पूर्व मूल्य

यदि 6 रु. है तो $16\frac{2}{3}\%$ बढ़कर यह 7 रु. ($6 + 6$ का

$16\frac{2}{3}\%$) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. टेलीविजन मूल्य में द्वितीय परिवर्तन 20% की छूट है।

अतः पूर्व मूल्य यदि 10 रु. है, तो यह 20% कम होकर 8

रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 4. टेलीविजन का परिवर्तित मूल्य $= 7 \times 8 = 56$ रु.

निष्कर्ष 5. स्पष्ट है टेलीविजन का मूल्य 60 रु. से घटकर 56 रु.

हो गया अर्थात् दुकानदार को हानि $= 60 - 56 = 4$ रु.

\therefore 60 रु. पर हानि है = 4 रु.

\therefore 100 रु. पर प्रतिशत हानि

$$= \left(\frac{100 \times 4}{60} \right) \% = 6\frac{2}{3}\%$$

अतः दुकानदार को $6\frac{2}{3}\%$ हानि हुई।

□ सिद्धांत-3 (b)

“यदि $x\%$ वृद्धि के बाद पुनः $y\%$ की वृद्धि की जाए।”



प्रश्न 1. एक विक्रेता वस्तु का मूल्य क्रय मूल्य से 15% अधिक अंकित करता है। मांग बढ़ जाने के कारण वस्तु के मूल्य में पुनः 20% की वृद्धि करता है। उसे कितने प्रतिशत लाभ होगा?



हल : परंपरागत विधि

माना क्रय मूल्य = 100 रु.

15% वृद्धि करने पर = 115 रु.

20% पुनः वृद्धि करने पर = $115 + 115$ का 20%

$$= 115 + 23$$

$$= 138 \text{ रु.}$$

प्रतिशत लाभ = $138 - 100 = 38\%$



सूत्र विधि

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \left(X + Y + \frac{XY}{100} \right) \%$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \left(15 + 20 + \frac{15 \times 20}{100} \right) \%$$

$$= (35 + 3) \%$$

$$= 38 \%$$



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccccc} \text{प्रथम} & \times & \text{द्वितीय} & = & \text{परिवर्तित मूल्य} \\ \text{परिवर्तन} & & \text{परिवर्तन} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व मूल्य} \rightarrow 10 \times 10 = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{परिवर्तित मूल्य} \rightarrow 11.5 \times 12 = 138 \text{ रु.}$$

$$\text{परिवर्तित मूल्य} = 11.5 \times 12 = 138 \text{ रु.}$$

स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से बढ़कर 138 रु. हो गया

अर्थात् प्रतिशत लाभ = $138 - 100 = 38\%$

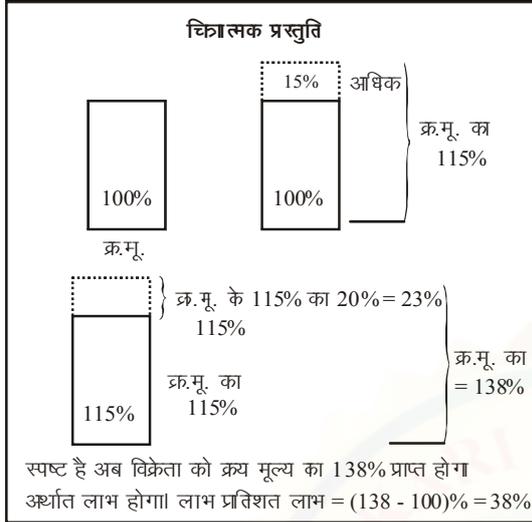
☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वस्तु का प्रारंभिक मूल्य 10 रु. है जिस पर दो बार परिवर्तन किए जाते हैं। प्रथम बार 15% बढ़ाया जाता है और द्वितीय बार 20% बढ़ाया जाता है।

निष्कर्ष 2. प्रथम परिवर्तन क्रय मूल्य से 15% अधिक है अर्थात् मूल्य 10 रु. से बढ़कर 11.5 रु. हो जाएगा तथा द्वितीय परिवर्तन 20% की वृद्धि है अतः मूल्य 10 रु. से बढ़कर 12 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब परिवर्तित मूल्य = $11.5 \times 12 = 138$ रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से बढ़कर 138 रु. हो गया। अतः प्रतिशत लाभ = $138 - 100 = 38\%$ इसलिए विक्रेता को 38% लाभ हुआ।



प्रश्न 2. एक विक्रेता वस्तु का मूल्य क्रय मूल्य से $33\frac{1}{3}\%$ अधिक अंकित करता है। विक्रेता वस्तु के मूल्य में पुनः 10% की वृद्धि करता है, तो उसे कितना प्रतिशत लाभ हुआ?



हल : गुणा-भाग विधि

प्रथम परिवर्तन	×	द्वितीय परिवर्तन	=	परिवर्तित मूल्य
↓		↓		↓
पूर्व मूल्य → 3	×	10	=	30 रु.
परिवर्तित मूल्य → 4	×	11	=	44 रु.

परिवर्तित मूल्य = $4 \times 11 = 44$ रु.

स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 30 रु. से बढ़कर 44 रु. हो गया।

दुकानदार को लाभ = $44 - 30 = 14$ रु.

∴ 30 रु. पर लाभ है = 14 रु.

∴ 100 रु. पर प्रतिशत लाभ = $\left(\frac{14 \times 100}{30}\right)\% = 46\frac{2}{3}\%$

अतः विक्रेता को $46\frac{2}{3}\%$ लाभ हुआ।

इस तरह से देखें-

प्रथम परिवर्तन $33\frac{1}{3}\%$ का है। अतः पूर्व मान 3 रु. लेना ठीक रहेगा क्योंकि 3 रु. का $33\frac{1}{3}\% = 1$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. प्रथम परिवर्तन $33\frac{1}{3}\%$ के लिए पूर्व मूल्य 3 रु. तथा

द्वितीय परिवर्तन के लिए पूर्व मूल्य 10 रु. मान लिया गया।

निष्कर्ष 2. विक्रेता प्रथम परिवर्तन के रूप में वस्तु का मूल्य

$33\frac{1}{3}\%$ अधिक अंकित करता है। 3 रु. पर $33\frac{1}{3}\%$ की

यह वृद्धि 1 रु. होगी अर्थात् वस्तु का पूर्व मूल्य यदि 3 रु.

है, तो $33\frac{1}{3}\%$ बढ़कर यह 4 रु. ($3 + 3$ का $33\frac{1}{3}\%$) हो

जाएगा।

निष्कर्ष 3. वस्तु के मूल्य में द्वितीय परिवर्तन पुनः 10% वृद्धि है।

अतः पूर्व मूल्य यदि 10 रु. है, तो यह 10% बढ़कर 11 रु.

हो जाएगा।

निष्कर्ष 4. वस्तु का परिवर्तित मूल्य = $4 \times 11 = 44$ रु.

निष्कर्ष 5. स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 30 रु. से बढ़कर 44 रु. हो

गया अर्थात् विक्रेता का लाभ = $44 - 30$

= 14 रु.

∴ 30 रु. पर लाभ है = 14 रु.

∴ 100 रु. पर प्रतिशत लाभ

$$= \left(\frac{100 \times 14}{30}\right)\% = 46\frac{2}{3}\%$$

अतः विक्रेता को $46\frac{2}{3}\%$ लाभ हुआ।

सिद्धांत-3 (c)

“यदि $x\%$ कमी करके पुनः $y\%$ की कमी की जाए।”



प्रश्न 1. एक दुकानदार एक वस्तु पर क्रमशः 20%

एवं 10% के 2 बट्टे प्रदान करता है। वस्तु पर दी जाने

वाली कुल छूट का प्रतिशत अथवा एक बट्टा बताएं?



हल : परंपरागत विधि

माना वस्तु का मूल्य = 100 रु.
 20% बढ़े के बाद मूल्य = 80 रु.
 पुनः 10% बढ़े के बाद मूल्य = 80 - 8 = 72 रु.
 कुल प्रतिशत बढ़ा = 100 - 72 = 28% ⇒ उत्तर



सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{प्रतिशत बढ़ा} &= \left(X + Y - \frac{XY}{100} \right) \% \\ &= \left(20 + 10 - \frac{20 \times 10}{100} \right) \% \\ &= (30 - 2) \% = 28 \% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



गुणा-भाग विधि

प्रथम परिवर्तन	×	द्वितीय परिवर्तन	= परिवर्तित मूल्य
↓		↓	↓
पूर्व मूल्य	→	10	× 10 = 100 रु.
परिवर्तित मूल्य	→	8	× 9 = 72 रु.

परिवर्तित मूल्य = 8 × 9 = 72 रु.

स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से घटकर 72 रु. हो गया
 अर्थात कुल प्रतिशत बढ़ा = 100 - 72 = 28%

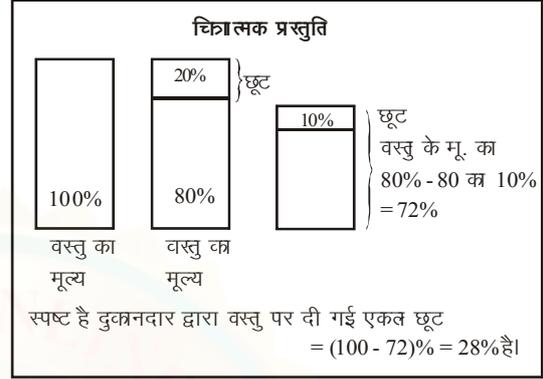
इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वस्तु का प्रारंभिक मूल्य 10 रु. है जिस पर दो बार परिवर्तन किए जाते हैं। प्रथम बार 20% बढ़ा लगाया जाता है और द्वितीय बार पुनः 10% बढ़ा लगाया जाता है।

निष्कर्ष 2. प्रथम परिवर्तन वस्तु के मूल्य पर 20% बढ़ा अर्थात मूल्य 10 रु. से घटकर 8 रु. हो जाएगा तथा द्वितीय परिवर्तन 10% बढ़ा अर्थात मूल्य 10 रु. से घटकर 9 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. अब परिवर्तित मूल्य = 8 × 9 = 72 रु.

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वस्तु का मूल्य 100 रु. से घटकर 72 रु. हो गया अर्थात कुल प्रतिशत बढ़ा = 100 - 72 = 28%
 अतः दुकानदार वस्तु पर कुल छूट देगा = 28%



प्रश्न 2. एक विक्रेता एक रेडियो पर क्रमशः 12 1/2% एवं 10% के दो छूट प्रदान करता है। रेडियो पर दी जाने वाली कुल छूट का प्रतिशत बताएं?



हल : गुणा-भाग विधि

प्रथम परिवर्तन	×	द्वितीय परिवर्तन	= परिवर्तित मूल्य
↓		↓	↓
पूर्व मूल्य	→	8	× 10 = 80 रु.
परिवर्तित मूल्य	→	7	× 9 = 63 रु.

परिवर्तित मूल्य = 7 × 9 = 63 रु.

स्पष्ट है रेडियो का मूल्य 80 रु. से घटकर 63 रु. हो गया।
 विक्रेता का बढ़ा = 80 - 63 = 17 रु.

∴ 80 रु. पर बढ़ा है = 17 रु.

∴ 100 रु. पर प्रतिशत बढ़ा

$$= \left(\frac{17 \times 100}{80} \right) \% = 21 \frac{1}{4} \%$$

अतः विक्रेता कुल छूट दिया = 21 1/4% ⇒ उत्तर

☞ इस तरह से देखें-

प्रथम परिवर्तन $12\frac{1}{2}\%$ का है। अतः पूर्व मान 8 रु. लेना ठीक रहेगा क्योंकि 8 रु. का $12\frac{1}{2}\% = 1$ रु. पूर्णांक में प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 1. प्रथम परिवर्तन $12\frac{1}{2}\%$ के लिए पूर्व मूल्य 8 रु. तथा

द्वितीय परिवर्तन के लिए पूर्व मूल्य 10 रु. मान लिया गया।

निष्कर्ष 2. विक्रेता प्रथम परिवर्तन के रूप में रेडियो मूल्य पर

$12\frac{1}{2}\%$ छूट देता है। मूल्य 8 रु. पर $12\frac{1}{2}\%$ की छूट 1

रु. होगा अर्थात् रेडियो का पूर्व मूल्य 8 रु. है, तो $12\frac{1}{2}\%$

घटकर यह 7 रु. ($8 - 8$ का $12\frac{1}{2}\%$) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. रेडियो मूल्य में द्वितीय परिवर्तन पुनः 10% छूट है।

अतः पूर्व मूल्य 10 रु. है, तो यह 10% घटकर 9 रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 4. रेडियो का परिवर्तित मूल्य $= 7 \times 9 = 63$ रु.

निष्कर्ष 5. स्पष्ट है रेडियो का मूल्य 80 रु. से घटकर 63 रु. हो

गया, विक्रेता का बढ़ा $= 80 - 63 = 17$ रु.

\therefore 80 रु. पर बढ़ा है $= 17$ रु.

\therefore 100 रु. पर प्रतिशत बढ़ा

$$= \left(\frac{17 \times 100}{80} \right) \% = 21\frac{1}{4}\%$$

अतः विक्रेता ने कुल छूट दिया $= 21\frac{1}{4}\%$

\Rightarrow उत्तर

□ सिद्धांत-4

क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन

प्रतियोगितात्मक परीक्षाओं में दो प्रकार की आकृतियों पर

आधारित प्रतिशत परिवर्तन के प्रश्न पूछे जाते हैं।

(1) द्विविमीय आकृति- इस आकृति के क्षेत्रफल, भुजा व त्रिज्या आदि में होने वाले प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करना। इसके अंतर्गत वृत्त, वर्ग, आयत, त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज, षट्भुज इत्यादि आते हैं।

(2) त्रिविमीय आकृति- इस आकृति के भुजा या त्रिज्या में परिवर्तन होने पर क्षेत्रफल एवं आयतन पर प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करना। इसके अंतर्गत गोला, घन, घनाभ, बेलन, शंकु, प्रिज्म, पिरामिड इत्यादि आते हैं।

A. द्विविमीय आकृतियों में सबसे पहले वर्ग/आयत की भुजा एवं क्षेत्रफल पर आधारित प्रश्नों को लेते हैं-

“लंबाई एवं चौड़ाई में एक समान प्रतिशत कमी या वृद्धि”

उदाहरणार्थ प्रश्न-



प्रश्न 1. यदि आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में 10% वृद्धि कर दिया जाए, तो क्षेत्रफल में क्या प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : परंपरागत विधि

माना आयत की लंबाई व चौड़ाई क्रमशः x मीटर तथा y मीटर है, तो आयत का क्षेत्रफल $=$ लंबाई \times चौड़ाई

$$= x \times y = xy \text{ वर्ग मीटर}$$

यदि आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में 10% वृद्धि होती है, तो

$$\text{आयत की लंबाई} = x + x \text{ का } 10\% = \frac{11x}{10} \text{ मीटर}$$

$$\text{तथा आयत की चौड़ाई} = y + y \text{ का } 10\% = \frac{11y}{10} \text{ मीटर}$$

$$\text{परिवर्तित आयत का क्षेत्रफल} = \frac{11}{10}x \times \frac{11}{10}y$$

$$= \frac{121}{100}xy = 1.21xy \text{ वर्ग मीटर}$$

आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन $= 1.21xy - xy = .21xy$ वर्ग मीटर

$$\therefore xy \text{ वर्ग मीटर पर वृद्धि} = 0.21xy$$

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{0.21xy}{xy} \times 100 \right) \% = 21\%$$



सूत्र विधि

$$\text{सूत्र-} = \left(x + y + \frac{xy}{100} \right) \%$$

$$= \left(10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} \right) \% = (20 + 1) \% = 21 \%$$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 21% वृद्धि प्राप्त होगा।



गुणा-भाग विधि

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = \text{क्षेत्रफल}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

पूर्व \rightarrow $10 \times 10 = 100$ वर्गमीटर

परिवर्तित \rightarrow $11 \times 11 = 121$ वर्गमीटर

नोट- आयत का क्षेत्रफल = लंबाई \times चौड़ाई

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 121 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $121 - 100 = 21 \%$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 10 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर (आसत का क्षेत्रफल = लंबाई \times चौड़ाई)

निष्कर्ष 2. आसत की लंबाई एवं चौड़ाई में 10% वृद्धि करने पर अर्थात 10 मीटर पर 10% वृद्धि = 11 मीटर (10 + 10 का 10%)

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $11 \times 11 = 121$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 121 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $121 - 100 = 21 \%$



प्रश्न 2. यदि आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में $33\frac{1}{3} \%$ वृद्धि किया जाए, तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

लंबाई एवं चौड़ाई पर परिवर्तन $33\frac{1}{3} \%$ है। अतः पूर्व मान 3

मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 3 मीटर का $33\frac{1}{3} \% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

	लंबाई	\times	चौड़ाई	=	क्षेत्रफल
	\downarrow		\downarrow		\downarrow
पूर्व \rightarrow	3	\times	3	=	9 वर्ग मीटर
परिवर्तित \rightarrow	4	\times	4	=	16 वर्ग मीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 9 वर्ग मीटर से बढ़कर 16 वर्ग मीटर हो गया अर्थात वृद्धि = $16 - 9 = 7$ वर्ग मीटर

\therefore 9 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 7 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{7}{9} \times 100 \right) \%$$

$$= 77\frac{7}{9} \%$$

अतः आयत का क्षेत्रफल $77\frac{7}{9} \%$ बढ़ जाएगा।

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 3 मीटर तथा चौड़ाई 3 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $3 \times 3 = 9$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आसत की लंबाई एवं चौड़ाई में $33\frac{1}{3} \%$ वृद्धि है अर्थात 3

मीटर पर $33\frac{1}{3} \%$ वृद्धि = 4 मीटर (3 + 3 का $33\frac{1}{3} \%$)

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $4 \times 4 = 16$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 9 वर्ग मीटर से बढ़कर 16 वर्ग मीटर हो गया अर्थात वृद्धि = $16 - 9 = 7$ वर्ग मीटर

\therefore 9 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 7 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{7}{9} \times 100\right)\% \\ = 77\frac{7}{9}\%$$

अतः आयत का क्षेत्रफल $77\frac{7}{9}\%$ बढ़ जाएगा।

☞ एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-

 **प्रश्न 3.** यदि किसी आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में 20% की कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की कमी होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

	लंबाई	×	चौड़ाई	=	क्षेत्रफल
	↓		↓		↓
पूर्व →	10	×	10	=	100 वर्गमीटर
परिवर्तित →	8	×	8	=	64 वर्गमीटर

नोट- आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से घटकर 64 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् प्रतिशत कमी = $100 - 64 = 36\%$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 36% की कमी होगी।

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 10 मीटर तथा चौड़ाई

10 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्गमीटर

निष्कर्ष 2. आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में 20% कमी है अर्थात् 10

मीटर पर 20% कमी = 8 मीटर (10 - 10 का 20%)

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $8 \times 8 = 64$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से घटकर

64 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् प्रतिशत कमी = $100 - 64 = 36\%$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 36% की कमी होगी।



प्रश्न 4. एक आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में $83\frac{1}{3}\%$ की कमी कर दिया जाए, तो नए आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी ज्ञात करें।



हल : गुणा-भाग विधि

लंबाई एवं चौड़ाई में $83\frac{1}{3}\%$ कमी है। अतः पूर्व मान 6

मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 6 मीटर का $83\frac{1}{3}\% = 5$ मीटर

पूर्णांक में प्राप्त होगा।

लंबाई	×	चौड़ाई	=	क्षेत्रफल
↓		↓		↓

पूर्व → $6 \times 6 = 36$ वर्गमीटर

परिवर्तित → $1 \times 1 = 1$ वर्गमीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 36 वर्ग मीटर से घटकर 1 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् कमी = $36 - 1 = 35$ वर्ग मीटर

∴ 36 वर्ग मीटर पर कमी है = 35 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत कमी} = \left(\frac{35}{36} \times 100\right)\% \\ = 97\frac{2}{9}\%$$

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 6 मीटर तथा चौड़ाई 6 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $6 \times 6 = 36$ वर्गमीटर

निष्कर्ष 2. आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में $83\frac{1}{3}\%$ कमी है

अर्थात् 6 मीटर पर $83\frac{1}{3}\%$ कमी = 1 मीटर (6 - 6 का

$83\frac{1}{3}\%$)

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $1 \times 1 = 1$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 36 वर्गमीटर से घटकर 1

वर्ग मीटर हो गया अर्थात् कमी = $36 - 1 = 35$ वर्ग मीटर

∴ 36 वर्ग मीटर पर कमी है = 35 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत कमी} = \left(\frac{35}{36} \times 100\right)\%$$

$$= 97\frac{2}{9}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः नए आयत का क्षेत्रफल $97\frac{2}{9}\%$ कम है।



प्रश्न 5. एक वर्ग के क्षेत्रफल में 19% कमी कर दिया जाए, तो नए वर्ग की भुजा में कितना प्रतिशत कमी होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

$$\begin{array}{ccc} \text{भुजा} & \times & \text{भुजा} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व → 10 × 10 = 100 वर्गमीटर
परिवर्तित → 9 × 9 = 81 वर्गमीटर

वर्ग की भुजा ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल का वर्गमूल ज्ञात करना होगा।

$$\text{भुजा} = \sqrt{81} = 9 \text{ मीटर}$$

स्पष्ट है वर्ग की भुजा 10 मीटर से घटकर 9 मीटर हो गयी अर्थात् कमी = 10 - 9 = 1 मीटर

∴ भुजा में 10 मीटर पर कमी है = 1 मीटर

$$\therefore \text{भुजा में 10 मीटर पर प्रतिशत कमी} = \left(\frac{1}{10} \times 100\right)\% = 10\%$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वर्ग की भुजा 10 मीटर है, तो वर्ग का क्षेत्रफल = 10 × 10 = 100 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. वर्ग के क्षेत्रफल में 19% कमी हो रहा है अर्थात् क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर पर 19% कमी = 81 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 3. वर्ग की भुजा ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल (81 वर्ग मीटर) का वर्गमूल ज्ञात करना होगा (क्योंकि वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा = (भुजा)² इसलिए भुजा = $\sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$)।

$$\text{अतः भुजा} = \sqrt{81} = 9 \text{ मीटर}$$

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है भुजा 10 मीटर से घटकर 9 मीटर हो गई अर्थात् कमी = 10 - 9 = 1 मीटर

∴ भुजा 10 मीटर पर कमी है = 1 मीटर

$$\therefore \text{भुजा 100 मीटर पर प्रतिशत कमी} = \left(\frac{1}{10} \times 100\right)\% = 10\%$$



प्रश्न 6. एक आयत के क्षेत्रफल में 44% वृद्धि की जाए, तो नए आयत की लंबाई एवं चौड़ाई में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$$\begin{array}{ccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व → 10 × 10 = 100 वर्गमीटर
परिवर्तित → 12 × 12 = 144 वर्गमीटर

आयत की लंबाई व चौड़ाई ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल का वर्गमूल ज्ञात करना होगा

$$\text{आयत की लंबाई व चौड़ाई} = \sqrt{144} = 12 \text{ मीटर}$$

नोट- इस तरह के प्रश्नों में भुजा या लंबाई-चौड़ाई ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल का वर्गमूल ज्ञात करना होता है।

स्पष्ट है आयत की लंबाई एवं चौड़ाई 10 मीटर से बढ़कर 12 मीटर हो गई अर्थात् वृद्धि = 12 - 10 = 2 मीटर

∴ 10 मीटर पर वृद्धि है = 2 मीटर

$$\therefore \text{100 मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{2}{10} \times 100\right)\% = 20\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई एवं चौड़ाई 10 मीटर है, तो आयत का क्षेत्रफल = 10 × 10 = 100 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आयत के क्षेत्रफल में 44% वृद्धि है अर्थात् क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर पर 44% वृद्धि = 144 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 3. आयत की लंबाई एवं चौड़ाई ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल (144 वर्ग मीटर) का वर्गमूल ज्ञात करना होगा। अतः लंबाई एवं चौड़ाई = $\sqrt{144} = 12$ मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है लंबाई एवं चौड़ाई 10 मीटर से बढ़कर 12 मीटर हो गया अर्थात् वृद्धि = $12 - 10 = 2$ मीटर
 \therefore 10 मीटर पर वृद्धि है = 2 मीटर

$$\therefore 100 \text{ मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{2}{10} \times 100 \right) \% = 20\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

नोट (1) इस तरह के प्रश्नों का हल मानसिक स्तर पर ही किया जाना संभव है। देखें, एक प्रश्न को कैसे मानसिक स्तर पर हल करना संभव होता है-

प्रश्न- एक आयत/वर्ग की भुजा में 10% वृद्धि हो तो क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?

हल : मान लेते हैं प्रारंभ में भुजा 10 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्गमीटर होगा।

आयत की लंबाई एवं चौड़ाई या वर्ग की भुजा पर 10% वृद्धि अर्थात् 10 मीटर पर 10% वृद्धि = 11 मीटर हो जाएगा तब क्षेत्रफल = $11 \times 11 = 121$ वर्ग मीटर

अतः प्रतिशत वृद्धि = $121 - 100 = 21\%$

क्यों है न संभव मानसिक स्तर पर हल करना?

इसी तरह प्रतिशत के सभी सिद्धांतों के प्रश्नों को हल किया जा सकता है बस आपको गुणा-भाग की सामान्य संक्रिया करनी पड़ेगी।

नोट (2) आप आयत की लंबाई एवं चौड़ाई भिन्न-भिन्न भी मान सकते हैं। प्राप्त प्रतिशत प्रतिफल में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

प्रश्न प्रकार-2

“लंबाई एवं चौड़ाई में अलग-अलग प्रतिशत कमी एवं वृद्धि जैसे-लंबाई में a% कमी एवं चौड़ाई में b% वृद्धि या लंबाई में a% वृद्धि एवं चौड़ाई में b% कमी।”

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. एक आयत की भुजा मापते समय लंबाई को 20% अधिक तथा चौड़ाई को 10% कम माप लिया गया। क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात करें।



हल : परंपरागत विधि

माना आयत की लंबाई = 100 मीटर तथा चौड़ाई = 10 मीटर तो आयत का क्षेत्रफल = लंबाई \times चौड़ाई
 $= 100 \times 10 = 1000$ वर्ग मीटर

20% वृद्धि करने पर लंबाई = 120 मीटर

10% कमी करने पर चौड़ाई = 9 मीटर

तब आयत का क्षेत्रफल = $120 \times 9 = 1080$ वर्ग मीटर

पूर्व का क्षेत्रफल = 1000 वर्ग मीटर

परिवर्तित क्षेत्रफल = 1080 वर्ग मीटर

अतः आयत का क्षेत्रफल बढ़ गया = $1080 - 1000 = 80$ वर्ग मीटर

\therefore 1000 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 80 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{80}{1000} \times 100 \right) \% = 8\%$$

इस प्रकार आयत का क्षेत्रफल 8% बढ़ जाएगा।



सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{सूत्र- प्रतिशत वृद्धि/कमी} &= \left(\pm x \pm y \pm \frac{xy}{100} \right) \% \\ &= \left(+20 - 10 - \frac{20 \times 10}{100} \right) \% \\ &= (20 - 12)\% = 8\% \end{aligned}$$

धनात्मक मान प्राप्त हुआ इसलिए 8% वृद्धि होगी।



गुणा-भाग विधि

	लंबाई	\times	चौड़ाई	=	क्षेत्रफल
	↓		↓		↓
पूर्व \rightarrow	10	\times	10	=	100 वर्गमीटर
परिवर्तित \rightarrow	12	\times	9	=	108 वर्गमीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 108 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $108 - 100 = 8\%$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 8% वृद्धि प्राप्त होगी।

 इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 10 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर है तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आयत की लंबाई में 20% वृद्धि अर्थात लंबाई 10 मीटर पर 20% वृद्धि = 12 मीटर होगा तथा चौड़ाई में 10% कमी अर्थात चौड़ाई 10 मीटर पर 10% कमी = 9 मीटर हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $12 \times 9 = 108$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 108 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $108 - 100 = 8\%$

 अतः आयत के क्षेत्रफल में 8% वृद्धि होगी।

प्रश्न 2. एक आयत की लंबाई में 30% वृद्धि हो तथा चौड़ाई वही रहे, तो क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करें।



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व \rightarrow $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

परिवर्तित \rightarrow $13 \times 10 = 130$ वर्ग मीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 130 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $130 - 100 = 30\%$

 इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 10 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर है तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आयत की लंबाई में 30% वृद्धि अर्थात लंबाई 10 मीटर पर 30% वृद्धि = 13 मीटर (10 + 10 का 30%) होगा तथा चौड़ाई वही है। अतः चौड़ाई = 10 मीटर

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल = $13 \times 10 = 130$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 130 वर्ग मीटर हो गया अर्थात वृद्धि

$$= 130 - 100 = 30\%$$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 30% वृद्धि होगी। \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 3. यदि आयत की चौड़ाई को $16\frac{2}{3}\%$ बढ़ा दी जाए तथा उसका क्षेत्रफल वही रहे, तो आयत की लंबाई में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करें।



गुणा-भाग विधि

चौड़ाई में परिवर्तन $16\frac{2}{3}\%$ है। अतः चौड़ाई का पूर्व मान 6

मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 6 मीटर का $16\frac{2}{3}\% = 1$ मीटर, पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\begin{array}{ccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व \rightarrow $100 \times 6 = 600$ वर्ग मीटर

परिवर्तित \rightarrow $\dots \times 7 = 600$ वर्ग मीटर

आयत की लंबाई के लिए क्षेत्रफल में चौड़ाई से भाग देना होगा।

$$\text{लंबाई} = \frac{600}{7} = 85\frac{5}{7} \text{ मीटर}$$

स्पष्ट है आयत की लंबाई 100 मीटर से घटकर $85\frac{5}{7}$

मीटर हो गई अर्थात प्रतिशत कमी

$$= 100 - 85\frac{5}{7} = 14\frac{2}{7}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 100 मीटर तथा चौड़ाई 6 मीटर हो, तो क्षेत्रफल = $100 \times 6 = 600$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आयत की चौड़ाई पर $16\frac{2}{3}\%$ वृद्धि है अर्थात चौड़ाई

$$6 \text{ मीटर पर } 16\frac{2}{3}\% \text{ वृद्धि} = 7 \text{ मीटर (6 + 6 का } 16\frac{2}{3}\%)$$

तथा क्षेत्रफल वही है अर्थात क्षेत्रफल = 600 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 3. आयत की लंबाई = $\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$ अर्थात आयत की लंबाई चौड़ाई के लिए क्षेत्रफल में परिवर्तित चौड़ाई से भाग देना होगा

$$= \frac{600}{7} = 85\frac{5}{7} \text{ मीटर}$$

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत की लंबाई 100 मीटर से घटकर $85\frac{5}{7}$ मीटर हो गई अर्थात प्रतिशत कमी

$$= 100 - 85\frac{5}{7} = 14\frac{2}{7}\%$$

अतः आयत की लंबाई में $14\frac{2}{7}\%$ कमी होगी।



प्रश्न 4. यदि आयत की लंबाई $37\frac{1}{2}\%$ कम कर दी जाए तथा चौड़ाई 40% बढ़ा दी जाए, तो आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करें?



गुणा-भाग विधि

लंबाई में परिवर्तन $37\frac{1}{2}\%$ है। अतः लंबाई का पूर्व मान 8

मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 8 मीटर का $37\frac{1}{2}\% = 3$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\begin{array}{ccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व \rightarrow $8 \times 10 = 80$ वर्गमीटर

परिवर्तित \rightarrow $5 \times 14 = 70$ वर्गमीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 80 वर्ग मीटर से घटकर 70 वर्ग मीटर हो गया अर्थात कमी = $80 - 70 = 10$ वर्ग मीटर

\therefore 80 वर्ग मीटर पर कमी है = 10 वर्ग मीटर

\therefore 100 वर्ग मीटर पर कमी या प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{10}{80} \times 100\right)\% = 12\frac{1}{2}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई 8 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर हो, तो क्षेत्रफल = 80 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. आयत की लंबाई में $37\frac{1}{2}\%$ कमी है अर्थात 8 मीटर

पर $37\frac{1}{2}\%$ कमी = 5 मीटर ($8 - 8$ का $37\frac{1}{2}\%$) तथा चौड़ाई में 40% वृद्धि अर्थात 10 मीटर पर 40% वृद्धि = 14 मीटर हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित लंबाई एवं चौड़ाई पर आयत का क्षेत्रफल = $5 \times 14 = 70$ वर्गमीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 80 वर्ग मीटर से घटकर 70 वर्ग मीटर हो गया अर्थात कमी

$$= 80 - 70 = 10 \text{ वर्ग मीटर}$$

\therefore 80 वर्ग मीटर पर कमी है = 10 वर्ग मीटर

\therefore 100 वर्ग मीटर पर कमी या प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{10}{80} \times 100\right)\%$$

$$= 12\frac{1}{2}\%$$

प्रश्न प्रकार-3



“आयत या वर्ग की भुजा में X गुना वृद्धि या कमी।”

प्रश्न 1. यदि वर्ग की भुजा चार गुना कर दिया जाए, तो क्षेत्रफल कितना प्रतिशत बढ़ जाएगा?



हल : परंपरागत विधि

माना वर्ग की भुजा = x मीटर

\therefore वर्ग की क्षेत्रफल = x^2 वर्ग मीटर

वर्ग की भुजा चार गुना करने पर वर्ग की नई भुजा = $4 \times x = 4x$ मीटर

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = $(4x)^2 = 16x^2$

\therefore क्षेत्रफल में वृद्धि प्रतिशत $\frac{(16x^2 - x^2) \times 100}{x^2}$

$$= \left(\frac{15x^2 \times 100}{x^2}\right)\%$$

$$= 1500\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

यदि वर्ग की भुजा में n गुना वृद्धि की जाए, तो क्षेत्रफल में वृद्धि प्रतिशत $(n^2-1) \times 100\%$

$$\begin{aligned} &= (4^2-1) \times 100\% \\ &= (16-1) \times 100\% \\ &= 15 \times 100\% \\ &= 1500\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



गुणा-भाग विधि

	भुजा	\times	भुजा	=	क्षेत्रफल
	\downarrow		\downarrow		\downarrow
पूर्व \rightarrow	10	\times	10	=	100 वर्गमीटर
परिवर्तित \rightarrow	40	\times	40	=	1600 वर्गमीटर

वर्ग का क्षेत्रफल = $40 \times 40 = 1600$ वर्ग मीटर

स्पष्ट है वर्ग का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 1600 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात् प्रतिशत वृद्धि

$$= 1600 - 100 = 1500\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

ध्यान दें-

नोट- (1) वर्ग की भुजा चार गुना करने पर क्षेत्रफल पहले का 16 गुना हो जाएगा।

(2) वर्ग की भुजा चार गुना करने पर क्षेत्रफल पहले से 15 गुना या 1500 प्रतिशत बढ़ जाएगा।

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वर्ग की भुजा 10 मीटर है, तो वर्ग का क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. वर्ग की भुजा 4 गुना हो जाती है अर्थात् भुजा 10 मीटर से बढ़कर 40 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. वर्ग का क्षेत्रफल = $40 \times 40 = 1600$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वर्ग का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 1600 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात् प्रतिशत वृद्धि = $1600 - 100 = 1500\%$



प्रश्न 2. यदि आयत की लंबाई एवं चौड़ाई तीन गुना कर दी जाए तो क्षेत्रफल कितना प्रतिशत बढ़ जाएगा?



हल : सूत्र विधि

यदि आयतन की लंबाई में n_1 गुना तथा चौड़ाई में n_2 गुना वृद्धि हो, तो क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि

$$\begin{aligned} &= (n_1 n_2 - 1) \times 100\% \\ &= (3 \times 3 - 1) \times 100\% \\ &= 8 \times 100\% = 800\% \end{aligned}$$



गुणा-भाग विधि

	लंबाई	\times	चौड़ाई	=	क्षेत्रफल
	\downarrow		\downarrow		\downarrow
पूर्व \rightarrow	20	\times	10	=	200 वर्गमीटर
परिवर्तित \rightarrow	60	\times	30	=	1800 वर्ग मीटर

स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 200 वर्ग मीटर से बढ़कर 1800 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात् वृद्धि = $1800 - 200 = 1600$ वर्ग मीटर

$$\therefore 200 \text{ वर्ग मीटर पर वृद्धि है} = 1600 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\begin{aligned} \therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} &= \left(\frac{1600}{200} \times 100 \right) \% \\ &= 800\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए आयत की लंबाई = 20 मीटर तथा चौड़ाई = 10 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $20 \times 10 = 200$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. लंबाई 20 मीटर का तीन गुना अर्थात् $20 \times 3 = 60$ मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर का तीन गुना अर्थात् $10 \times 3 = 30$ मीटर हो जाती है।

निष्कर्ष 3. आयत का क्षेत्रफल $60 \times 30 = 1800$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल 200 वर्ग मीटर से बढ़कर 1800 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात् वृद्धि = $1800 - 200 = 1600$ वर्ग मीटर

∴ 200 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 1600 वर्ग मीटर

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{1600}{200} \times 100 \right) \% \\ = 800\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः आयत का क्षेत्रफल पहले से 800% बढ़ जाएगा

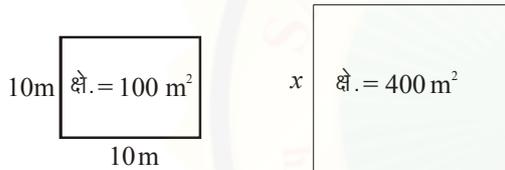
नोट—आयत का क्षेत्रफल पहले का 9 गुना अर्थात् 900% हो जाएगा।
आयत का क्षेत्रफल पहले से 8 गुना अर्थात् 800% बढ़ जाएगा।



प्रश्न 3. यदि वर्ग का क्षेत्रफल चार गुना हो जाए, तो भुजा पर प्रतिशत-प्रभाव ज्ञात करें।



हल : गुणा-भाग विधि



	भुजा	×	भुजा	=	क्षेत्रफल
	↓		↓		↓

पूर्व →	10	×	10	=	100 मीटर ²
परिवर्तित →	20	×	20	=	400 मीटर ²

वर्ग की भुजा ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल (400 वर्ग मीटर) का वर्गमूल ज्ञात करना होगा। अतः वर्ग की भुजा = $\sqrt{400} = 20$ मीटर

स्पष्ट है वर्ग की भुजा 10 मीटर से बढ़कर 20 मीटर हो गई अर्थात् वृद्धि = 20 - 10 = 10 मीटर

∴ 10 मीटर पर वृद्धि है = 10 मीटर

$$\therefore 100 \text{ मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{10}{10} \times 100 \right) \% = 100\%$$

अतः वर्ग की भुजा 100% बढ़ जाएगी। ⇒ उत्तर

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वर्ग की भुजा 10 मीटर हो, तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. वर्ग का क्षेत्रफल पहले का चार गुना अर्थात् 100 वर्ग मीटर से बढ़कर $100 \times 4 = 400$ वर्ग मीटर हो जाता है।

निष्कर्ष 3. वर्ग की भुजा ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल (400) का वर्गमूल ज्ञात करना होगा।

अतः वर्ग की भुजा = $\sqrt{400} = 20$ मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वर्ग की भुजा 10 मीटर से बढ़कर 20 मीटर हो गई अर्थात् वृद्धि = 20 - 10

$$= 10 \text{ मीटर}$$

∴ 10 मीटर पर वृद्धि है = 10 मीटर

$$\therefore 100 \text{ मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{10}{10} \times 100 \right) \%$$

$$= 100\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः वर्ग की भुजा 100% बढ़ जाएगी।

द्विविमीय आकृतियों में अब त्रिभुज व वृत्त पर बातें-

आपने देखा कि वर्ग एवं आयत के लिए गुणा-भाग विधि में कोई परिवर्तन नहीं होता है। यहीं आपको यह भी बताना चाहेंगे कि किसी भी द्विविमीय आकृति की भुजाओं में परिवर्तन होने पर यही गुणा-भाग विधि कारगर होगा। उदाहरण के लिए त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज, षट्भुज सभी आकृतियों के लिए यही विधि है लेकिन शर्त यह है कि सभी भुजाओं में समान परिवर्तन होना चाहिए।

उदाहरण के लिए त्रिभुज के संदर्भ में कुछ प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. एक त्रिभुज की सभी भुजाओं में 50% की वृद्धि कर दी जाती है। इसके क्षेत्रफल में कितना प्रतिशत परिवर्तन होगा ?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

आधार	×	ऊँचाई	=	क्षेत्रफल
↓		↓		↓

पूर्व →	10	×	10	=	100 वर्ग मीटर
---------	----	---	----	---	---------------

परिवर्तित →	15	×	15	=	225 वर्ग मीटर
-------------	----	---	----	---	---------------

स्पष्ट है त्रिभुज का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $225 - 100 = 125\%$

नोट-गुणा-भाग विधि से द्विविमीय आकृति एवं त्रिविमीय आकृतियों के प्रश्नों को हल किया जा सकता है। ध्यान यह देना होगा कि इन आकृतियों के क्षेत्रफल व आयतन सूत्र में आया हुआ अचर संख्या प्रारंभ एवं परिवर्तन पर समान होगा।

जैसे- त्रिभुज का क्षेत्रफल का सूत्र = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊंचाई} \dots (i)$

भुजाओं में परिवर्तन पर त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{परिवर्तित}$

आधार \times परिवर्तित ऊंचाई $\dots (ii)$

दोनों समीकरणों में $\frac{1}{2}$ नियत है।

इस तरह से क्षेत्रफल एवं आयतन सूत्र में आए हुए अचर संख्या को ध्यान में न रखते हुए परिवर्तित भुजाओं को मानकर प्रश्न हल किया जाता है।

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए त्रिभुज का आधार 10 मीटर तथा ऊंचाई 10 मीटर हो, तो क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

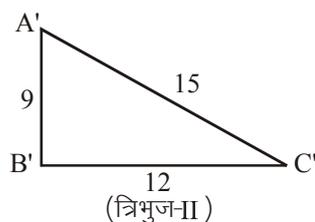
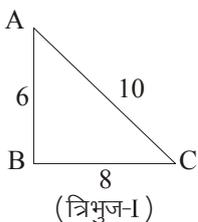
निष्कर्ष 2. त्रिभुज की सभी भुजाओं पर 50% वृद्धि अर्थात आधार 10 मीटर पर 50% वृद्धि = 15 मीटर तथा ऊंचाई 10 मीटर पर 50% वृद्धि = 15 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. क्षेत्रफल = $15 \times 15 = 225$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है त्रिभुज का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो जाएगा अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $225 - 100 = 125\% \Rightarrow$ उत्तर

जांच करके देखें-

मान लीजिए एक त्रिभुज है जिसकी 3 भुजाएं क्रमशः 6, 8 एवं 10 मीटर है। 50% वृद्धि करने पर भुजाएं हो जाएंगी 9 मीटर, 12 मीटर एवं 15 मीटर।



त्रिभुज-I का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ वर्ग मीटर

त्रिभुज-II का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ वर्ग मीटर

क्षेत्रफल वृद्धि = $54 - 24 = 30$ वर्ग मीटर

\therefore 24 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 30 वर्ग मीटर

\therefore 100 वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि = $\left(\frac{30}{24} \times 100\right)\%$

= 125% \Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

त्रिभुज की भुजा में वृद्धि = 50% = x

क्षेत्रफल में % वृद्धि = $2x + \frac{x^2}{100}$

$$= 2 \times 50 + \frac{50 \times 50}{100}$$

$$= 100 + 25\%$$

$$= 125\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 2. एक त्रिभुज की सभी भुजाओं पर $33\frac{1}{3}\%$

वृद्धि कर दी जाती है। इसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

त्रिभुज की भुजा पर $33\frac{1}{3}\%$ वृद्धि है। अतः पूर्व मान 3

मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 3 मीटर का $33\frac{1}{3}\% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होता है।

आधार \times ऊंचाई = क्षेत्रफल

$\downarrow \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$

पूर्व \rightarrow 3 \times 3 = 9 वर्ग मीटर

परिवर्तित \rightarrow 4 \times 4 = 16 वर्ग मीटर

त्रिभुज का क्षेत्रफल = 16 वर्ग मीटर
स्पष्ट है त्रिभुज का क्षेत्रफल 9 वर्ग मीटर से 16 वर्ग मीटर
हो गया अर्थात् वृद्धि = 16 - 9 = 7 वर्ग मीटर
∴ 9 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 7 वर्ग मीटर की
∴ 100 वर्ग मीटर पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{7}{9} \times 100 \right) \% = 77 \frac{7}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए त्रिभुज का आधार 3 मीटर एवं ऊंचाई 3 मीटर है, तो क्षेत्रफल = $3 \times 3 = 9$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. त्रिभुज के आधार 3 मीटर का $33 \frac{1}{3} \%$

= 1 मीटर होगा अर्थात् आधार 3 मीटर है, तो $33 \frac{1}{3} \%$

बढ़कर यह 4 मीटर हो जाएगा तथा ऊंचाई 3 मीटर है, तो

$33 \frac{1}{3} \%$ बढ़कर यह भी 4 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित आधार एवं ऊंचाई पर क्षेत्रफल = 4×4
= 16 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है त्रिभुज का क्षेत्रफल 9 वर्ग मीटर से बढ़कर 16 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् वृद्धि = 16 - 9 = 7 वर्ग मीटर

∴ 9 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 7 वर्ग मीटर की

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{7}{9} \times 100 \right) \%$$

$$= 77 \frac{7}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

$$\text{त्रिभुज के क्षेत्रफल में } \% \text{ वृद्धि} = 2x + \frac{x^2}{100}$$

$$\text{क्षेत्रफल में } \% \text{ वृद्धि} = 2 \times 33 \frac{1}{3} + \frac{33 \frac{1}{3} \times 33 \frac{1}{3}}{100}$$

$$(x = 33 \frac{1}{3} \text{ रखने पर})$$

$$= 2 \times \frac{100}{3} + \frac{100 \times 100}{9 \times 100} = 77 \frac{7}{9} \%$$

⇒ उत्तर



प्रश्न 3. यदि एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर से घटकर 36 वर्ग मीटर हो जाए, तो भुजाओं पर समान प्रतिशत प्रभाव ज्ञात करें।



हल : गुणा-भाग विधि

	आधार	×	ऊंचाई	=	क्षेत्रफल
	↓		↓		↓
पूर्व →	12	×	12	=	144 वर्गमीटर
परिवर्तित →	6	×	6	=	36 वर्गमीटर

पूर्व का आधार एवं ऊंचाई ज्ञात करने के लिए पूर्व क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर का वर्गमूल ज्ञात करना होगा अर्थात् आधार एवं ऊंचाई = $\sqrt{144} = 12$ मीटर तथा परिवर्तित आधार एवं ऊंचाई ज्ञात करने के लिए परिवर्तित क्षेत्रफल (36 वर्ग मीटर) का वर्गमूल ज्ञात करना होगा अर्थात् आधार एवं ऊंचाई = $\sqrt{36} = 6$ मीटर हो जाएगा।

अतः स्पष्ट है त्रिभुज की आधार एवं ऊंचाई 12 मीटर से घटकर 6 मीटर हो गई अर्थात् कमी = 12 - 6 = 6 मीटर

∴ 12 मीटर पर कमी है = 6 मीटर की

∴ 100 मीटर पर कमी या प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{6}{12} \times 100 \right) \% = 50\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः त्रिभुज की भुजाएं 50% घट जाएगी।

⇒ जब द्विविमीय और त्रिविमीय आकृतियों के क्षेत्रफल तथा आयतन में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करना होता है तो हम प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल और प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल में तुलना करके इसे ज्ञात कर सकते हैं। प्रभावी क्षेत्रफल से यहां आशय यह है कि क्षेत्रफल में परिवर्तन हेतु केवल **परिवर्तनशील चारों**

का ही प्रयोग किया जाए स्थिर चरों को छोड़ देने से प्रतिशत मान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

उदाहरण के लिए वृत्त की त्रिज्या (r) यदि 10 मीटर से 40% बढ़ाकर 14 मीटर कर दी जाए, तो प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = $r \times r = 10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर तथा प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल = $r \times r = 14 \times 14 = 196$ वर्ग मीटर प्राप्त किया जा सकता है। इसके लिए स्थिर चर पाई (π) का प्रयोग नहीं किया लेकिन हम यह ज्ञात कर सके हैं कि प्रतिशत के संदर्भ में वृत्त का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 196 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् 96% वृद्धि हुई।

इसी प्रकार से प्रतिशत मानों के लिए अन्य आकृतियों के संदर्भ में भी हम प्रभावी क्षेत्रफल का प्रयोग कर सकते हैं।

☞ **रेखीय आकृतियों के बाद बात आती है वृत्तीय आकृतियों में प्रतिशत परिवर्तन होने पर क्षेत्रफल में होने वाला प्रतिशत परिवर्तन**

वृत्त की त्रिज्या एवं परिधि में प्रतिशत कमी/वृद्धि के आधार पर प्रश्न

☞ **नोट-** (1) किसी वृत्त की त्रिज्या एवं परिधि में समान अनुपात में परिवर्तन होता है- अर्थात् जितना प्रतिशत त्रिज्या में कमी या वृद्धि होगी, उतना ही प्रतिशत परिधि में कमी या वृद्धि होगी।

☞ **देखे प्रश्न-**



प्रश्न- एक वृत्त की परिधि 88 सेमी. है। इस परिधि को 50% बढ़ा दिया जाए, तो नए बने वृत्त की त्रिज्या में कितना प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : परंपरागत विधि

वृत्त की परिधि = $2\pi r$

$$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \Rightarrow r = 14 \text{ सेमी.}$$

वृत्त की त्रिज्या (r) = 14 सेमी.

50% वृद्धि करने पर वृत्त की परिधि 88 सेमी. से बढ़कर 132 सेमी. (88 + 88 का 50%) हो जाएगी।

नए वृत्त की परिधि (132 सेमी.) = $2\pi r_1$

$$132 = 2 \times \frac{22}{7} \times r_1$$

नए वृत्त की त्रिज्या (r_1) = 21 सेमी.

~~De Splice~~ $r_1 - r = 21 - 14 = 7$ सेमी.

∴ त्रिज्या 14 सेमी. में वृद्धि है = 7 सेमी. की

∴ त्रिज्या 100 सेमी. में वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{7}{14} \times 100 \right) \% = 50\%$$

आप देख रहे हैं कि परिधि में 50% की वृद्धि की गई, तो त्रिज्या में भी 50% वृद्धि हुई।

स्पष्ट है कि "त्रिज्या या परिधि में जितने प्रतिशत कमी या वृद्धि होगी परिधि एवं त्रिज्या में भी उतने ही प्रतिशत की कमी या वृद्धि होगी।"

☞ **नोट-** किसी वृत्त की परिधि एवं त्रिज्या में प्रतिशत परिवर्तन होने पर क्षेत्रफल में होने वाले प्रतिशत परिवर्तन को ज्ञात करने के लिए पूर्व की ही गुणा-भाग विधि द्वारा प्रश्नों को हल किया जा सकता है।

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-**

प्रश्न 1. एक वृत्त की त्रिज्या 40% बढ़ा दी जाती है। इसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

त्रिज्या (r) × त्रिज्या (r) = क्षेत्रफल

↓ ↓ ↓

पूर्व → $10 \times 10 = 100$ मी.

परिवर्तित → $14 \times 14 = 196$ मी.

स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 196 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् प्रतिशत वृद्धि = $196 - 100 = 96\%$

☞ **इस तरह से देखें-**

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वृत्त की त्रिज्या 10 मीटर हो तो प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

(π पूर्ववृत्त एवं परिवर्तित वृत्त दोनों में ही है। अतः कॉमन होने के कारण प्रभावी आधार व क्षेत्रफल के लिए इसे (π) संज्ञान में लेना जरूरी नहीं है)

निष्कर्ष 2. त्रिज्या 10 मीटर पर वृद्धि है 40% अर्थात त्रिज्या 10 मीटर से बढ़कर 14 मीटर (10 + 10 का 40%) हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल = $14 \times 14 = 196$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 196 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $196 - 100 = 96\%$

अतः वृत्त का क्षेत्रफल में 96% वृद्धि होगी। \Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

त्रिज्या में वृद्धि = $40\% = x$

$$\begin{aligned} \therefore \text{क्षेत्रफल में \% वृद्धि} &= 2x + \frac{x^2}{100} \\ &= 2 \times 40 + \frac{40 \times 40}{100} \\ &= 80 + 16 \\ &= 96\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



प्रश्न 2. एक वृत्त की त्रिज्या 20% घटा दी जाती है। इसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

त्रिज्या (r) \times त्रिज्या (r) = क्षेत्रफल

पूर्व $\rightarrow 10 \times 10 = 100$ वर्ग सेमी.

परिवर्तित $\rightarrow 8 \times 8 = 64$ वर्ग सेमी.

स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग सेंटीमीटर से घटकर 64 वर्ग सेंटीमीटर हो गया अर्थात प्रतिशत कमी = $100 - 64 = 36\%$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वृत्त की त्रिज्या 10 सेंटीमीटर हो, तो वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग सेंटीमीटर।

निष्कर्ष 2. त्रिज्या 10 सेंटीमीटर पर कमी है 20% अर्थात त्रिज्या 10 सेंटीमीटर से घटकर 8 सेंटीमीटर (10 - 10 का 20%) हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल = $8 \times 8 = 64$ वर्ग सेंटीमीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग सेंटीमीटर से घटकर 64 वर्ग सेंटीमीटर हो गया अर्थात प्रतिशत कमी = $100 - 64 = 36\%$

अतः वृत्त के क्षेत्रफल में 36% कमी होगी। \Rightarrow उत्तर



सूत्र विधि

त्रिज्या में कमी $x = 20$

$$\begin{aligned} \therefore \text{क्षेत्रफल में कमी} &= 2x - \frac{x^2}{100} \\ &= 2 \times 20 - \frac{20 \times 20}{100} \\ &= 40 - 4 \\ &= 36\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



प्रश्न 3. एक वृत्त की परिधि में $8\frac{1}{3}\%$ वृद्धि कर दी जाती है, इसके क्षेत्रफल में क्या प्रतिशत परिवर्तन होगा।



हल : गुणा-भाग विधि

नोट- वृत्त की परिधि में जितने प्रतिशत कमी या वृद्धि होगी त्रिज्या में भी उतने ही प्रतिशत कमी या वृद्धि होगी।

अतः वृत्त की त्रिज्या में $8\frac{1}{3}\%$ वृद्धि होगी।

त्रिज्या में परिवर्तन $8\frac{1}{3}\%$ है। अतः पूर्व मान 12 मीटर लेना

ठीक रहेगा क्योंकि 12 मीटर का $8\frac{1}{3}\% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\text{त्रिज्या (r)} \times \text{त्रिज्या (r)} = \text{क्षेत्रफल}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 12 \times 12 = 144 \text{ वर्ग मी.}$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 13 \times 13 = 169 \text{ वर्ग मी.}$$

स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर से बढ़कर 169 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् वृद्धि = 169 - 144 = 25 वर्ग मीटर

$$\therefore 144 \text{ वर्ग मीटर पर वृद्धि है} = 25 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{25}{144} \times 100 \right) \% = 17 \frac{13}{36} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

$$\text{क्षेत्रफल में \% वृद्धि} = 2x + \frac{x^2}{100}$$

$$= 2 \times \frac{25}{3} + \frac{25 \times 25}{3 \times 3}$$

$$= \frac{50}{3} + \frac{25}{36}$$

$$= \frac{625}{36} = 17 \frac{13}{36} \%$$

$$= 17 \frac{13}{36} \% \text{ वृद्धि} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

 इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए वृत्त की त्रिज्या 12 मीटर हो तो प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = 12×12
= 144 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. वृत्त की त्रिज्या में $8\frac{1}{3}\%$ वृद्धि है अर्थात् 12 मीटर पर

$$8\frac{1}{3}\% \text{ वृद्धि} = 13 \text{ मीटर (12 + 12 का } 8\frac{1}{3}\%)$$

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर वृत्त का प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल
= $13 \times 13 = 169$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर से बढ़कर 169 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् वृद्धि
= $169 - 144 = 25$ वर्ग मीटर

$$\therefore 144 \text{ वर्ग मीटर पर वृद्धि है} = 25 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{25}{144} \times 100 \right) \% = 17 \frac{13}{36} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः वृत्त के क्षेत्रफल में $17\frac{13}{36}\%$ वृद्धि होगी।



सूत्र विधि

$$\text{वृत्त की परिधि में वृद्धि} = 8\frac{1}{3}\% = \frac{25}{3}$$



प्रश्न 4. एक वृत्त की परिधि में $16\frac{2}{3}\%$ कमी कर दी जाती है। इसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : गुणा-भाग विधि

नोट- वृत्त की परिधि में जितने प्रतिशत कमी या वृद्धि होगी त्रिज्या में भी उतने ही प्रतिशत कमी या वृद्धि होगी।

अतः वृत्त की त्रिज्या में भी $16\frac{2}{3}\%$ कमी होगी।

त्रिज्या में परिवर्तन $16\frac{2}{3}\%$ है। अतः पूर्व मान 6 मीटर लेना

ठीक रहेगा क्योंकि 6 मीटर का $16\frac{2}{3}\% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\text{त्रिज्या (r)} \times \text{त्रिज्या (r)} = \text{क्षेत्रफल}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 6 \times 6 = 36 \text{ वर्ग मी.}$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 5 \times 5 = 25 \text{ वर्ग मी.}$$

स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 36 वर्ग मीटर से घटकर 25 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् कमी = $36 - 25 = 11$ वर्ग मीटर

$$\therefore 36 \text{ वर्ग मीटर पर कमी है} = 11 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर कमी या प्रतिशत कमी}$$

$$= \left(\frac{11}{36} \times 100 \right) \% = 30\frac{5}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

मान लीजिए वृत्त की त्रिज्या 6 मीटर हो तो वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = $6 \times 6 = 36$ वर्गमीटर

निष्कर्ष 2. वृत्त की त्रिज्या में $16\frac{2}{3}\%$ कमी है अर्थात् 6 मीटर पर

$$16\frac{2}{3}\% \text{ कमी} = 5 \text{ मीटर } (6 - 6 \text{ का } 16\frac{2}{3}\%)$$

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर वृत्त का प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल = $5 \times 5 = 25$ वर्गमीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है वृत्त का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 36 वर्गमीटर से घटकर 25 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् कमी = $36 - 25 = 11$ वर्गमीटर

$$\therefore 36 \text{ वर्ग मीटर पर कमी है} = 11 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\therefore 100 \text{ वर्ग मीटर पर कमी या प्रतिशत कमी}$$

$$= \left(\frac{11}{36} \times 100 \right) \% = 30\frac{5}{9}\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः वृत्त के क्षेत्रफल में $30\frac{5}{9}\%$ कमी होगी।



सूत्र विधि

$$\text{वृत्त की परिधि में कमी } 16\frac{2}{3} = \frac{50}{3}\%$$

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल में कमी} &= 2x - \frac{x^2}{100} \\ &= 2 \times 50 - \frac{50 \times 50}{3 \times 100} \\ &= \frac{100}{3} - \frac{25}{9} \\ &= \frac{300 - 25}{9} \\ &= \frac{275}{9} \\ &= 30\frac{5}{9}\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

वृत्त की त्रिज्या या परिधि को X गुना करने पर क्षेत्रफल पर प्रतिशत प्रभाव-

नोट- यदि 2 वृत्तों की त्रिज्या या परिधि में अनुपात $A : B$ है, तो उनके क्षेत्रफलों में अनुपात $A^2 : B^2$ होगा। कहने का आशय यह है कि यदि किसी वृत्त की त्रिज्या या परिधि को 2 गुना कर दिया जाए, तो उनके क्षेत्रफलों में अनुपात होगा $= 1^2 : 2^2 = 1 : 4$ । स्पष्ट है कि किसी वृत्त की परिधि या त्रिज्या को a गुना करने पर उसका क्षेत्रफल a^2 गुना हो जाएगा।

उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



प्रश्न- यदि किसी वृत्त के त्रिज्या या परिधि 3 गुना कर दिया जाए, तो क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?



हल : सामान्य समझ पर

स्पष्ट है कि वृत्त के त्रिज्या या परिधि को 3 गुना करने पर क्षेत्रफल 9 गुना अर्थात् 900% हो जाएगा।

नोट- यदि प्रश्न में पूछा जाय कि वृत्त का क्षेत्रफल पहले का कितना गुना बढ़ गया तो स्पष्ट है वृत्त का क्षेत्रफल पहले से 8 गुना अर्थात् 800% बढ़ जाएगा।

एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न- यदि किसी वृत्त की त्रिज्या या परिधि में $1/2$ गुना की कमी कर दी जाए तो क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?

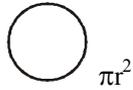


हल : सामान्य समझ पर

स्पष्ट है कि वृत्त की त्रिज्या या परिधि में $1/2$ गुना की कमी होने

पर क्षेत्रफल $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ यानी $\frac{1}{4}$ गुना हो जाएगा अर्थात् प्रतिशत

$$\text{कमी } \left(\frac{1}{4} \times 100 \right) \% = 25\% \text{ हो जाएगी।}$$



$$\text{I- वृत्त} = \pi \times 1 \times 1 = \pi$$



$$\text{II- वृत्त} = \pi \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}\pi \Rightarrow \text{उत्तर}$$

□ अब विचार करते हैं त्रिविमीय आकृतियों की-

इनके त्रिज्या या भुजा में परिवर्तन होने पर दो प्रकार के प्रश्न बनते हैं-

- (1) सतह के क्षेत्रफल में होने वाला परिवर्तन
- (2) आयतन में होने वाला परिवर्तन।

☞ इस पर आधारित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. एक गोले की त्रिज्या या व्यास में 50% वृद्धि होती है, तो

- (i) उसके सतह के क्षेत्रफल में तथा
- (ii) उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

(i) गोले की सतह क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

त्रिज्या (r) × त्रिज्या (r) = क्षेत्रफल

पूर्व → $10 \times 10 = 100$ वर्ग मी.

गोला-I = $4\pi r^2$
 $= 4 \times \pi \times 10 \times 10$
 $= 400\pi$

परिवर्तित → $15 \times 15 = 225$ वर्ग मी.

गोला-II = $4\pi r^2$
 $= 4 \times \pi \times 15 \times 15$
 $= 900\pi$

स्पष्ट है गोले का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि

$$= 225 - 100 = 125\%$$

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए गोले की त्रिज्या 10 मीटर हो तो गोले का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. गोले की त्रिज्या में 50% वृद्धि है अर्थात त्रिज्या 10 मीटर पर वृद्धि 50% = 15 मीटर (10+10 का 50%) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर गोले का प्रभावी परिवर्तित क्षेत्रफल = $15 \times 15 = 225$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है गोले का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $225 - 100 = 125\%$

अतः गोले के क्षेत्रफल में 125% वृद्धि होगी।



हल : गुणा-भाग विधि

(ii) गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

त्रिज्या (r) × त्रिज्या (r) × त्रिज्या (r) = आयतन

पूर्व → $10 \times 10 \times 10 = 1000$ मीटर³

परिवर्तित → $15 \times 15 \times 15 = 3375$ मीटर³



गोला-I

आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

= $\frac{4}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 10$

= $\frac{4}{3}\pi \times 1000$



गोला-II

आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

= $\frac{4}{3}\pi \times 15 \times 15 \times 15$

= $\frac{4}{3}\pi \times 3375$

स्पष्ट है गोले का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 3375 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = $3375 - 1000 = 2375$ मीटर³

∴ 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 2375 मीटर³

∴ 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{2375}{1000} \times 100 \right) \% = 237.5\%$$

अतः गोले के आयतन में 237.5% वृद्धि होगी।

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए गोले की त्रिज्या 10 मीटर हो, तो गोले का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $10 \times 10 \times 10 = 1000$ मीटर³

निष्कर्ष 2. गोले की त्रिज्या में 50% वृद्धि है अर्थात् 10 मीटर पर 50% वृद्धि = 15 मीटर (10 + 10 का 50%)

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या पर गोले का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $15 \times 15 \times 15 = 3375$ मीटर³

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है गोले का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 3375 मीटर³ हो गया अर्थात् वृद्धि = $3375 - 1000 = 2375$ मीटर³

∴ 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 2375 मीटर³

∴ 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{2375}{1000} \times 100 \right) \% = 237.5\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः गोले के आयतन में 237.5% वृद्धि होगी।



प्रश्न 2. एक शंकु की त्रिज्या एवं ऊंचाई में 20% की वृद्धि होती है। उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{त्रिज्या (r)} \times \text{त्रिज्या (r)} \times \text{ऊंचाई (h)} = \text{आयतन}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 12 \times 12 \times 12 = 1728 \text{ मीटर}^3$$



शंकु-I



शंकु-II

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 10 \times 10 \times 10$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 1000$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 12 \times 12 \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 1728$$

स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 1728 मीटर³ हो गया अर्थात् वृद्धि = $1728 - 1000 = 728$ मीटर³

∴ 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 728 मीटर³

∴ 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{728}{1000} \times 100 \right) \% = 72.8\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए शंकु की त्रिज्या एवं ऊंचाई 10 मीटर हो, तो शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $10 \times 10 \times 10 = 1000$ मीटर³

निष्कर्ष 2. शंकु की त्रिज्या एवं ऊंचाई में 20% वृद्धि है अर्थात् त्रिज्या एवं ऊंचाई 10 मीटर पर 20% वृद्धि = 12 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या एवं ऊंचाई पर शंकु का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $12 \times 12 \times 12 = 1728$ मीटर³

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 1728 मीटर³ हो जाता है अर्थात् वृद्धि = $1728 - 1000 = 728$ मीटर³

∴ 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 728 मीटर³

∴ 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{728}{1000} \times 100 \right) \% = 72.8\%$$

अतः शंकु के आयतन में 72.8% वृद्धि होगी।



प्रश्न 3. एक शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई में $33\frac{1}{3}\%$ कमी होती है उसके आयतन में कितने प्रतिशत कमी होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई पर परिवर्तन $33\frac{1}{3}\%$ है। अतः

पूर्व मान 3 मीटर लेना ठीकरहेगा क्योंकि 3 मीटर का $33\frac{1}{3}\% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\begin{array}{ccccccc} \text{त्रिज्या (r)} & \times & \text{त्रिज्या (r)} & \times & \text{ऊँचाई (h)} & = & \text{आयतन} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{पूर्व} \rightarrow 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ मीटर}^3 \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ मीटर}^3 \end{array}$$



शंकु-I

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 27$$



शंकु-II

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 8$$

स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 27 मीटर³ से घटकर 8 मीटर³ हो गया अर्थात् प्रभावी आयतन में कमी = 27 - 8 = 19 मीटर³

$$\therefore 27 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी है} = 19 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी या प्रतिशत कमी}$$

$$= \left(\frac{19}{27} \times 100 \right) \% = 70\frac{10}{27} \%$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई 3 मीटर हो, तो शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $3 \times 3 \times 3 = 27$ मीटर³

निष्कर्ष 2. शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई में $33\frac{1}{3}\%$ कमी है अर्थात्

3 मीटर पर $33\frac{1}{3}\%$ कमी = 2 मीटर (3 - 3 का $33\frac{1}{3}\%$) हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या एवं ऊँचाई पर शंकु का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $2 \times 2 \times 2 = 8$ मीटर³

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 27 मीटर³ से घटकर 8 मीटर³ हो गया अर्थात् प्रभावी आयतन में कमी = 27 - 8 = 19 मीटर³

$$\therefore 27 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी है} = 19 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी या प्रतिशत कमी}$$

$$= \left(\frac{19}{27} \times 100 \right) \% = 70\frac{10}{27} \%$$

अतः शंकु के आयतन में $70\frac{10}{27}\%$ कमी होगी।



प्रश्न 4. एक शंकु की त्रिज्या में 10% वृद्धि तथा ऊँचाई में $12\frac{1}{2}\%$ कमी होती है। उसके आयतन में

कितने प्रतिशत की कमी या वृद्धि होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

शंकु की ऊँचाई में परिवर्तन $12\frac{1}{2}\%$ है। अतः ऊँचाई का पूर्व मान 8 मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 8 मीटर का $12\frac{1}{2}\% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

$$\begin{array}{ccccccc} \text{त्रिज्या (r)} & \times & \text{त्रिज्या (r)} & \times & \text{ऊँचाई (h)} & = & \text{आयतन} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 \times 8 = 800 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 11 \times 11 \times 7 = 847 \text{ मीटर}^3$$



शंकु-I



शंकु-II

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 10 \times 10 \times 8$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 800$$

स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 800 मीटर³ से बढ़कर 847 मीटर³ हो गया अर्थात् आयतन में वृद्धि = 847 - 800 = 47 मीटर³

$$\therefore 800 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि है} = 47 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{47}{800} \times 100 \right) \% = 5 \frac{7}{8} \%$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए शंकु की त्रिज्या 10 मीटर तथा ऊंचाई 8

$$\begin{aligned} \text{मीटर हो, तो शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन} &= 10 \times 10 \\ &\times 8 = 800 \text{ मीटर}^3 \end{aligned}$$

निष्कर्ष 2. शंकु की त्रिज्या में 10% वृद्धि है अर्थात् त्रिज्या 10

मीटर पर 10% वृद्धि = 11 मीटर हो जाती है तथा ऊंचाई में

$$12 \frac{1}{2} \% \text{ कमी अर्थात् ऊंचाई 8 मीटर पर } 12 \frac{1}{2} \% \text{ कमी} =$$

$$7 \text{ मीटर } (8 - 8 \text{ का } 12 \frac{1}{2} \%) \text{ हो जाएगी।}$$

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या एवं ऊंचाई पर शंकु का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $11 \times 11 \times 7 = 847 \text{ मीटर}^3$

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है शंकु का आयतन 800 मीटर³ से बढ़कर 847

मीटर³ हो गया अर्थात् वृद्धि = 847 - 800 = 47 मीटर³

$$\therefore 800 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि है} = 47 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{47}{800} \times 100 \right) \% = 5 \frac{7}{8} \%$$

अतः शंकु के आयतन में $5 \frac{7}{8} \%$ वृद्धि होगी।



प्रश्न 5. एक शंकु की त्रिज्या में $16 \frac{2}{3} \%$ कमी एवं ऊंचाई

में 20% कमी होती है उसके आयतन में कितने प्रतिशत की कमी होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

शंकु की त्रिज्या में परिवर्तन $16 \frac{2}{3} \%$ है। अतः त्रिज्या का

पूर्व मान 6 मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 6 मीटर का

$$16 \frac{2}{3} \% = 1 \text{ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।}$$

$$\text{त्रिज्या (r)} \times \text{त्रिज्या (r)} \times \text{ऊंचाई (h)} = \text{आयतन}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 6 \times 6 \times 10 = 360 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 5 \times 5 \times 8 = 200 \text{ मीटर}^3$$



शंकु-I



शंकु-II

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 10$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi \times 5 \times 5 \times 8$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 360$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 200$$

स्पष्ट है शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 360 मीटर³ से घटकर 200 मीटर³ रह गया अर्थात् कमी = 360 - 200 = 160 मीटर³

∴ 360 मीटर³ पर कमी है = 160 मीटर³
 ∴ 100 मीटर³ पर कमी या प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{160}{360} \times 100 \right) \% = 44 \frac{4}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए शंकु की त्रिज्या 6 मीटर तथा ऊंचाई 10 मीटर हो, तो शंकु का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $6 \times 6 \times 10 = 360$ मीटर³

निष्कर्ष 2. शंकु की त्रिज्या में $16 \frac{2}{3} \%$ कमी है अर्थात् 6 मीटर पर

$16 \frac{2}{3} \%$ कमी = 5 मीटर ($6 - 6$ का $16 \frac{2}{3} \%$) तथा ऊंचाई में 20% कमी है अर्थात् ऊंचाई 10 मीटर पर 20% कमी = 8 मीटर ($10 - 10$ का 20%) हो जाएगा

निष्कर्ष 3. परिवर्तित त्रिज्या एवं ऊंचाई पर शंकु का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $5 \times 5 \times 8 = 200$ मीटर³

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है शंकु का आयतन 360 मीटर³ से घटकर 200 मीटर³ रह गया अर्थात् कमी = $360 - 200 = 160$ मीटर³

∴ 360 मीटर³ पर कमी है = 160 मीटर³
 ∴ 100 मीटर³ पर कमी या प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{160}{360} \times 100 \right) \% = 44 \frac{4}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः शंकु के आयतन में $44 \frac{4}{9} \%$ कमी होगी।



प्रश्न 6. एक घन की भुजा में $6 \frac{1}{4} \%$ वृद्धि होती

है, तो

- (i) घन के संपूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल तथा
 (ii) घन के आयतन में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा?

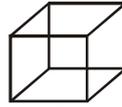


हल (i) गुणा-भाग विधि

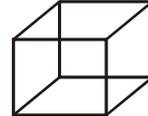
घन की भुजा में परिवर्तन $6 \frac{1}{4} \%$ है। अतः भुजा का पूर्व मान 16 मीटर लेना ठीक रहेगा क्योंकि 16 मीटर का

$6 \frac{1}{4} \% = 1$ मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।

घन के संपूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$



घन-I



घन-II

घन के संपूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
 $= 6 \times (16)^2$
 $= 6 \times 256$

घन के संपूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2$
 $= 6 \times (17)^2$
 $= 6 \times 289$

भुजा	×	भुजा	=	क्षेत्रफल
↓		↓		↓

पूर्व → $16 \times 16 = 256$ वर्गमीटर

परिवर्तित → $17 \times 17 = 289$ वर्गमीटर

स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 256 वर्ग मीटर से बढ़कर 289 वर्ग मीटर हो गया अर्थात् वृद्धि = $289 - 256 = 33$ वर्ग मीटर

∴ 256 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 33 वर्ग मीटर

∴ 100 वर्ग मीटर पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{33}{256} \times 100 \right) \% = 12 \frac{57}{64} \%$$

☞ इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए घन की भुजा 16 मीटर हो, तो घन का प्रभावी प्रारंभिक संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $16 \times 16 = 256$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. घन की भुजा में $6 \frac{1}{4} \%$ वृद्धि है अर्थात् भुजा 16 मीटर

पर $6 \frac{1}{4} \%$ वृद्धि = 17 मीटर (16 मीटर + 16 का $6 \frac{1}{4} \%$)।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित भुजा पर घन का प्रभावी परिवर्तित संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $17 \times 17 = 289$ वर्ग मीटर।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 256

वर्ग मीटर से बढ़कर 289 वर्ग मीटर हो गया अर्थात वृद्धि =
 $289 - 256 = 33$ वर्ग मीटर
 \therefore 256 वर्ग मीटर पर वृद्धि है = 33 वर्ग मीटर
 \therefore 100 वर्ग मीटर पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{33}{256} \times 100 \right) \% = 12 \frac{57}{64} \%$$

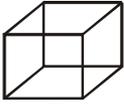
अतः घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल में $12 \frac{57}{64} \%$ वृद्धि होगी।



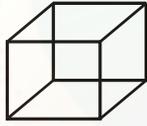
हल (ii) गुणा-भाग विधि

घन का आयतन = (भुजा)³

घन की भुजा में परिवर्तन $6 \frac{1}{4} \%$ है। अतः भुजा का पूर्व मान 16 मीटर मान लेना ठीक रहेगा क्योंकि 16 मीटर का $6 \frac{1}{4} \%$ = 1 मीटर पूर्णांक में प्राप्त होगा।



घन-I



घन-II

$$\begin{array}{l} \text{आयतन} = 16 \times 16 \times 16 \\ = 4096 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{आयतन} = 17 \times 17 \times 17 \\ = 4913 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{भुजा} \times & \text{भुजा} \times & \text{भुजा} & = & \text{आयतन} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 16 \times 16 \times 16 = 4096 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 17 \times 17 \times 17 = 4913 \text{ मीटर}^3$$

स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 4096 मीटर³ से बढ़कर 4913 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = $4913 - 4096 = 817$ मीटर³

$$\therefore 4096 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि है} = 817 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{817}{4096} \times 100 \right) \% = 19 \frac{969}{1024} \%$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए घन की भुजा 16 मीटर हो तो प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $16 \times 16 \times 16 = 4096$ मीटर³

निष्कर्ष 2. घन की भुजा में $6 \frac{1}{4} \%$ वृद्धि हुई है अर्थात प्रारंभिक

भुजा 16 मीटर पर $6 \frac{1}{4} \%$ वृद्धि = 17 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित भुजा पर प्रभावी परिवर्तित आयतन = $17 \times 17 \times 17 = 4913$ मीटर³।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 4096 मीटर³ से बढ़कर 4913 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = $4913 - 4096 = 817$ मीटर³

$$\therefore 4096 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि है} = 817 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{817}{4096} \times 100 \right) \% = 19 \frac{969}{1024} \%$$

अतः घन के आयतन में $19 \frac{969}{1024} \%$ वृद्धि होगी।



प्रश्न 7. यदि बेलन की ऊंचाई दुगुनी कर दी जाए, तो

- बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल तथा
- बेलन के आयतन में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

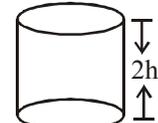


हल (i) गुणा-भाग विधि

बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$



बेलन-I



बेलन-II

$$\text{क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$= 2\pi \times 10 \times 10$$

$$= 2\pi \times 100$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 2\pi r2h$$

$$= 2\pi \times 10 \times 2 \times 10$$

$$= 2\pi \times 200$$

त्रिज्या (r) ×	ऊंचाई (h) =	क्षेत्रफल
↓	↓	↓
पूर्व → 10	× 10	= 100 वर्ग मीटर
परिवर्तित → 10	× 20	= 200 वर्ग मीटर

स्पष्ट है बेलन का प्रभावी प्रारंभिक वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 200 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि = $200 - 100 = 100\% \Rightarrow$ उत्तर

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए बेलन की त्रिज्या 10 मीटर एवं ऊंचाई 10 मीटर हो, तो बेलन का प्रभावी प्रारंभिक वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $10 \times 10 = 100$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. बेलन की ऊंचाई दुगुनी करने पर ऊंचाई 10 मीटर से 20 मीटर हो जाएगी तथा त्रिज्या पूर्व अर्थात 10 मीटर ही रहती है।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित भुजा पर बेलन का प्रभावी परिवर्तित वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $10 \times 20 = 200$ वर्ग मीटर हो जाएगा।

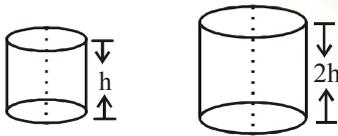
निष्कर्ष 4. स्पष्ट है बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 200 वर्ग मीटर हो गया अर्थात वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि = $200 - 100 = 100\%$

अतः बेलन के क्षेत्रफल में 100% वृद्धि होगी।



हल (ii) गुणा-भाग विधि

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$



आयतन = $\pi r^2 h$	आयतन = $\pi r^2 h$
$= \pi \times 10 \times 10 \times 10$	$= \pi \times 10 \times 10 \times 20$
$= \pi \times 1000$	$= \pi \times 2000$

त्रिज्या (r) × त्रिज्या (r) × ऊंचाई (h) = आयतन

↓	↓	↓	↓
पूर्व → 10	× 10	× 10	= 1000 मीटर ³
परिवर्तित → 10	× 10	× 20	= 2000 मीटर ³

स्पष्ट है बेलन का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 2000 मीटर³ हो, गया अर्थात वृद्धि = $2000 - 1000 = 1000$ मीटर³
 \therefore 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 1000 मीटर³
 \therefore 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि = 100%

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए बेलन की त्रिज्या 10 मीटर एवं ऊंचाई 10 मीटर हो तो प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $10 \times 10 \times 10 = 1000$ मीटर³

निष्कर्ष 2. बेलन की ऊंचाई दुगुनी हो जाती है अर्थात ऊंचाई 10 मीटर से बढ़कर 20 मीटर हो जाती है तथा पूर्व त्रिज्या अपरिवर्तित अर्थात 10 मीटर रहेगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित ऊंचाई पर बेलन का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $10 \times 10 \times 20 = 2000$ घन मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है बेलन का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 2000 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = $2000 - 1000 = 1000$ मीटर³

\therefore 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 1000 मीटर³

\therefore 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि = 100%

अतः बेलन के आयतन में 100% वृद्धि होगी।

यदि बेलन की त्रिज्या में परिवर्तन न हो तथा ऊंचाई में परिवर्तन पश्चात जितना प्रतिशत प्रभाव बेलन के क्षेत्रफल पर होगा, उतना ही प्रतिशत प्रभाव बेलन के आयतन पर भी होगा।

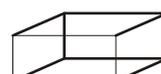


प्रश्न 8. यदि किसी घनाभ की लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई में क्रमशः 10%, 15% व 20% की कमी कर दी जाए, तो घनाभ के आयतन पर प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करें।

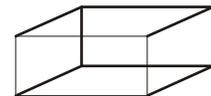


हल : गुणा-भाग विधि

घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊंचाई



घनाभ-I



घनाभ-II

$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \text{लं.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.} & \text{आयतन} &= \text{लं.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.} \\ &= 10 \times 10 \times 10 & &= 9 \times 8.5 \times 8 \\ &= 1000 \text{ मीटर}^3 & &= 612 \text{ मीटर}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & \times & \text{ऊंचाई} & = & \text{आयतन} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 9 \times 8.5 \times 8 = 612 \text{ मीटर}^3$$

स्पष्ट है घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से घटकर 612 मीटर³ हो, गया अर्थात कमी = 1000 - 612 = 388 मीटर³

$$\therefore 1000 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी है} = 388$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर प्रतिशत कमी}$$

$$= \left(\frac{388}{1000} \times 100 \right) \% = 38.8\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए घनाभ की लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई 10 मीटर हो, तो घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मीटर}^3$

निष्कर्ष 2. घनाभ की लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई में क्रमशः 10%, 15% एवं 20% कमी करने पर अर्थात 10 मीटर पर क्रमशः 10%, 15% एवं 20% कमी = लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई क्रमशः 9 मीटर, 8.5 मीटर एवं 8 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई पर घनाभ का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $9 \times 8.5 \times 8 = 612 \text{ मीटर}^3$ ।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से घटकर 612 मीटर³ हो गया अर्थात कमी = 1000 - 612 = 388 मीटर³

$$\therefore 1000 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी है} = 388 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर कमी या प्रतिशत कमी}$$

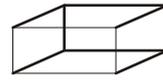
$$= \left(\frac{388}{1000} \times 100 \right) \% = 38.8\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



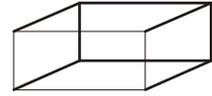
प्रश्न 9. यदि घनाभ के लंबाई में 20% कमी, चौड़ाई में 15% वृद्धि एवं ऊंचाई में 25% वृद्धि की जाए, तो घनाभ के आयतन में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करें।



हल : गुणा-भाग विधि



घनाभ-I



घनाभ-II

$$\text{आयतन} = \text{लं.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.} \quad \text{आयतन} = \text{लं.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.}$$

$$= 10 \times 10 \times 10$$

$$= 8 \times 11.5 \times 12.5$$

$$= 1000 \text{ मीटर}^3$$

$$= 1150 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊंचाई} = \text{आयतन}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मीटर}^3$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 8 \times 11.5 \times 12.5 = 1150 \text{ मीटर}^3$$

स्पष्ट है घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 1150 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = 1150 - 1000 = 150 मीटर³

$$\therefore 1000 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि है} = 150 \text{ मीटर}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मीटर}^3 \text{ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \left(\frac{150}{1000} \times 100 \right) \% = 15\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह से देखें-

निष्कर्ष 1. मान लीजिए घनाभ की लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई 10 मीटर हो, घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन = $10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मीटर}^3$

निष्कर्ष 2. घनाभ की लंबाई में 20% कमी अर्थात लंबाई 10 मीटर पर 20% कमी = 8 मीटर, चौड़ाई 10 मीटर पर 15% वृद्धि अर्थात चौड़ाई 11.5 मीटर (10 + 10 का 15%) तथा ऊंचाई में 25% वृद्धि अर्थात ऊंचाई 10 मीटर पर 25% वृद्धि = 12.5 मीटर हो जाएगी। अतः घनाभ की लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई क्रमशः 8, 11.5 एवं 12.5 मीटर हो जाएगी।

निष्कर्ष 3. परिवर्तित लंबाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई में घनाभ का प्रभावी परिवर्तित आयतन = $8 \times 11.5 \times 12.5 = 1150 \text{ मीटर}^3$ ।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है घनाभ का प्रभावी प्रारंभिक आयतन 1000 मीटर³ से बढ़कर 1150 मीटर³ हो गया अर्थात वृद्धि = 1150 - 1000
= 150 मीटर³
∴ 1000 मीटर³ पर वृद्धि है = 150 मीटर³
∴ 100 मीटर³ पर वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{150}{1000} \times 100 \right) = 15\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः घनाभ के आयतन में 15% वृद्धि होगी।

□ सिद्धांत-5

जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन का सिद्धांत

जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन की 3 दशाएं हैं, जिन पर आधारित प्रश्न पूछे जाते हैं-

- (1) जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन (कमी/वृद्धि)
- (2) जनसंख्या में वास्तविक कमी या वृद्धि- इसके दो प्रकार होते हैं-

(i) प्रारंभिक जनसंख्या दी गई हो और बाद के वर्ष/वर्षों की जनसंख्या ज्ञात करने के लिए कहा जाए।

(ii) बाद के वर्ष/वर्षों की जनसंख्या दी गई हो और प्रारंभिक जनसंख्या ज्ञात करने के लिए कहा जाए।

(3) पुरुष एवं स्त्री की जनसंख्या में अलग-अलग प्रतिशत वृद्धि या कमी के पश्चात दोनों की अलग-अलग जनसंख्या पूछी जाए।

► **जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन की प्रथम दशा पर आधारित दो प्रश्न-**

☞ देखें,



प्रश्न 1. यदि एक नगर की जनसंख्या में 4% प्रतिवर्ष की दर से वृद्धि हो रही है, तो नगर की जनसंख्या में 2 वर्ष पश्चात कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?



हल : परंपरागत विधि

मान लीजिए नगर की जनसंख्या 100 है।

प्रथम वर्ष 4% वृद्धि के बाद नगर की जनसंख्या
= 100 + 100 का 4% = 104

द्वितीय वर्ष 4% वृद्धि अर्थात 104 पर 4% के बाद नगर की

जनसंख्या = 104 + 104 का 4% = 104 + 4.16 = 108.16

अतः नगर की जनसंख्या 100 से बढ़कर 108.16 हो गई अर्थात वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि = 108.16 - 100
= 8.16% ⇒ उत्तर



गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccccccc} \text{प्रथम वर्ष} & \times & \text{द्वितीय वर्ष} & = & \text{कुल जनसंख्या} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व → 10 × 10 = 100

परिवर्तित → 10.4 × 10.4 = 108.16

स्पष्ट है दो वर्षों में नगर की जनसंख्या 100 से बढ़कर 108.16 हो गई अर्थात वृद्धि या प्रतिशत वृद्धि = 108.16 - 100 = 8.16%

अतः 2 वर्ष पश्चात नगर की जनसंख्या में 8.16% वृद्धि होगी। ⇒ उत्तर



प्रश्न 2. यदि एक गांव की जनसंख्या में 10% की दर से कमी हो रही है, तो तीन वर्षों में गांव की जनसंख्या में कुल कितने प्रतिशत की कमी होगी?



हल : गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccccccc} \text{प्रथम वर्ष} & \times & \text{द्वितीय वर्ष} & \times & \text{तृतीय वर्ष} & = & \text{कुल जनसंख्या} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

पूर्व → 10 × 10 × 10 = 1000

परिवर्तित → 9 × 9 × 9 = 729

स्पष्ट है तीन वर्षों में गांव की जनसंख्या 1000 से घटकर 729 हो जाएगी अर्थात कमी = 1000 - 729 = 271 जनसंख्या

∴ 1000 जनसंख्या पर कमी है = 271

∴ 100 जनसंख्या पर प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{271}{1000} \times 100 \right) \% = 27.1\%$$

अतः तीन वर्षों में गांव की जनसंख्या में 27.1% कमी होगी।

➔ जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन की द्वितीय दशा पर आधारित

प्रश्न-

☞ देखें, प्रश्न-



प्रश्न 1. यदि एक नगर की जनसंख्या में 4% की दर से वृद्धि हो रही हो तथा नगर की वर्तमान जनसंख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या क्या होगी?



हल : परंपरागत विधि

जनसंख्या का सूत्र - वृद्धि के लिए

$$n \text{ वर्ष बाद जनसंख्या } (A) = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

जहां P = वर्तमान जनसंख्या

r = जनसंख्या वृद्धि की दर

n = समय

3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या

$$\begin{aligned} (A) &= 15625 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^3 \\ &= 15625 \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} \\ &= 15625 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} = 17576 \end{aligned}$$

⇒ उत्तर

अतः 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या 17576 हो जाएगी।

☐ जानें गणना के अंक और भिन्न का नियम

पूर्व और बाद की राशियों की गणना हेतु 'भिन्न के नियम' का प्रयोग अत्यधिक सरल तरीका है।

☞ क्या हैं गणना के अंक?

(1) प्रतिशत वृद्धि एवं कमी के आधार पर गणना के अंक निर्मित होंगे।

(2) गणना का एक अंक सदैव 100 होगा और दूसरा अंक 100 में प्रतिशत वृद्धि जोड़कर तथा प्रतिशत कमी घटाकर निर्मित किया जाएगा।

(3) 20 प्रतिशत वृद्धि के लिए गणना के अंक होंगे 100 एवं 120, इसी प्रकार 20 प्रतिशत कमी के लिए गणना के अंक होंगे 100 एवं 80।

☞ भिन्न का नियम क्या है?

☞ गणना के अंकों के माध्यम से भिन्न का निर्माण कर राशियों को ज्ञात करना भिन्न का नियम है।

☞ गणना के 2 अंकों 100 एवं 120 से 2 प्रकार की भिन्नें बन सकती हैं-

(1) $\frac{120}{100}$ (2) $\frac{100}{120}$

(1) सदैव ध्यान रखें जब पूर्व की राशि दी गई हो और बाद की राशि ज्ञात करनी हो, तो दी गई राशि में ऐसी भिन्न से गुणा करेंगे जिसमें बाद में अर्थात् हर के रूप में 100 होगा।

20% वृद्धि की दशा में अभीष्ट भिन्न होगी $\frac{120}{100}$ ।

(2) सदैव ध्यान रखें बाद की राशि दी गई हो और पूर्व की राशि ज्ञात करना हो, तो दी गई राशि में ऐसी भिन्न से गुणा करेंगे जिसमें पूर्व में अर्थात् अंश के रूप में 100 होगा। पूर्व की राशि ज्ञात करने के लिए 20% वृद्धि की

दशा में अभीष्ट भिन्न होगी $\frac{100}{120}$ ।

☞ नोट- प्रश्न की भाषा से आप जान सकेंगे कि प्रश्न में क्या जानकारी मांगी गई है? पूर्व की राशि या बाद की राशि। उदाहरण के लिए यदि प्रश्न यह हो-

प्रतिवर्ष 20% की वृद्धि होने पर यदि किसी नगर की जनसंख्या 2 वर्ष बाद 14400 हो गई हो, तो ज्ञात कीजिए कि 2 वर्ष पूर्व प्रारंभ में नगर की जनसंख्या कितनी थी?

प्रश्न की भाषा से स्पष्ट है कि बाद की जनसंख्या दी गई है और पूर्व की जनसंख्या ज्ञात करनी है।

☞ अब इसी प्रश्न का हल देखें-

गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 120 (ii) 100 एवं 120 (दो बार इसलिए क्योंकि प्रश्न में दो वर्ष समय दिया गया है)

पूर्व की जनसंख्या = $14400 \times \frac{100}{120} \times \frac{100}{120} = 10000$

☞ गणना के अंक के आधार पर द्वितीय दशा के प्रथम प्रश्न का हल देखें-



हल : भिन्न के नियम से

जनसंख्या में 4% की दर से वृद्धि हो रही है।

अतः गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 104 (ii) 100 एवं 104 (iii) 100 एवं 104

चूंकि प्रश्न में बाद की जनसंख्या पूछी जा रही है इसलिए

बाद में अर्थात् हर 100 होगा।

3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या

$$= 15625 \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100}$$

$$= 17576 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या 17576 हो जाएगी।

☞ एक और परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. प्रतिवर्ष 20% की कमी होने पर यदि किसी नगर की जनसंख्या 2 वर्ष बाद 6400 हो गई हो, तो ज्ञात कीजिए कि 2 वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या क्या थी?



हल : भिन्न के नियम से

गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 80 (ii) 100 एवं 80

चूंकि प्रश्न में पूर्व की जनसंख्या पूछी जा रही है। इसलिए पहले अर्थात् अंश के रूप में 100 अंकीय करेंगे।

$$\text{पूर्व की जनसंख्या} = 6400 \times \frac{100}{80} \times \frac{100}{80} = 10000$$



प्रश्न 2. एक नगर की जनसंख्या 5% प्रतिवर्ष की दर से कम हो रही है, तो 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या क्या होगी? यदि नगर की वर्तमान जनसंख्या 8000 है।



हल : भिन्न के नियम से

जनसंख्या में 5% की दर से कमी हो रही है अतः गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 95 (ii) 100 एवं 95 (iii) 100 एवं 95

चूंकि प्रश्न में बाद की जनसंख्या पूछी जा रही है इसलिए बाद में अर्थात् हर 100 होगा।

3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या

$$= 8000 \times \frac{95}{100} \times \frac{95}{100} \times \frac{95}{100}$$

$$= 8000 \times \frac{19}{20} \times \frac{19}{20} \times \frac{19}{20} = 6859$$

⇒ उत्तर

अतः 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या घटकर 6859 हो जाएगी।



प्रश्न 3. एक नगर की जनसंख्या 10000 है। यदि प्रथम वर्ष में 10% वृद्धि, दूसरे वर्ष में 20% कमी तथा तीसरे वर्ष में 30% की वृद्धि होती है, तो 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या क्या होगी?



हल : भिन्न के नियम से

जनसंख्या में अलग-अलग प्रतिशत वृद्धि एवं कमी हो रही है। अतः इस प्रकार के अंक होंगे- (i) 100 एवं 110 (ii) 100 एवं 80 (iii) 100 एवं 130

चूंकि प्रश्न में बाद की जनसंख्या पूछी जा रही है। इसलिए बाद में अर्थात् हर 100 होगा।

3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या

$$= 10000 \times \frac{110}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{130}{100}$$

$$= 11440 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 3 वर्ष बाद नगर की जनसंख्या 11440 हो जाएगी।



प्रश्न 4. एक नगर की जनसंख्या में प्रथम वर्ष 10% वृद्धि, दूसरे वर्ष 10% कमी होती है। इस प्रकार वृद्धि एवं कमी के पश्चात यदि नगर की जनसंख्या 29700 हो जाती है, तो 2 वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या क्या थी?



हल : भिन्न के नियम से

जनसंख्या में अलग-अलग प्रतिशत वृद्धि एवं कमी हो रही है।
अतः गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 110 (ii) 100 एवं 90
चूंकि प्रश्न में पूर्व की जनसंख्या पूछी जा रही है इसलिए पहले अर्थात् अंश के रूप में 100 अंकित होगा।

$$2 \text{ वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या} = 29700 \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{90}$$

$$= 30000$$

अतः 2 वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या 30000 थी।



प्रश्न 5. एक नगर की जनसंख्या में प्रथम वर्ष 10% वृद्धि, दूसरे वर्ष 20% कमी एवं तीसरे वर्ष भी 20% की कमी होने के पश्चात नगर की जनसंख्या 42240 हो गई, तो 3 वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या क्या थी?



हल : भिन्न के नियम से

जनसंख्या में अलग-अलग प्रतिशत वृद्धि एवं कमी हो रही है।
अतः गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 110 (ii) 100 एवं 80
(iii) 100 एवं 80
चूंकि प्रश्न में पूर्व की जनसंख्या पूछी जा रही है। इसलिए पहले अर्थात् अंश के रूप में 100 अंकित होगा।

$$3 \text{ वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या}$$

$$= 42240 \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{80} \times \frac{100}{80}$$

$$= 60,000 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 3 वर्ष पूर्व नगर की जनसंख्या 60,000 थी।

जनसंख्या में प्रतिशत परिवर्तन की तीसरी दशा पर आधारित

प्रश्न-

➔ **महिलाओं एवं पुरुषों में वृद्धि/कमी का अलग-अलग प्रतिशत होना**

देखें,



प्रश्न (1) एक नगर की जनसंख्या 8000 है। यदि पुरुषों की जनसंख्या में 6% तथा महिलाओं की जनसंख्या में 10% वृद्धि होती है, तो नगर की जनसंख्या 8600 हो जाती है। पुरुषों एवं महिलाओं की अलग-अलग जनसंख्या ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना महिलाओं की संख्या = X
तथा पुरुषों की संख्या = (8000 - X)
10% वृद्धि होने पर महिलाओं की संख्या = X का 110%
6% वृद्धि होने पर पुरुषों की संख्या = (8000 - X) का 106%
प्रश्नानुसार,
X का 110% + (8000 - X) का 106% = 8600

$$X \times \frac{110}{100} + (8000 - X) \times \frac{106}{100} = 8600$$

$$\frac{110X + 8000 \times 106 - 106X}{100} = 8600$$

$$4X + 8000 \times 106 = 8600 \times 100$$

$$4X = 860000 - 8000 \times 106$$

$$= 860000 - 848000$$

$$4X = 12000 \Rightarrow X = \frac{12000}{4} = 3000$$

पुरुषों की जनसंख्या = 8000 - 3000 = 5000

अतः महिलाओं की संख्या (X) = 3000 तथा

पुरुषों की संख्या (8000 - X) = 5000 होगी।



सूत्र विधि

महिलाओं की संख्या =

$$\frac{\text{वृद्धि के पश्चात जनसंख्या} \times 100 - \text{पूर्व जनसंख्या} \times \text{पुरुषों का वृद्धि \%}}{\text{महिलाओं की प्रतिशत वृद्धि} - \text{पुरुषों की प्रतिशत वृद्धि}}$$

$$= \frac{8600 \times 100 - 8000 \times 106}{10 - 6} = \frac{12000}{4} = 3000$$

यदि महिलाओं की संख्या 3000 हो, तो पुरुषों की संख्या = 8000 - 3000 = 5000 होगी।



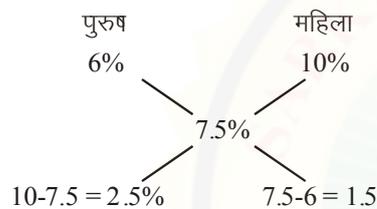
मिश्रण विधि

∴ जनसंख्या 8000 पर वृद्धि है = 600

∴ जनसंख्या 100 पर प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{600}{8000} \times 100 \right) = 7.5$$

अनुपात-



पुरुष : महिला = 2.5 : 1.5

आनुपातिक योग = 2.5 + 1.5 = 4

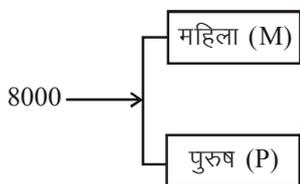
$$\text{महिलाओं की संख्या} = 8000 \times \frac{1.5}{4} = 3000$$

$$\text{पुरुषों की संख्या} = 8000 \times \frac{2.5}{4} = 5000$$

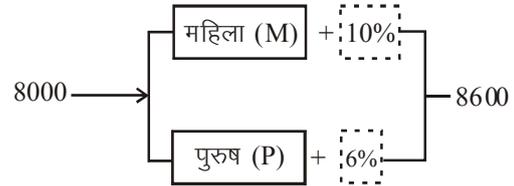


सूक्ष्म विधि

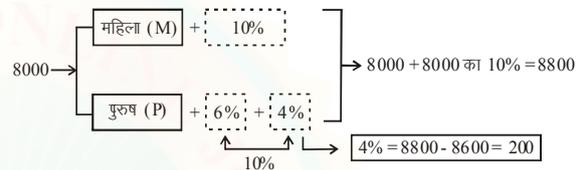
नगर में महिला व पुरुष की जनसंख्या 8000 है।



यदि पुरुष की जनसंख्या में 6% तथा महिला की जनसंख्या में 10% वृद्धि होती है, तो नगर की जनसंख्या 8600 हो जाती है।



मान लीजिए पुरुष की जनसंख्या में भी 10% वृद्धि होती है, तो पूर्व की कुल जनसंख्या में 10% वृद्धि होगी अर्थात् 10% पुरुषों की जनसंख्या एवं 10% महिलाओं की जनसंख्या में वृद्धि होगी तब नगर की जनसंख्या = 8000 + 8000 का 10% = 8800 हो जाएगी।



स्पष्ट है पुरुषों की जनसंख्या 4% अधिक बढ़ा देने पर कुल जनसंख्या में 200 (8800 - 8600) की वृद्धि हो जाती है अर्थात्

∴ 4% पुरुषों की जनसंख्या = 200 है, तो

$$\therefore 1\% \text{ पुरुष जनसंख्या होगी} = \frac{200}{4} = 50$$

∴ 100% पुरुष जनसंख्या होगी = 50 × 100 = 5000

पुरुष जनसंख्या = 5000 है

तो महिलाओं की जनसंख्या = 8000 - 5000

$$= 3000$$

इस तरह भी देखें-

मान लीजिए महिला की जनसंख्या (M) तथा पुरुष की जनसंख्या (P) है, तो प्रश्नानुसार M का 10% + P का 6%

$$= 8600 - 8000$$

$$= 600 \dots \dots \dots (i)$$

यदि पूरी जनसंख्या में 10% वृद्धि की जाए, तो जनसंख्या में 8000 का 10% = 800 की वृद्धि हो जाएगी।

$$M \text{ का } 10\% + P \text{ का } 10\% = 800 \dots \dots \dots (ii)$$

समीकरण (i) से समीकरण (ii) घटाने पर

अतः P का 4% = 200 अर्थात् पुरुष जनसंख्या में 4% वृद्धि करने पर जनसंख्या में 200 की वृद्धि होती है।

$$P \times \frac{4}{100} = 200 \Rightarrow P = 5000$$

$$\begin{aligned} \text{पुरुषों की जनसंख्या} &= 5000 \text{ है तथा महिलाओं की जनसंख्या} \\ &= 8000 - 5000 \\ &= 3000 \text{ है} \end{aligned}$$

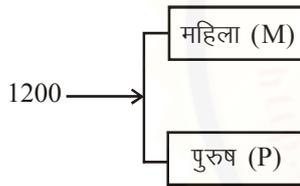


प्रश्न 2. एक गांव की जनसंख्या 1200 है। यदि पुरुषों की जनसंख्या में 8% तथा महिलाओं की जनसंख्या में 15% वृद्धि होती है, तो गांव की जनसंख्या 1331 हो जाती है। पुरुषों एवं महिलाओं की अलग-अलग जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

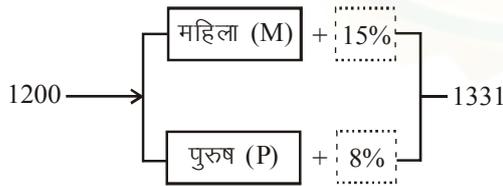


हल : सूक्ष्म विधि

गांव में महिला एवं पुरुष की जनसंख्या = 1200



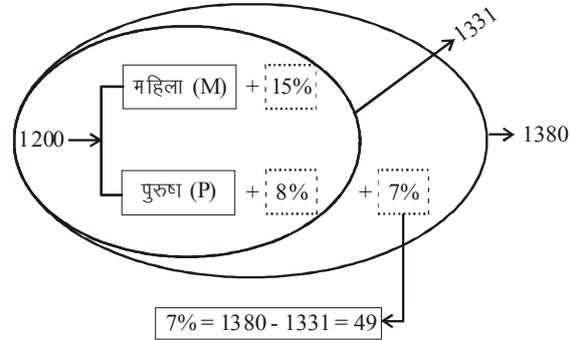
यदि पुरुष की जनसंख्या में 8% तथा महिला की जनसंख्या में 15% वृद्धि होती है, तो गांव की जनसंख्या 1331 हो जाती है।



मान लीजिए पुरुष की जनसंख्या में भी 15% वृद्धि होती है, तो गांव की जनसंख्या 1200 से बढ़कर 1200 + 1200 का 15% =

$$1200 + 1200 \times \frac{15}{100}$$

$$= 1200 + 180 = 1380 \text{ हो जाएगी।}$$



स्पष्ट है पुरुषों की जनसंख्या 7% अधिक बढ़ाने पर कुल जनसंख्या में 49 (1380 - 1331) की वृद्धि हो जाती है अर्थात् 7% पुरुषों की जनसंख्या = 49 है, तो

$$1\% \text{ पुरुषों की जनसंख्या होगी} = \frac{49}{7} = 7$$

$$\therefore 100\% \text{ पुरुष की जनसंख्या होगी} = 700$$

पुरुषों की जनसंख्या 700 है, तो महिलाओं की जनसंख्या

$$= 1200 - 700 = 500 \text{ होगी।}$$

इस तरह भी देखें-

मान लीजिए महिलाओं की जनसंख्या M तथा पुरुषों की जनसंख्या P है, तो

प्रश्नानुसार,

$$M \text{ का } 15\% + P \text{ का } 8\% = 1331 - 1200 = 131 \dots\dots(i)$$

$$M \text{ का } 15\% + P \text{ का } 15\% = 1200 \text{ का } 15\% = 180 \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) से समीकरण (ii) घटाने पर

$$P \text{ का } 7\% (15-8) = 49$$

$$P \times \frac{7}{100} = 49 \Rightarrow P = 700$$

अतः पुरुषों की संख्या = 700

तो महिलाओं संख्या = 1200 - 700 = 500 होगी

सिद्धांत-6

“यदि कोई व्यक्ति किसी धन का X% प्रथम व्यक्ति को, शेष का Y% द्वितीय व्यक्ति को तथा शेष का Z% तृतीय व्यक्ति को देता है। यदि अंत में उसके पास 'B' राशि बचती है, तो प्रारंभिक राशि ज्ञात करना।”

☞ इस सिद्धांत पर आधारित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. एक किसान अपने धन का 50% अपनी पत्नी को, शेष का 40% अपने बड़े पुत्र को तथा शेष का 30% अपने छोटे पुत्र को देता है। यदि अंत में उसके पास 840 रु. शेष बचते हैं, तो प्रारंभ में उसके पास कितना धन था?



हल : परंपरागत विधि

माना कुल धन = 100 रु.

पत्नी को 50% धन देने पर शेष = $100 - 100$ का 50%
= 50 रु.

इस शेष अर्थात् 50 का 40% बड़े पुत्र को देने पर शेष
= $50 - 50$ का 40%
= $50 - 20 = 30$ रु.

अब इस शेष 30 का 30% छोटे पुत्र को देने पर शेष
= $30 - 30$ का 30% = 21 रु.

∴ 21 रु. बचते हैं, तो कुल धन = 100 रु.

∴ 840 रु. बचते हैं, तो कुल धन = $\frac{100}{21} \times 840 = 4000$ रु.



सूत्र विधि

प्रारंभिक राशि =

$$\text{शेष राशि} \times \frac{100}{100-x} \times \frac{100}{100-y} \times \frac{100}{100-z}$$

सूत्र याद रखने के तरीके-

दो बातें ध्यान में रखनी हैं (1) धन में कमी हो रही है अतः गणना के अंक होंगे (i) 100 एवं 50 (ii) 100 एवं 60 (iii) 100 एवं 70।

(2) प्रश्न में प्रारंभ का धन पूछा जा रहा है। इसलिए पहले अर्थात् अंश के रूप में 100 होगा और हर के रूप में गणना के अंकों का दूसरा अंक।

☞ देखें, उपर्युक्त प्रश्न का हल-

किसान की प्रारंभिक राशि

$$= 840 \times \frac{100}{50} \times \frac{100}{60} \times \frac{100}{70} = 4000 \text{ रु.}$$

अतः किसान के पास प्रारंभ में 4000 रु. थे।

⇒ उत्तर

प्रश्न 2. एक व्यक्ति अपनी मासिक आय का $12\frac{1}{2}\%$

दवा पर, शेष का 30% रसोई पर शेष का 20% कमरे का किराया देता है। यदि अंत में उसके पास 4900 रु. शेष बचते हैं, तो प्रारंभ में उसके पास कितना धन था य उसकी मासिक आय क्या है?



हल : भिन्न के नियम से

धन में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 87.5 (ii) 100 एवं 70 (iii) 100 एवं 80

प्रश्न में प्रारंभ की राशि पूछी जा रही है। इसलिए पहले अर्थात् अंश का मान 100 होगा और हर के रूप में दूसरा अंक। व्यक्ति की प्रारंभिक राशि या मासिक आय

$$= 4900 \times \frac{100}{87.5} \times \frac{100}{70} \times \frac{100}{80} = 10000 \text{ रु.}$$

अतः व्यक्ति की मासिक आय 10000 रु. होगी।



प्रश्न 3. एक छात्र अपनी कुल धनराशि का 25% मनोरंजन पर, शेष का $\frac{1}{3}$ कपड़ों पर, शेष का 40% अपने मित्र पर खर्च करता है। अंत में उसके पास 540 रु. बचता है। बताइए छात्र के पास कुल कितनी धनराशि थी?

मित्र पर खर्च करता है। अंत में उसके पास 540 रु. बचता है। बताइए छात्र के पास कुल कितनी धनराशि थी?



हल : भिन्न के नियम से

$$\frac{1}{3} \text{ का अर्थ है प्रतिशत में } = \frac{100}{3}\%$$

धन में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे-

(i) 100 एवं 75 (ii) 100 एवं $\frac{200}{3}$ (iii) 100 एवं 60

प्रश्न में प्रारंभिक राशि पूछी जा रही है, इसलिए पहले अर्थात् अंश का मान 100 होगा।

छात्र के पास प्रारंभिक राशि

$$= 540 \times \frac{100}{75} \times \frac{100}{200} \times \frac{100}{60}$$

$$= 540 \times \frac{100}{75} \times \frac{300}{200} \times \frac{100}{60}$$

$$= 1800 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः छात्र के पास प्रारंभ में कुल धनराशि 1800 रु. थी।



प्रश्न 4. एक व्यक्ति अपनी मासिक आय का 40%

भोजन पर, शेष का 30% कपड़े पर तथा शेष का $\frac{1}{4}$

मकान किराए पर खर्च करता है। यदि उसके पास शेष 504 रु. बचते हों, तो उसकी मासिक आय कितनी थी?



हल : भिन्न के नियम से

$$\frac{1}{4} \text{ प्रतिशत में है} = \frac{100}{4} \% = 25\%$$

मासिक आय में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे-

(i) 100 एवं 60 (ii) 100 एवं 70 (iii) 100 एवं 75

प्रश्न में प्रारंभ की राशि या मासिक आय पूछी जा रही है,

इसलिए पहले अर्थात् अंश का मान 100 होगा।

व्यक्ति की मासिक आय

$$= 504 \times \frac{100}{60} \times \frac{100}{70} \times \frac{100}{75}$$

$$= 1600 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः व्यक्ति की मासिक आय 1600 रु. थी।

□ सिद्धांत-7

☞ सिद्धांत-6 के ठीक विपरीत का सिद्धांत है-

“यदि किसी व्यक्ति के पास B रुपये हों, तो वह उसमें से X% अपनी पत्नी को, शेष का Y% अपने बड़े पुत्र को तथा शेष का Z% अपने छोटे पुत्र को देता है, तो अंत में उसके पास कितनी राशि बचेगी?”

☞ इस सिद्धांत पर आधारित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. यदि प्रारंभ में किसी किसान के पास 8000 रु.

हो तथा इसका 50% वह अपनी पत्नी को, शेष का 40%

अपने बड़े पुत्र को तथा शेष का 30% अपने छोटे पुत्र को देता हो, तो अंत में उसके पास कितनी राशि बचेगी?



हल- परंपरागत विधि

8000 रु. का 50% पत्नी को देने पर शेष राशि

$$= 8000 - 8000 \text{ का } 50\%$$

$$= 8000 - 4000 = 4000 \text{ रु.}$$

इस शेष अर्थात् 4000 रु. का 40% बड़े पुत्र को देने पर शेष राशि

$$= 4000 - 4000 \text{ का } 40\%$$

$$= 4000 - 1600 = 2400 \text{ रु.}$$

अब इस शेष अर्थात् 2400 रु. का 30% छोटे पुत्र को देने पर शेष

$$= 2400 - 2400 \text{ का } 30\% = 2400 - 720 = 1680 \text{ रु.}$$

अतः किसान के पास अंत में 1680 रु. बचेंगे।



भिन्न के नियम से

गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 50 (ii) 100 एवं 60 (iii)

100 एवं 70

चूंकि प्रश्न में प्रारंभ की राशि दी गई है तथा बाद की राशि पूछी जा रही है। अतः बाद में अर्थात् हर के रूप में 100 अंकित होगा।

किसान के पास शेष राशि

$$= 8000 \times \frac{50}{100} \times \frac{60}{100} \times \frac{70}{100} = 1680 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः किसान के पास अंत में 1680 रु. बचेंगे।



प्रश्न 2. एक व्यक्ति के पास 1600 रु. हैं। यदि वह

उसमें से 40% भोजन पर, शेष का 30% कपड़े पर तथा

शेष का $\frac{1}{4}$ मकान के किराए पर खर्च करता है, तो अंत में

उसके पास कितने रुपये शेष बचेंगे?



भिन्न के नियम से

$$\frac{1}{4} \text{ प्रतिशत में है} = \frac{100}{4} \% = 25\%$$

गणना के अंक होंगे-

(i) 100 एवं 60 (ii) 100 एवं 70 (iii) 100 एवं 75

चूँकि प्रश्न में प्रारंभ की राशि दी गई है और बाद की राशि पूरी जा रही है। अतः बाद में अर्थात् हर के रूप में 100 अंकित होगा।

$$\text{व्यक्ति के पास शेष राशि} = 1600 \times \frac{60}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{75}{100}$$

$$= 504 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः व्यक्ति के पास 504 रु. बचेंगे।

भिन्नात्मक संख्या के लिए गणना के अंक

नोट-(1) जिस प्रकार से प्रतिशत कमी या वृद्धि होने पर गणना के अंक प्राप्त हेतु 100 में प्रतिशत कमी घटाते हैं तथा 100 में प्रतिशत वृद्धि जोड़ते हैं। ठीक उसी प्रकार भिन्नात्मक संख्या के रूप में प्रश्न में कोई कमी या वृद्धि दी गई हो, तो उस भिन्न को संख्या 1 से घटाकर या जोड़कर गणना के अंक प्राप्त करते हैं। जैसे- उपर्युक्त प्रश्न में ही शेष का $\frac{1}{4}$ भाग किराए पर खर्च करता है। अतः इसके लिए गणना के अंक होंगे 1 एवं $1 - \frac{1}{4}$ अर्थात् 1 एवं $\frac{3}{4}$ । अब इस गणना के अंक द्वारा उपर्युक्त प्रश्न का हल देखें-

उपर्युक्त प्रश्न में गणना के अंक होंगे- (i) 100 एवं 60 (ii) 100 एवं 70 तथा (iii) 1 एवं $\frac{3}{4}$

$$\text{व्यक्ति के पास शेष राशि} = 1600 \times \frac{60}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{3}{4}$$

$$= 1600 \times \frac{60}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{3}{4} = 504 \text{ रु.}$$

\Rightarrow उत्तर

सिद्धांत-8

“किसी परीक्षा में उत्तीर्णांक X% है। यदि अभ्यर्थी a अंक प्राप्त करके b अंकों से फेल हो जाता है, तो निर्धारित अधिकतम अंक ज्ञात करना”



प्रश्न 1. एक विद्यार्थी को उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंकों की आवश्यकता है। वह 40 अंक प्राप्त करता है और 40 अंकों से फेल हो जाता है। परीक्षा के लिए निर्धारित अधिकतम अंक क्या है?



हल : परंपरागत विधि

माना निर्धारित अधिकतम अंक = X है

$$\text{उत्तीर्णांक} = X \text{ का } 40\% = \frac{40}{100} \cdot X \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{उत्तीर्णांक} = 40 + 40 = 80 \text{ अंक} \dots\dots\dots (ii)$$

विद्यार्थी 40 अंक पाकर 40 अंकों से फेल हो जाता है

$$\text{अर्थात् } \frac{40}{100} X = 80$$

$$X = \frac{80 \times 100}{40} = 200 \text{ अंक}$$

अतः परीक्षा के लिए निर्धारित अधिकतम अंक 200 है।



सूत्र विधि

$$\text{अधिकतम अंक} = \frac{100 (\text{प्राप्तांक} + \text{अंक जिससे फेल हुआ})}{\text{उत्तीर्णांक प्रतिशत}}$$

$$\text{उत्तीर्णांक प्रतिशत} = \frac{100(40 + 40)}{40} = \frac{100 \times 80}{40} = 200$$

अतः अधिकतम अंक = 200 है।



प्रतिशत व्यवहार विधि

उपर्युक्त प्रश्न के हल हेतु कुछ इस तरह समझ को विकसित किया जा सकता है- यदि परीक्षार्थी 40 अंक प्राप्त करके 40 अंकों से फेल हो जाता है, तो इसका अर्थ है परीक्षार्थी को पास होने के

लिए 80 (40 + 40) अंकों की आवश्यकता है जो कि निर्धारित अंक का 40% है।

अधिकतम अंक	उत्तीर्णक
	80
100%	40%

अतः

निष्कर्ष 1. अधिकतम अंक का 40% = 80

निष्कर्ष 2. अधिकतम अंक = $\frac{80}{40} \times 100 = 200$

नोट- उपर्युक्त सिद्धांत के प्रश्नों का हल मानसिक स्तर पर किया जाना संभव है बशर्ते आपको प्रश्न की दशा एवं दिशा ज्ञात हो।



प्रश्न 2. एक परीक्षार्थी को उत्तीर्ण होने के लिए 50% अंकों की आवश्यकता है। वह 200 अंक प्राप्त करके 50 अंकों से फेल हो जाता है, तो अधिकतम अंक ज्ञात करें।



प्रतिशत व्यवहार विधि

परीक्षार्थी 200 अंक प्राप्त करके 50 अंकों से फेल हो जाता है अर्थात् परीक्षार्थी को पास होने के लिए 250 अंकों की आवश्यकता है जो अधिकतम अंक का 50% है।

अतः

निष्कर्ष 1. अधिकतम अंक का 50% = 250

निष्कर्ष 2. अधिकतम अंक = $\frac{100}{50} \times 250 = 500$

सिद्धांत-9

“एक अभ्यर्थी एक परीक्षा में X% अंक प्राप्त करता है और a अंकों से फेल हो जाता है। दूसरा अभ्यर्थी Y% अंक प्राप्त करता है और उत्तीर्णक से b अंक अधिक प्राप्त करता है, तो अधिकतम अंक ज्ञात करना।



प्रश्न 1. एक अभ्यर्थी 25% अंक प्राप्त करता है और 30 अंकों से फेल हो जाता है। दूसरा अभ्यर्थी 50% अंक प्राप्त करता है और उत्तीर्णक से 20 अंक अधिक प्राप्त करता है। परीक्षा में निर्धारित अधिकतम अंक ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना निर्धारित अधिकतम अंक = X है।

प्रथम शर्त-

पहला अभ्यर्थी 25% अंक प्राप्त करता है

अर्थात् पहले अभ्यर्थी का प्राप्तांक = X का 25%

$$= X \times \frac{25}{100} = \frac{X}{4}$$

और अभ्यर्थी 30 अंकों से फेल हो जाता है।

$$\text{अतः उत्तीर्णक} = \frac{X}{4} + 30 \dots\dots\dots (i)$$

द्वितीय शर्त-

दूसरा अभ्यर्थी 50% अंक प्राप्त करता है

अर्थात् दूसरे अभ्यर्थी का प्राप्तांक = X का 50% = $\frac{X}{2}$

और अभ्यर्थी उत्तीर्णक से 20 अंक अधिक प्राप्त करता है।

$$\text{अतः उत्तीर्णक} = \frac{X}{2} - 20 \dots\dots\dots (ii)$$

स्पष्ट है समीकरण (i) = समीकरण (ii) है

$$\frac{X}{4} + 30 = \frac{X}{2} - 20$$

$$\frac{X}{2} - \frac{X}{4} = 30 + 20$$

$$\frac{2X - X}{4} = 50 \Rightarrow \frac{X}{4} = 50$$

$$X = 50 \times 4 = 200 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः परीक्षा में निर्धारित अधिकतम अंक = 200 है।



सूत्र विधि

$$\text{अधिकतम अंक} = \frac{100(a + b)}{Y - X}$$

$$= \frac{100(30 + 20)}{50 - 25} = \frac{100 \times 50}{25} = 200$$

अतः अधिकतम अंक = 200 है।



प्रतिशत व्यवहार विधि

निष्कर्ष 1. प्रथम अभ्यर्थी 25% अंक प्राप्त करता है तथा दूसरा अभ्यर्थी 50% अंक प्राप्त करता है। प्रथम अभ्यर्थी और दूसरे अभ्यर्थी के बीच प्रतिशत अंतर = $(50 - 25)\% = 25\%$ है।

निष्कर्ष 2. प्रथम अभ्यर्थी 30 अंकों से फेल हो जाता है अर्थात् उसे उत्तीर्ण होने के लिए और 30 अंकों की आवश्यकता है जबकि दूसरा अभ्यर्थी उत्तीर्णक से 20 अंक अधिक प्राप्त करता है। इस प्रकार पहले अभ्यर्थी और दूसरे अभ्यर्थी के बीच अंकों का अंतर = $30 + 20 = 50$ होगा।

निष्कर्ष 3. प्रथम अभ्यर्थी और दूसरे अभ्यर्थी के बीच प्रतिशत अंतर का मान इनके बीच प्राप्त अंकों के अंतर के बराबर होगा।

निष्कर्ष 4. अतः अधिकतम अंक का $25\% = 50$ है,

$$\text{तो अधिकतम अंक} = \frac{50}{25} \times 100 = 200 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

उपर्युक्त सिद्धांत का परिवर्तित प्रश्न देखें-



प्रश्न 2. एक अभ्यर्थी 30% अंक प्राप्त करता है और 50 अंकों से फेल हो जाता है। दूसरा अभ्यर्थी जो 320 अंक प्राप्त करता है 30 अंकों से फेल हो जाता है। अधिकतम अंक ज्ञात कीजिए।



प्रतिशत व्यवहार विधि

निष्कर्ष 1. दूसरा अभ्यर्थी 320 अंक पाकर 30 अंकों से फेल हो जाता है अर्थात् उसे उत्तीर्ण होने के लिए $320 + 30 = 350$ अंकों की आवश्यकता है। यानी कि उत्तीर्णक 350 अंक होगा।

निष्कर्ष 2. प्रथम अभ्यर्थी 30% अंक प्राप्त करके 50 अंकों से फेल हो जाता है यानी कि उत्तीर्णक 350 प्राप्ति हेतु उसे अधिकतम अंक के 30% में 50 अंक की और आवश्यकता पड़ेगी।

निष्कर्ष 3. स्पष्ट है अधिकतम अंक का $30\% + 50 = 350$

होगा

$$\text{अर्थात् अधिकतम अंक का } 30\% = 350 - 50 = 300$$

$$\text{अतः अधिकतम अंक} = \frac{300}{30} \times 100 = 1000 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

सिद्धांत-10

एक परीक्षा में X% परीक्षार्थी अंग्रेजी में, Y% गणित में फेल होते हैं। यदि Z% दोनों में फेल होते हैं तो पास होने वाले छात्रों की संख्या क्या है?



प्रश्न 1. एक परीक्षा में 40% छात्र गणित में, 30% छात्र अंग्रेजी में और 10% छात्र दोनों में फेल होते हैं, तो पास होने वाले छात्रों का प्रतिशत कितन है?



हल : परंपरागत विधि

माना कुल छात्रों की संख्या 100 है।

गणित में फेल छात्र = 100 का 40% = 40 छात्र

अंग्रेजी में फेल छात्र = 100 का 30% = 30 छात्र

दोनों विषयों में फेल छात्र = 100 का 10% = 10 छात्र

केवल गणित में फेल छात्र = $40 - 10 = 30$ छात्र

केवल अंग्रेजी में फेल छात्र = $30 - 10 = 20$ छात्र

कुल फेल छात्रों की संख्या = $30 + 20 + 10 = 60$

अतः 100 में 60 छात्र अर्थात् 60% छात्र फेल होते हैं, तो पास होने वाले छात्रों का प्रतिशत = $(100 - 60)\% = 40\%$

\Rightarrow उत्तर



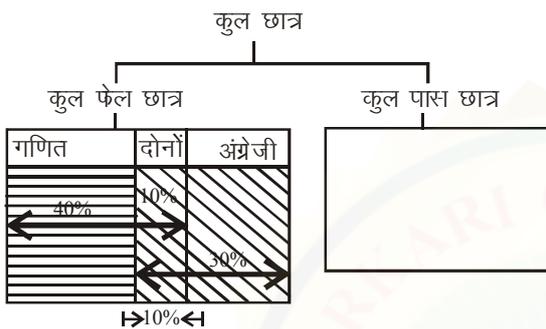
सूत्र विधि

पास होने वाले छात्रों का प्रतिशत = $[100 - (\text{प्रथम विषय में फेल} + \text{द्वितीय विषय में फेल} - \text{दोनों विषयों में फेल})] = [100 - (40 + 30 - 10)]\%$

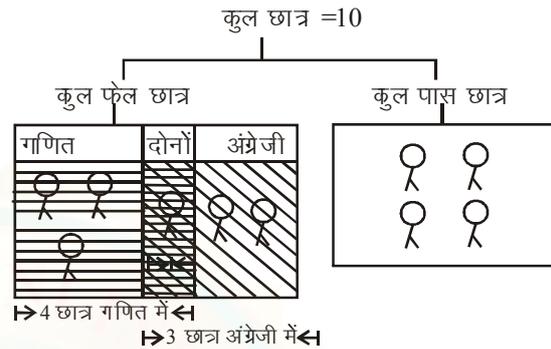
पास होने वाले छात्रों का प्रतिशत = $(100 - 60)\%$
 = $40\% \Rightarrow$ उत्तर



सामान्य समझ पर



सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. गणित में 40% छात्र तथा अंग्रेजी में 30% छात्र फेल हैं और दोनों विषयों में 10% छात्र फेल अर्थात् 10% छात्र जो गणित में भी फेल हैं और अंग्रेजी में भी फेल हैं।

निष्कर्ष 2. इस प्रकार केवल गणित में फेल छात्र 30% तथा केवल अंग्रेजी में फेल छात्र 20% होंगे और 10% छात्र दोनों विषयों में फेल होंगे।

निष्कर्ष 3. कुल फेल छात्र = $30\% + 20\% + 10\% = 60\%$ होंगे।

निष्कर्ष 4. अतः कुल पास छात्र = $(100 - 60)\% = 40\%$ होंगे \Rightarrow उत्तर

ध्यान दें- उपर्युक्त प्रश्न में फेल छात्रों की प्राप्ति हेतु आपको क्या करना होगा? देखें-



प्रश्न 2. एक परीक्षा में कुल 10 छात्र बैठे थे। 4 छात्र गणित में, 3 छात्र अंग्रेजी में और 1 छात्र दोनों विषयों में फेल होते हैं, तो ज्ञात करें-

- कुल कितने छात्र फेल हुए।
- कुल कितने छात्र पास हुए।

4 छात्र गणित में फेल हैं इसमें से केवल गणित में फेल छात्र = 3 हैं जबकि 1 छात्र ऐसा है जो गणित और अंग्रेजी दोनों विषयों में फेल है।

3 छात्र अंग्रेजी में फेल हैं इसमें से केवल अंग्रेजी में फेल छात्र = 2 हैं जबकि 1 छात्र ऐसा है जो अंग्रेजी और गणित दोनों विषयों में फेल है।

यहां पर केवल गणित में फेल छात्र तथा केवल अंग्रेजी में फेल छात्र और दोनों विषयों में फेल छात्रों को जोड़ दिया जाए, तो कुल फेल छात्रों की संख्या ज्ञात की जा सकती है।

अतः कुल फेल छात्र = $3 + 2 + 1 = 6$ हैं, तो पास छात्र = $10 - 6 = 4$ छात्र होंगे। इस प्रकार 4 छात्र पास हुए। \Rightarrow उत्तर

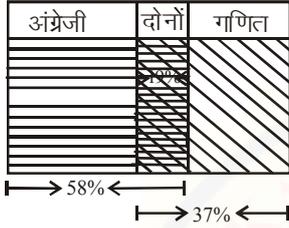
नोट- यहां पर कुल 10 छात्र हैं। इसमें से 4 छात्र गणित में तथा 3 छात्र अंग्रेजी में फेल होते हैं जबकि 1 छात्र दोनों विषयों में फेल होता है अर्थात् यह 1 फेल छात्र गणित में भी और अंग्रेजी में भी सम्मिलित है। कुल फेल छात्रों की प्राप्ति हेतु गणित में फेल छात्र और अंग्रेजी में फेल छात्रों को जोड़कर दोनों विषयों में फेल छात्र को घटा देते हैं अर्थात्
 कुल फेल = प्रथम में फेल + द्वितीय में फेल - दोनों में फेल
 इसी प्रकार
 कुल पास = कुल छात्र - कुल फेल



प्रश्न 3. एक परीक्षा में 58% छात्र अंग्रेजी में, 37% छात्र गणित में तथा 19% छात्र दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण हुए। दोनों विषयों में कितने प्रतिशत छात्र उत्तीर्ण हुए?



सामान्य समझ पर



कुल अनुत्तीर्ण छात्र = अंग्रेजी में फेल छात्र + गणित में फेल छात्र - दोनों विषयों में फेल छात्र

$$= (58 + 37 - 19)\% = 76\%$$

अतः 76% छात्र अनुत्तीर्ण हुए, तो उत्तीर्ण छात्रों या दोनों विषय में उत्तीर्ण छात्र का प्रतिशत = $(100 - 76)\% = 24\%$

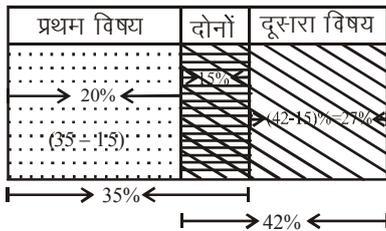
⇒ उत्तर



प्रश्न 4. एक परीक्षा में 35% विद्यार्थी एक विषय में तथा 42% विद्यार्थी दूसरे विषय में अनुत्तीर्ण रहे जबकि 15% विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण रहे। यदि कुल विद्यार्थियों की संख्या 2500 हो, तो केवल एक ही विषय में कितने विद्यार्थी अनुत्तीर्ण हुए?



सामान्य समझ पर



कुल अनुत्तीर्ण छात्र = $(35 + 42 - 15)\% = 62\%$
 कुल अनुत्तीर्ण छात्र 62% में 15% ऐसे छात्र हैं जो दोनों विषयों में फेल हैं अर्थात् एक विषय में अनुत्तीर्ण छात्र
 $= (62 - 15)\%$
 $= 47\%$

कुल विद्यार्थियों की संख्या अर्थात् 100% = 2500 है, तो एक विषय में अनुत्तीर्ण छात्र

$$47\% = \frac{2500}{100} \times 47 = 1175 \text{ होंगे}$$

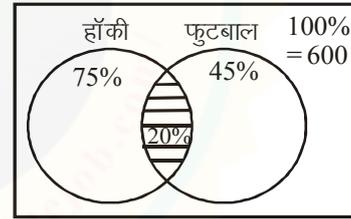
⇒ उत्तर



प्रश्न 5. एक छात्रावास में 600 लड़के हैं। इनमें से प्रत्येक हॉकी अथवा फुटबाल अथवा दोनों खेल खेलते हैं। यदि 75% लड़के हॉकी तथा 45% लड़के फुटबाल खेलते हैं, तो कितने लड़के दोनों खेल खेलते हैं?



सामान्य समझ पर



हॉकी खेलने वाले लड़कों का प्रतिशत = 75%
 फुटबाल खेलने वाले लड़कों का प्रतिशत = 45%
 हॉकी खेलने वाले और फुटबाल खेलने वाले लड़कों का कुल प्रतिशत
 $= (75 + 45)\%$
 $= 120\%$

अर्थात् कुल लड़कों की संख्या से $(120 - 100) = 20\%$ अधिक है। यही 20% लड़के दोनों खेल खेलते हैं।

चूँकि कुल लड़कों की संख्या अर्थात् 100% = 600 है, तो दोनों खेल खेलने वाले लड़कों की संख्या

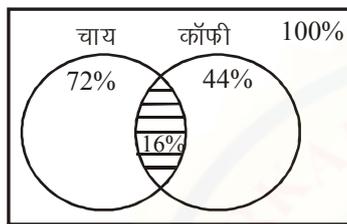
$$20\% = \frac{600}{100} \times 20 = 120 \text{ होगी।}$$



प्रश्न 6. एक कार्यालय में 72% कर्मचारी चाय तथा 44% कर्मचारी कॉफी पीते हैं। यदि प्रत्येक कर्मचारी चाय अथवा कॉफी अवश्य पीता हो तथा 40 कर्मचारी चाय तथा कॉफी दोनों पीते हों तो इस कार्यालय में कुल कितने कर्मचारी हैं।



सामान्य समझ पर



चाय व कॉफी पीने वालों का प्रतिशत = $(72 + 44)\% = 116\%$ अर्थात्

कुल कर्मचारियों की संख्या से $(116 - 100)\% = 16\%$ अधिक है। यही 16% कर्मचारियों की संख्या 40 है अर्थात् 16% कर्मचारी चाय व कॉफी दोनों पीते हैं।

चूँकि 16% कर्मचारी की संख्या = 40 है, तो

$$\text{कुल कर्मचारी} = \frac{40}{16} \times 100 = 250$$

अतः कार्यालय में कुल कर्मचारी 250 हैं।



प्रश्न 7. किसी परीक्षा में 80% विद्यार्थी इतिहास में और 75% विद्यार्थी भूगोल में उत्तीर्ण हुए। 18% विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण रहे और 219 विद्यार्थी दोनों विषयों में उत्तीर्ण रहे। परीक्षा में विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

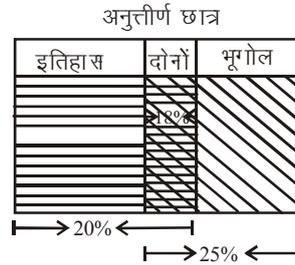


सामान्य समझ पर

इतिहास में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $100 - 80 = 20\%$

भूगोल में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $100 - 75 = 25\%$

दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 18% है।



कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = $(20 + 25 - 18)\% = 27\%$

अतः कुल उत्तीर्ण विद्यार्थी = $(100 - 27)\% = 73\%$

अर्थात् 73% विद्यार्थियों की संख्या 219 है,

तो कुल विद्यार्थियों की संख्या अर्थात् 100%

$$= \frac{219}{73} \times 100 = 300 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 8. एक परीक्षा में 80% छात्र अंग्रेजी में, 85% छात्र हिंदी में तथा 75% छात्र दोनों विषयों में उत्तीर्ण होते हैं। यदि 40 छात्र दोनों विषयों में फेल होते हैं, तो कुल छात्रों की संख्या कितनी है?



सामान्य समझ पर



कुल उत्तीर्ण छात्र = $(80 + 85 - 75)\% = 90\%$

तो अनुत्तीर्ण छात्र = $(100 - 90)\% = 10\%$ होंगे

अनुत्तीर्ण छात्र 40 हैं अर्थात् छात्रों का $10\% = 40$ छात्र

$$\text{तो छात्रों की कुल संख्या} = \frac{40}{10} \times 100 = 400$$

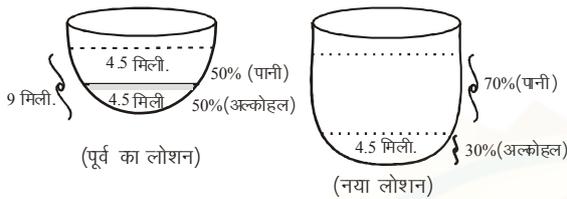
\Rightarrow उत्तर



प्रश्न 9. 9 मिली. शेविंग लोशन है जिसमें 50% अल्कोहल है। कितने मिली. पानी मिलाया जाए कि नए मिश्रण में 30% अल्कोहल हो?



सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. 9 मिली. लोशन में 50% अल्कोहल है अर्थात् 50% पानी की मात्रा होगी या 9 मिली. लोशन में 50% अल्कोहल = 4.5 मिली. तथा 50% पानी = 4.5 मिली. होगा।

निष्कर्ष 2. नए लोशन में 4.5 मिली. अल्कोहल 30% हो जा रहा है अर्थात् शेष जो बचता है, वह पानी की मात्रा होगी। अतः पानी की मात्रा $(100 - 30)\% = 70\%$

निष्कर्ष 3. स्पष्ट है, नए लोशन में $30\% = 4.5$ मिली. है

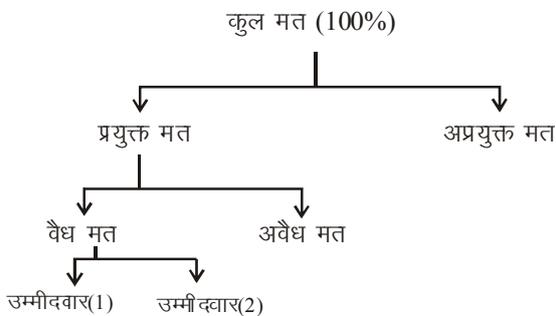
तो $70\% = \frac{4.5}{30} \times 70 = 10.5$ मिली. होगा अर्थात् नए

लोशन में 10.5 मिली. पानी की मात्रा है। \Rightarrow उत्तर

निष्कर्ष 4. इस 10.5 मिली. पानी में पूर्व का 4.5 मिली. पानी सम्मिलित है। अतः नए मिश्रण में अतिरिक्त मिलाया गया पानी = $10.5 - 4.5 = 6.0$ मिली.

अतः नए मिश्रण में 6.0 मिली. पानी मिलाया गया।

प्रतिशत अध्याय में चुनाव संबंधित प्रश्नों के हल में सहायक चार्ट देखें-



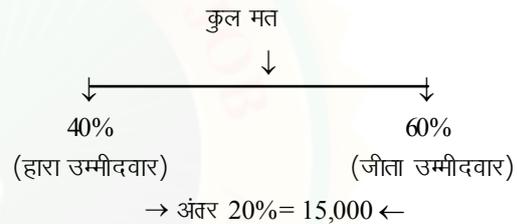
चुनाव एवं उम्मीदवारों को प्राप्त मतों तथा उसके प्रतिशत से संबंधित प्रश्नों में प्रायः उपर्युक्त मर्दे ही प्राप्त होती हैं। इन प्रश्नों में कुछ मर्दे एवं उनके प्रतिशत प्रदर्शित होते हैं तथा इसी आधार पर कोई मद अथवा उसका प्रतिशत ज्ञात करने के लिए कहा जाता है। प्रतिशत के नियमों के आधार पर हम इन प्रश्नों को आसानी से हल कर सकते हैं। इनसे संबंधित उदाहरणार्थ प्रश्न आगे प्रस्तुत हैं।



प्रश्न 1. एक चुनाव में 2 उम्मीदवार थे। एक उम्मीदवार 40% मत प्राप्त करके 15,000 मतों से हार गया। जीतने वाले उम्मीदवार को कितने मत मिले?



सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. हारने वाला उम्मीदवार 40% मत प्राप्त करता है अर्थात् जीतने वाला उम्मीदवार 60% मत प्राप्त करता है।

निष्कर्ष 2. हारने व जीतने वाले उम्मीदवारों के बीच प्रतिशत अंतर $(60 - 40)\% = 20\%$ है जो कि 15,000 मत के बराबर है।

निष्कर्ष 3. चूंकि 20% मत है = 15,000 तो जीतने वाले उम्मीदवार के प्राप्त मत

$$60\% = \frac{15000}{20} \times 60 = 45,000 \text{ होगा।}$$

अतः जीतने वाला उम्मीदवार 45,000 मत प्राप्त किया।

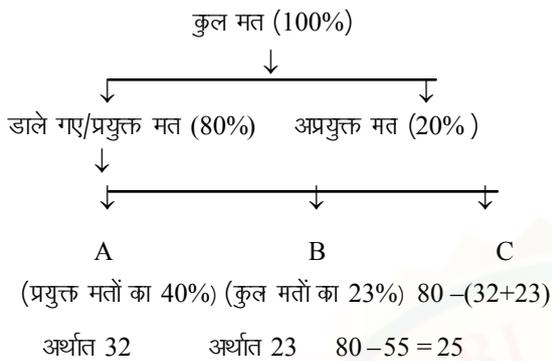
\Rightarrow उत्तर



प्रश्न 2. 2 उम्मीदवारों के एक चुनाव में कुल 7500 मत पड़े इन मतों में से 20% मत अवैध घोषित कर दिए गए। यदि एक उम्मीदवार को वैध मतों का 55% मिले हों, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले?



सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. मान लीजिए कुल मतदाताओं की संख्या = 100 है।

निष्कर्ष 2. 20% मत नहीं डाले अर्थात् 80% मतदाताओं ने मत डाले।

निष्कर्ष 3. A को प्राप्त मत डाले गए मतों का 40% है अर्थात् 80 का 40% = 32 मत, A को प्राप्त हुआ।

निष्कर्ष 4. B को कुल मतों का 23% मत प्राप्त हुआ अर्थात् 100 का 23% = 23 मत प्राप्त हुआ।

तो C को प्राप्त मत = 80 - (32 + 23) = 80 - 55 = 25 मत

निष्कर्ष-5 अतः उम्मीदवार A का निकटतम प्रतिद्वंद्वी C है जिसके वास्तविक मतों का अंतर = 7000 है अर्थात्

$$A \text{ का आभासी मत} - C \text{ का आभासी मत} = 7000$$

$$(32 - 25) \text{ मत} = 7000 \text{ है}$$

$$7 \text{ आभासी मत} = 7000 \text{ है, तो}$$

100 आभासी मत पर वास्तविक मत

$$= \frac{7000}{7} \times 100 = 100000$$

अतः कुल मतदाओं की संख्या = 100000 ⇒ उत्तर

पराजित उम्मीदवारों के आभासी अंतर = C का आभासी मत - प्राप्त किया।

$$B \text{ का आभासी मत} = 25 - 23 = 2 \text{ मत}$$

अतः पराजित उम्मीदवारों के मतों का अंतर

$$= 100000 \times \frac{2}{100} = 2000 \text{ (उत्तर)}$$

विविध



प्रश्न 1. एक परीक्षा में A ने B से 10% कम अंक प्राप्त किए, B ने C से 25% अधिक अंक प्राप्त किए तथा C ने D से 20% कम अंक प्राप्त किए। यदि A ने 500 में से 360 अंक प्राप्त किए हो, तो D ने कितने अंक प्राप्त किए?



सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. A ने B से 10% कम अंक प्राप्त किए अर्थात् A का

$$\text{प्राप्तांक} = 360 = B - B \text{ का } 10\% = B - \frac{B}{10}$$

$$= \frac{9B}{10}$$

$$360 = \frac{9B}{10}$$

$$B \text{ का प्राप्तांक} = 400 \text{ अंक}$$

निष्कर्ष 2. B ने C से 25% अधिक अंक प्राप्त किए अर्थात् B

$$\text{का प्राप्तांक } 400 = C + C \text{ का } 25\% = \frac{5C}{4}$$

$$C \text{ का प्राप्तांक} = \frac{400 \times 4}{5} = 320 \text{ अंक}$$

निष्कर्ष 3. C ने D से 20% कम अंक प्राप्त किए अर्थात् C का

$$\text{प्राप्तांक } 320 = D - D \text{ का } 20\% = \frac{4D}{5}$$

$$D \text{ का प्राप्तांक} = \frac{320 \times 5}{4} = 400 \text{ अंक} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः D ने पूर्णांक 500 में से 400 अंक अर्थात् 80% अंक प्राप्त किया।



सामान्य समझ पर

संख्या में 20% कमी पर वास्तविक कमी = 12 है

$$\text{तो संख्या का } 30\% = \frac{12}{20} \times 30 = 18 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 6. वर्तमान समय में जन्म-दर प्रति एक हजार 32 है तथा मृत्यु दर प्रति एक हजार 23 है। जनसंख्या में शुद्ध वृद्धि कितने प्रतिशत है?



सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. प्रति एक हजार पर शुद्ध वृद्धि $(32 - 23) = 9$ है।

निष्कर्ष 2. इसलिए 100 पर शुद्ध प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{9}{1000} \times 100 \right) \% = 0.9\%$$

अतः जनसंख्या में शुद्ध वृद्धि 0.9% है। \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 7. एक वृक्ष की ऊंचाई 20% वार्षिक दर से बढ़ती है। यदि वृक्ष इस समय 10 फीट ऊंचा हो तो 2 वर्ष बाद वृक्ष की ऊंचाई कितनी हो जाएगी?



सामान्य समझ पर

गणना के अंक होंगे (i) 100 एवं 120 (ii) 100 एवं 120

चूंकि प्रश्न में प्रारंभ की ऊंचाई दी गई है और बाद की ऊंचाई पूछी जा रही है। अतः बाद में अर्थात् हर के रूप में 100 अंकित होगा

2 वर्ष बाद वृक्ष की ऊंचाई

$$= 10 \times \frac{120}{100} \times \frac{120}{100} = 14.4 \text{ फीट} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 8. 21 घड़ियों का क्रय मूल्य 18 घड़ियों के विक्रय मूल्य के बराबर है। प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए?



सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. 18 घड़ियों पर लाभ $(21 - 18) = 3$ घड़ी का

निष्कर्ष 2. 100 घड़ियों पर प्रतिशत लाभ

$$= \frac{3}{18} \times 100 = 16\frac{2}{3} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अभ्यास प्रश्न

1. किसी गांव की 5,000 लोगों की कुल आबादी में पुरुष 10% बढ़े और महिलाएं 15%। इससे एक वर्ष में कुल आबादी 5,600 हो गई। गांव में मूलतः महिलाओं की आबादी कितनी थी?
2. यदि कोई दुकानदार वस्तुओं पर क्रय मूल्य से 50% अधिक कीमत अंकित करता है और 40% की छूट देता है, तो उसका लाभ या हानि प्रतिशत कितना है?
3. 1,000 रु.पर 8% की दो उत्तरोत्तर कटौतियों और 16% की एकल कटौती के बीच अंतर (रुपयों में) ज्ञात कीजिए।
4. रतन का व्यय और बचत 5:1 के अनुपात में है। यदि उसका वेतन 25% बढ़ा दिया जाए और बचत 15% हो, तो उसके व्यय में प्रतिशत वृद्धि कितनी है?
5. A की आय, B की आय से 25% अधिक है। तदनुसार B की आय A की आय से कितनी कम है?
6. A का वेतन 10% बढ़ाया गया और फिर 10% घटाया गया। वेतन में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।
7. किसी कक्षा के 72% छात्रों ने जीव विज्ञान लिया और 44% छात्रों ने गणित। यदि प्रत्येक छात्र ने जीव विज्ञान या गणित किया और 40 ने दोनों लिए, तो कक्षा में छात्रों की कुल संख्या कितनी थी?
8. एक नगर में मतदाताओं की संख्या 1,20,000 है। उनमें, A तथा B के बीच के एक चुनाव में, 75% मतदान करने जाते हैं। तदनुसार, यदि B को, डाले गए मतों के 45% मत मिले हों, तो A को कितने मत मिले हों?

9. किसी टेलीविज़न सेट के मूल्य पर 10% छूट दी जाती है। पुनः उस छूट वाले मूल्य पर भी 10% छूट दी जाती है। तदनुसार यह क्रमिक छूट, एक अकेली कितने प्रतिशत छूट के बराबर है?
10. एक खिलौने की कीमत 20% बढ़ाने पर, खिलौनों की बिक्री की संख्या में 15% कमी आ गई। तदनुसार खिलौनों की बिक्री पर क्या प्रभाव पड़ा?
11. 20%, 15% तथा 10% की दर पर दी गई क्रमिक छूट, एक अकेली कितने प्रतिशत छूट के बराबर होगी?
12. मैंने 20,000 रुपये अर्जित किए और उसमें से 80% खर्च कर दिए। जब मेरी आय 20% और बढ़ गई, तो मैंने रुपये 5000 अधिक खर्च कर दिए। तदनुसार उक्त वृद्धि के उपरांत मेरी बचत का प्रतिशत कितना रहा?
13. यदि $(A+B)$ का 20% = B का 50% हो, तो $\frac{2A-B}{2A+B}$ का मान क्या होगा ?
14. नेहा का वजन, टीना के वजन का 140% है। मीना का वजन, लीना के वजन का 90% है। लीना का वजन टीना के वजन का दुगुना है। तदनुसार यदि नेहा का वजन, मीना के वजन का $x\%$ हो, तो x का मान क्या है?
15. यदि दो क्रमिक कटौतियां 10% और 10% हों, तो एकल तुल्य कटौती कितनी होगी-
16. एक सेब की कीमत में 20% कमी होने पर एक व्यक्ति 54 रुपये में 10 सेब ज्यादा खरीद सकता है। तदनुसार सेबों की कम की गई कीमत प्रति दर्जन कितनी होगी?
17. किसी चीज की कीमत 60% बढ़ गई है। तदनुसार उसके उपभोक्ता को उसके उपभोग में कितने प्रतिशत कमी करनी पड़ेगी ताकि उसका खर्च न बढ़े?
18. रानी का भार मीना के भार का 25% और तारा के भार का 40% है। तदनुसार तारा के भार का कितना प्रतिशत मीना का भार है?
19. एक संख्या में पहले 20% तथा पुनः 20% की वृद्धि की गई है। बढ़ी हुई संख्या को कितने प्रतिशत कम किया जाए, ताकि यह प्रारंभिक संख्या के बराबर हो जाए?
20. यदि x का 8%, y के 4% के समान हो, तो x का 20% किसके समान है?
21. यदि A का 80% = B का 50% और $B = A$ का $x\%$, तब x का मान क्या है?
22. यदि $(A+B)$ का 15% = $(A-B)$ का 25% हो, तो B का कितने प्रतिशत A के बराबर है?
23. दो संख्याएं किसी तीसरी संख्या से क्रमशः 25% और 20% कम हैं। पहली संख्या दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है?
24. एक विद्यार्थी ने किसी संख्या को $\frac{5}{3}$ से गुणा करने के स्थान पर इसे $\frac{3}{5}$ से गुणा कर दिया, परिकल्पना में त्रुटि प्रतिशत कितना है?
25. एक घन की प्रत्येक भुजा में 50% की वृद्धि की गई है। इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
26. किसी परीक्षा में 1000 लड़के और 800 लड़कियां थीं। लड़के 60% और लड़कियां 50% उत्तीर्ण हुए। जो परीक्षार्थी अनुत्तीर्ण हुए उनका प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
27. विद्यार्थियों के एक समूह में 70% अंग्रेजी बोल सकते हैं तथा 65% हिंदी बोल सकते हैं। यदि इन विद्यार्थियों में से 27% विद्यार्थी दोनों भाषाओं में से कोई भी भाषा नहीं बोल सकते हैं, तो इस समूह के कितने प्रतिशत विद्यार्थी दोनों भाषाएं बोल सकते हैं?
28. एक सर्वेक्षण में, सर्वेक्षित लोगों में से 70% के पास कार थी और 75% के पास टेलीविज़न था। यदि 55% के पास कार और टेलीविज़न दोनों थे, तो सर्वेक्षित लोगों में से कितने प्रतिशत के पास कार या टेलीविज़न में से कोई भी नहीं था?

29. किसी परीक्षा में 70% विद्यार्थी अंग्रेजी में पास हुए, 80% गणित में पास हुए तथा 10% दोनों विषयों में फेल हुए, यदि दोनों विषयों में 144 विद्यार्थी पास हुए, तो विद्यार्थियों की कुल संख्या थी?
30. एक परीक्षा में किसी परीक्षार्थी ने 30% अंक प्राप्त किए और वह 6 अंकों से फेल हो गया। अन्य परीक्षार्थी ने 40% अंक प्राप्त किए और पास होने वाले न्यूनतम अंकों से 6 अंक अधिक प्राप्त किए अधिकतम अंक कितना है?
31. किसी कॉलेज में लड़के तथा लड़कियों की संख्याएं 3 : 2 के अनुपात में हैं। यदि 20% लड़के तथा 25% लड़कियां बालिग हैं, तो कितने प्रतिशत विद्यार्थी बालिग नहीं हैं?
32. दो उम्मीदवारों के मध्य होने वाले किसी चुनाव में पहले उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 80% मत मिले। यदि कुल 180000 मतों में 10% मत अवैध घोषित किए गए हों, तो दूसरे उम्मीदवार के पक्ष में कितने वैध मत पड़े?
33. दो प्रत्याशियों के बीच हुए एक चुनाव में 75% मतदाताओं ने अपने मत डाले, जिनमें से 2% मत अवैध घोषित कर दिए गए। एक प्रत्याशी ने 9261 मत प्राप्त किए जो वैध मतों के 75% थे इस चुनाव में पंजीकृत मतदाताओं की कुल संख्या कितनी थी?
34. किसी चुनाव में 8% मतदाताओं ने अपने मत नहीं डाले। इस चुनाव में केवल दो ही प्रत्याशी थे। जीतने वाले प्रत्याशी ने कुल मतों के 48% मत प्राप्त कर 1100 मतों से चुनाव में दूसरे प्रत्याशी को हरा दिया, चुनाव में कुल कितने मत थे?
35. दो प्रत्याशियों के बीच हुए एक चुनाव में कुल डाले गए मतों का 60% मत प्राप्त करके एक प्रत्याशी 14,000 मतों से विजयी हुआ। जीतने वाले प्रत्याशी द्वारा प्राप्त किए गए मतों की संख्या कितनी है?
36. किसी सम्पत्ति की कीमत प्रति वर्ष, उसकी प्रारंभिक वर्ष की तुलना में 10% कम हो जाती है सम्पत्ति की वर्तमान कीमत 8100 रु. है। दो वर्ष पहले उसकी कीमत कितनी थी?
37. 2 वर्ष पहले किसी कस्बे की जनसंख्या 62,500 थी। बड़े नगरों में जनसंख्या का पलायन होने के कारण जनसंख्या में 4% वार्षिक की दर से कमी होती है। कस्बे की वर्तमान जनसंख्या कितनी है?
38. किसी शहर की जनसंख्या 8000 थी। एक वर्ष में पुरुषों की जनसंख्या में 10% तथा स्त्रियों की जनसंख्या में 8% वृद्धि हुई। लेकिन कुल जनसंख्या में 9% वृद्धि हुई। उस शहर में पुरुषों की संख्या कितनी थी?
39. चीनी के मूल्य में 20% की कमी होने से कोई उपभोक्ता 120 रु. में 3 किग्रा. चीनी अधिक खरीद सकता है चीनी का प्रारंभिक मूल्य (प्रति किग्रा.) कितनी है?
40. चीनी के मूल्य में 20% की वृद्धि होती है। चीनी की खपत कितने प्रतिशत कम की जाए कि उस पर होने वाला खर्च पहले जितना ही रहे?
41. जोसेफ की आय को 10% कम किया गया है। यदि उसकी आय को उसके पूर्व स्तर पर लाया जाए, तो उसमें कितनी प्रतिशत की बढ़ोतरी अनिवार्य होगी?
42. राम अपने वेतन के 14% की बचत करता है जबकि श्याम 22% की बचत करता है। यदि दोनों समान वेतन पाते हैं और श्याम 1540 रु. की बचत करता है, तो राम की बचत कितनी है?
43. नीलम अपनी कुल आय का 20% मकान के किराए पर तथा शेष का 70% घरेलू मदों पर खर्च करती है। यदि वह 3600 रु. की बचत करती है, तो उसकी कुल आय कितनी है?
44. यदि एक कर्मि का वेतन पहले 15% घटा दिया जाए, तदोपरान्त 5% बढ़ा दिया जाए, तो उसके वेतन में कितने प्रतिशत का परिवर्तन हो जाएगा?
45. अरविंद अपनी आय का 75% खर्च करता है और शेष बचा लेता है। उसकी आय में 20% वृद्धि हो जाने पर, वह अपने खर्च में 10% की वृद्धि कर देता है। तदनुसार, उसकी बचत में कितने प्रतिशत वृद्धि हो जाएगी?

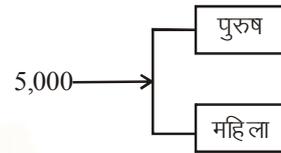
46. 180 रु. भाव बताए गए जुराबों के एक दर्जन जोड़े 20% छूट पर उपलब्ध हैं। 48 रु. में जुराबों के कितने जोड़े खरीदे जा सकते हैं?
47. यदि एक घन का प्रत्येक सिरा 100% बढ़ा कर दिया जाए, तो उसकी सतह का क्षेत्रफल कितने प्रतिशत बढ़ जाएगा?
48. श्रीमान कपूर अपनी कुल आय का 20% मकान किराए के रूप में खर्च करते हैं और शेष का 70% घरेलू चीजों पर खर्च करते हैं। तदनुसार यदि उनकी बचत 1,800 रु. की हो, तो उनकी कुल आय (रुपयों में) कितनी है?
49. एक परीक्षा में, 65% छात्र भौतिकी में, 55% रसायन में उत्तीर्ण हुए हैं और 25% दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण रहे हैं। तदनुसार भौतिकी तथा रसायन, दोनों विषयों में उत्तीर्ण छात्रों की संख्या कितनी है?
50. यदि वर्ग की प्रत्येक भुजा को 10% तक बढ़ाया जाए, तो वर्ग का क्षेत्रफल कितना बढ़ जाएगा?
51. एक दुकान में प्रत्येक वस्तु पर 10% की छूट दी जाती है। यदि मूल्य का भुगतान नकद राशि में किया जाए, तो 12% की अतिरिक्त छूट भी दी जाती है। तदनुसार यदि किसी वस्तु का आद्य मूल्य 250 रु. हो, तो उसके लिए खरीददार को नकद भुगतान करने पर कितनी राशि देनी होगी?
52. एक गांव की जनसंख्या 25,000 है। उसमें $\frac{1}{5}$ स्त्रियां हैं और शेष पुरुष हैं। उनमें 5% पुरुष तथा 40% स्त्रियां अशिक्षित हैं। तदनुसार, कुल शिक्षित लोगों का प्रतिशत कितना है?
53. दो व्यक्ति संसद के लिए चुनाव लड़े। उसमें विजेता उम्मीदवार ने डाले गए कुल मतों के 57% मत प्राप्त किए और वह 42,000 मतों से विजयी हुआ। तदनुसार, डाले गए कुल मतों की संख्या कितनी थी?
54. दूध की कीमत 20% बढ़ गई है। व्यय को उतना ही रखने के लिए वर्तमान उपभोग में कितनी कमी करनी होगी?
55. एक आयत की लंबाई और चौड़ाई दुगुनी कर दी गई है। क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि कितनी है?

अभ्यास प्रश्नों का हल

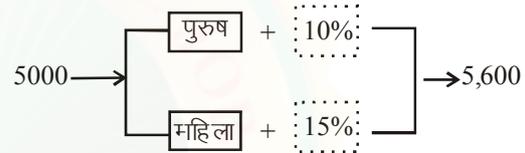


हल 1. सामान्य समझ पर

गांव में पुरुष व महिला की जनसंख्या 5,000 है।



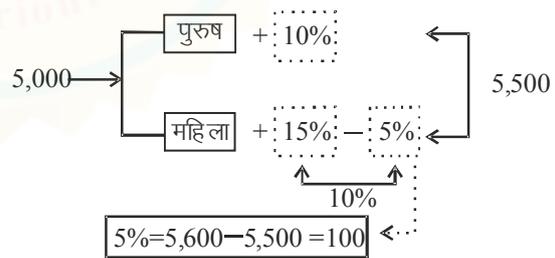
यदि पुरुष की जनसंख्या में 10% तथा महिला की जनसंख्या में 15% वृद्धि होती है, तो गांव की जनसंख्या 5,600 हो जाती है।



मान लीजिए महिला जनसंख्या में भी 10% वृद्धि होती है, तो पूर्व की कुल जनसंख्या में 10% वृद्धि होगी अर्थात् 10% पुरुष एवं 10% महिला की जनसंख्या में वृद्धि होगी।

अतः नगर की जनसंख्या

$$= 5,000 + 5,000 \text{ का } 10\% = 5,500 \text{ हो जाएगी।}$$



स्पष्ट है महिलाओं की जनसंख्या में 5% कमी करने पर कुल जनसंख्या में 100 (5,600 - 5,500) की कमी हो जाती है अर्थात् 5% महिलाओं की जनसंख्या = 100 है, तो 100% महिला

$$\text{जनसंख्या होगी} = \frac{100}{5} \times 100 = 2,000 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 2. सामान्य समझ पर

$$\begin{array}{ccc} \text{अंकित मूल्य} \times \text{छूट के बाद मूल्य} = \text{बिक्री राशि} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow 10 \qquad \qquad 10 \qquad \qquad = \quad 100 \text{ रु.} \end{array}$$

परिवर्तित

$$\text{मूल्य पर} \rightarrow 15 \qquad \qquad 6 \qquad \qquad = \quad 90 \text{ रु.}$$

स्पष्ट है बिक्री राशि जानने के लिए अंकित मूल्य और छूट के बाद वस्तु मूल्य में कमी से गुणा करना होगा अर्थात् $15 \times 6 = 90$ रु.

स्पष्ट है कि बिक्री से प्राप्त राशि में कमी हुई अर्थात् दुकानदार को हानि।

$$\therefore 100 \text{ रु. राशि पर हानि} = 10 \text{ रु. की है}$$

$$\text{अर्थात् प्रतिशत हानि} = 10\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 3. सामान्य समझ पर

$$\begin{array}{ccc} \text{प्रथम परिवर्तन} \times \text{द्वितीय परिवर्तन} = \text{वास्तविक परिवर्तन} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ \text{पूर्व में} \rightarrow 100 \times \qquad \qquad 10 \qquad \qquad = \quad 1,000 \text{ रु.} \end{array}$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 92 \times \qquad \qquad 9.2 \qquad \qquad = \quad 846.40 \text{ रु.}$$

$$\text{परिवर्तित छूट पर वास्तविक परिवर्तन} \quad 92 \times 9.2 = 846.40 \text{ रु.}$$

स्पष्ट है अब वास्तविक परिवर्तन 1,000 रु. से घटकर 846.40 हो गया।

यदि 1,000 रु. पर एकल छूट 16% दी जाए अर्थात्

$$1,000 \times \frac{84}{100} = 840 \text{ रु.}$$

अतः दो उत्तरोत्तर कटौतियों और 16% की एकल कटौती के बीच अंतर = $846.40 - 840 = 6.40$ रु. \Rightarrow उत्तर



हल 4. सामान्य समझ पर

$$\begin{array}{ccc} \text{व्यय} + \text{बचत} & = & \text{वेतन} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow 500 + 100 & = & 600 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow ? + 115 & = & 750 \text{ रु.} \end{array}$$

स्पष्ट है परिवर्तित व्यय जानने के लिए कुल वेतन से बचत को घटाना होगा

$$\text{अर्थात् परिवर्तित व्यय} = 750 - 115 = 635 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः व्यय में वृद्धि} = 635 - 500 \Rightarrow 135 \text{ रु. की}$$

$$\text{चूंकि } 500 \text{ रु. व्यय पर वृद्धि} = 135 \text{ रु. की है}$$

$$\therefore 100 \text{ रु. व्यय पर प्रतिशत वृद्धि}$$

$$= \frac{135}{500} \times 100 \Rightarrow 27\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 5. सामान्य समझ पर

$$\begin{array}{ccc} \text{'A' की आय} \times \text{'B' की आय} & = & \text{गुणक आय} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} \rightarrow 10 \times \qquad \qquad 10 & = & 100 \text{ रु.} \end{array}$$

$$\text{परिवर्तन पर} \rightarrow 12.5 \times \qquad \qquad ? \qquad \qquad = \quad 100 \text{ रु.}$$

'B' की आय जानने के लिए गुणक आय में 'A' की आय से भाग देना होगा।

$$\text{अर्थात् } \frac{100}{12.5} = 8 \text{ रु.}$$

स्पष्ट है 'B' की आय, 10 रु. से घटकर 8 रु. हो गई अर्थात् कमी = $10 - 8 = 2$ रु. की है।

$$\therefore 10 \text{ रु. पर कमी} = 2 \text{ रु. की है}$$

$$\therefore 100 \text{ रु. पर प्रतिशत कमी} = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

\Rightarrow उत्तर

अतः 'B' की आय 'A' की आय से 20% कम है।



सूत्र विधि

B की आय A की आय से प्रतिशत कमी

$$= \frac{(100 \times x)}{(100 + x)} = \frac{100 \times 25}{(100 + 25)}$$

$$= 20\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 6. गुणा भाग विधि

प्रथम परिवर्तन × द्वितीय परिवर्तन = वास्तविक परिवर्तन

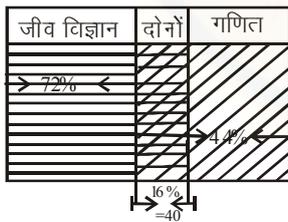
	↓	×	↓	=	↓
पूर्व	→ 10		10		100 रु.
परिवर्तित	→ 11		9		99 रु.

स्पष्ट है अब 'A' की आय 100 रु. से घटकर 99 रु. हो गई
अर्थात् प्रतिशत कमी = 100 - 99 = 1% कमी।

अतः 'A' की आय में 1% की कमी हो गई।



हल 7. सामान्य समझ पर



दोनों विषयों को लेने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत

$$= (72 + 44 - 100)\%$$

$$= 16\%$$

चूंकि विद्यार्थियों का 16% = 40 है

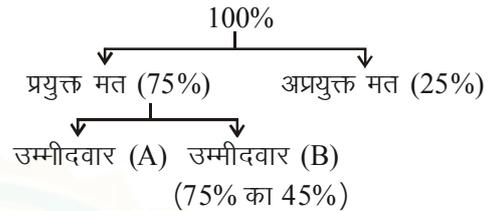
तो विद्यार्थियों की कुल संख्या = $\frac{40}{16} \times 100$

$$= 250 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 8. सामान्य समझ पर

कुल मतदाताओं की संख्या (1,20,000)



निष्कर्ष 1. प्रयुक्त मत कुल मतदाताओं की संख्या का 75% है।

अर्थात् प्रयुक्त मत = $1,20,000 \times \frac{75}{100} = 90,000$

निष्कर्ष 2. उम्मीदवार 'B' को प्रयुक्त मत का 45% प्राप्त हुआ अर्थात् उम्मीदवार 'A' को प्रयुक्त मत का 55% प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 3. अतः उम्मीदवार 'A' द्वारा प्राप्त मत = प्रयुक्त मत का 55%

अर्थात् $90,000 \times \frac{55}{100} = 49,500 \Rightarrow \text{उत्तर}$



हल 9. गुणा भाग विधि

	↓	×	↓	=	↓
पूर्व	→ 10		10		100
परिवर्तित	→ 9		9		81

स्पष्ट है टेलीविजन सेट का मूल्य 100 से घटकर 81 हो गया
अर्थात् प्रतिशत कमी या छूट = $(100 - 81)\%$

$$= 19\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः टेलीविजन सेट के मूल्य पर 10% की दो क्रमिक छूट एकल छूट 19% के बराबर है।



हल 10. गुणा भाग विधि

$$\begin{array}{rcccl} \text{मूल्य} \times \text{खिलौनों की संख्या} & = & \text{कुल बिक्री मूल्य} & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} & \rightarrow & 10 \times 10 & = & 100 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} & \rightarrow & 12 \times 8.5 & = & ? \end{array}$$

खिलौने की कीमत 20% बढ़ने पर खिलौनों की बिक्री संख्या में 15% कमी आई है। अतः परिवर्तित मूल्य पर कुल बिक्री मूल्य = $12 \times 8.5 = 102$ रु. होगा।

इस प्रकार खिलौने की बिक्री पर हुई

प्रतिशत वृद्धि = $102 - 100 = 2\% \Rightarrow$ उत्तर



हल 11. गुणा भाग विधि

$$\begin{array}{rcccccl} \text{प्रथम मूल्य} \times \text{द्वितीय मूल्य} \times \text{तृतीय मूल्य} & = & \text{व्यय-भार का मू.} & & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ \text{पूर्व} & \rightarrow & 10 \times 10 \times 10 & = & 1,000 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} & \rightarrow & 8 \times 8.5 \times 9 & = & 612 \text{ रु.} \end{array}$$

स्पष्ट है कि क्रमिक छूट पर व्यय-भार में कमी हो गई है।

कमी = $1000 - 612 = 388$ रु. की।

चूंकि 1,000 रु. व्यय-भार में कमी = 388 रु. की है

तो 100 रु. व्यय-भार में प्रतिशत कमी

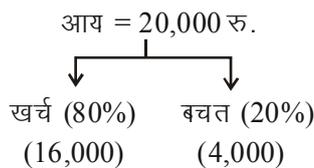
$$= \left(\frac{388}{1000} \times 100 \right) \%$$

= 38.8% \Rightarrow उत्तर

अतः 20%, 15% तथा 10% की दर पर क्रमिक छूट एक अकेली 38.8% छूट के बराबर होगी।

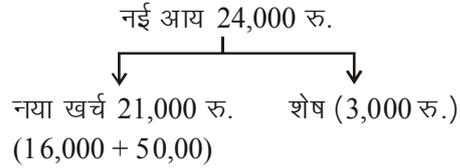


हल 12. सामान्य समझ पर



नई आय 20% वृद्धि पर

= $20,000 + 20,000$ का 20% = $20,000 + 4,000$



निष्कर्ष 1. आय 20,000 रु. में 80% खर्च अर्थात खर्च की राशि = $20,000 \times \frac{80}{100} = 16,000$ रु.

निष्कर्ष 2. यदि आय में 20% वृद्धि अर्थात 20,000 रु. पर 20% वृद्धि = 24,000 रु. होगी।

निष्कर्ष 3. अब नया खर्च पहले से 5,000 रु. अधिक अर्थात नया खर्च = $16,000 + 5,000 \Rightarrow 21,000$ रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है 24,000 आय पर खर्च 21,000 है यानी कि बचत = $24,000 - 21,000 = 3,000$ रु. हेगी

चूंकि 24,000 रु. आय पर बचत = 3,000 रु.

तो 100 रु. आय पर प्रतिशत बचत = $\left(\frac{3,000}{24,000} \times 100 \right) \%$

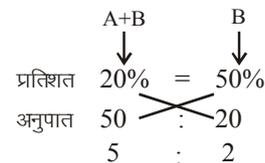
= $12\frac{1}{2}\% \Rightarrow$ उत्तर



हल 13. सामान्य समझ पर

जब भी किसी एक राशि का कुछ प्रतिशत दूसरी राशि के कुछ प्रतिशत के बराबर होगी, तो उन राशियों में परस्पर विपरीत अनुपात होगा।

जैसे-



A + B = 5 तो B = 2

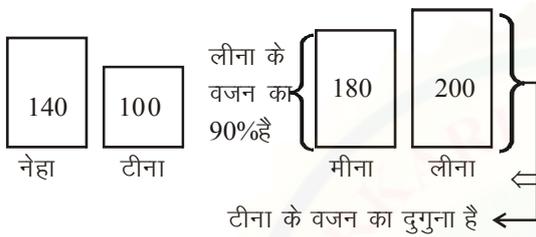
अतः A = 5 - 2 = 3

$\frac{2A-B}{2A+B}$ में A = 3 एवं B = 2 प्रतिस्थापित करने

पर $\rightarrow \frac{2 \times 3 - 2}{2 \times 3 + 2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$



हल 14. प्रतिशत व्यवहार से



मीना का वजन 180 है, तो नेहा का वजन = 140
 मीना का वजन 100 है, तो नेहा का वजन

$= \frac{100 \times 140}{180} = 77\frac{7}{9}\%$

अतः नेहा का वजन, मीना के वजन का $77\frac{7}{9}\%$ है।

हल 15. अभ्यास प्रश्न (9) के अधार पर हल करें (उत्तर- 19%)



हल 16. सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है सेब की कीमत में 20% कमी पर 54 रु. में 10 सेब ज्यादा प्राप्त होता है अर्थात 54 रु. के 20% में 10 सेब प्राप्त होते है (कीमत में 20% कमी होने पर)

निष्कर्ष 2. 54 रु. के 20% में प्राप्त सेब = 10

अर्थात 10.8 रु. में प्राप्त = 10 सेब

निष्कर्ष 3. चूंकि 10 सेब का मूल्य = 10.8 रु. है

तो 12 सेब (एक दर्जन) का मूल्य होगा

$= \frac{10.8}{10} \times 12 = 12.96$ रु. \Rightarrow उत्तर

अतः सेब की कीमत में 20% कमी पर प्रति दर्जन सेब का मूल्य = 12.96 रु. होगा।



हल 17. गुणा-भाग विधि

	मूल्य	×	उपभोग	=	व्यय-भार
	↓		↓		↓
पूर्व	→ 10		× 100	=	1000 रु.
परिवर्तित	→ 16		× ?	=	1000 रु.

उपभोग जानने के लिए व्यय-भार में मूल्य से भाग देना होगा

अर्थात परिवर्तित उपभोग = $\frac{1000}{16} \Rightarrow 62\frac{1}{2}$

यहां ध्यान यह रखना होगा कि कहीं त्रुटिवश $62\frac{1}{2}$ को उत्तर

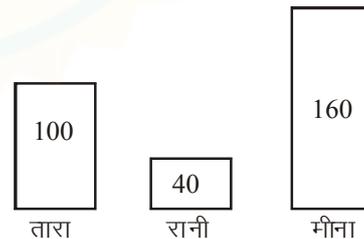
के रूप में न ग्रहण कर लें, वास्तव में $62\frac{1}{2}$ खपत की मात्रा 100 से घटकर हो गई।

अतः खपत में प्रतिशत कमी = $100 - 62\frac{1}{2} \Rightarrow 37\frac{1}{2}\%$

\Rightarrow उत्तर



हल 18. प्रतिशत व्यवहार से



निष्कर्ष 1. स्पष्ट है तारा का भार 100 है, तो रानी का भार 40 है।

निष्कर्ष 2. रानी का भार 40 है, तो मीना का भार 160 होगा क्योंकि रानी का भार मीना के भार का एक चौथाई (25%) है।

निष्कर्ष 3. अतः तारा का भार का मीना के भार का 160% है। \Rightarrow उत्तर



हल 19. गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{प्रथम परिवर्तन} \times \text{द्वितीय परिवर्तन} & = & \text{वास्तविक परिवर्तन} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} & \rightarrow & 10 \times 10 = 100 \\ \text{परिवर्तित} & \rightarrow & 12 \times 12 = 144 \end{array}$$

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है संख्या में क्रमिक वृद्धि के बाद वास्तविक परिवर्तन 100 से बढ़कर 144 हो गया।

निष्कर्ष 2. वृद्धि = $144 - 100 = 44$ की।

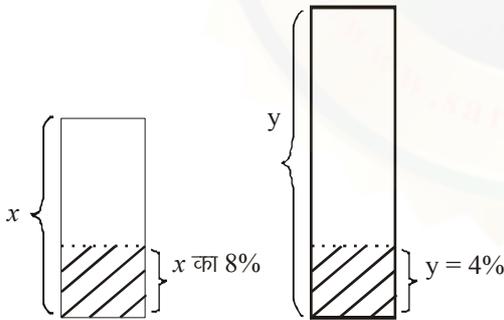
यहां पर वृद्धि के बाद कमी पूछी गयी है यानी कि 144 से कितना कम 100 है अर्थात् $144 - 100 = 44$ की कमी।

चूंकि 144 पर कमी = 44 की है

$$\begin{aligned} \text{तो 100 पर अर्थात् प्रतिशत कमी} &= \left(\frac{44}{144} \times 100 \right) \% \\ &= 30\frac{5}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



हल 20. प्रतिशत व्यवहार से



निष्कर्ष 1. x का 8% का मान y के 4% के बराबर है अर्थात्

निष्कर्ष 2. x का $(8 \times 25) 200\%$ का मान y के $(4 \times 25) 100\%$ के बराबर होगा

निष्कर्ष 3. अतः x का $\left(\frac{200}{10}\right) 20\%$ का मान y के $\left(\frac{100}{10}\right) 10\%$ के बराबर है \Rightarrow उत्तर



हल 21. सामान्य समझ पर

$$\begin{array}{ccc} \text{A} & & \text{B} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{प्रतिशत} & 80\% = & 50\% \\ \text{अनुपात} & 50 & : & 80 \\ & \times 2 & : & \times 2 \\ & 100 & = & 160 \end{array}$$

A यदि 100 है, तो B 160 होगा

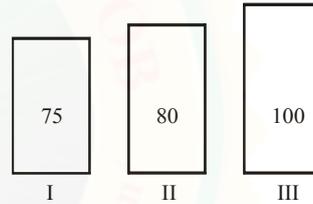
$$x = 160\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

हल 22. अभ्यास प्रश्न (13) की तरह हल करें।

$$(400\%) \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 23. प्रतिशत व्यवहार से



निष्कर्ष 1. मान लीजिए तीसरी संख्या 100 है तो पहली संख्या = $100 - 100 \times 25\% = 75$ तथा दूसरी संख्या

$$= 100 - 100 \text{ का } 20\% = 80$$

निष्कर्ष 2. पहली संख्या 75 एवं दूसरी संख्या 80 प्राप्त हुई।

निष्कर्ष 3. अतः पहली संख्या एवं दूसरी का अभीष्ट प्रतिशत

$$= \frac{75}{80} \times 100 = 93.75\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 24. सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. मान लीजिए संख्या 300 है। विद्यार्थी संख्या 300 में $\frac{5}{3}$

से गुणा करने के स्थान पर $\frac{3}{5}$ से गुणा कर दिया

$$\text{अर्थात् } 300 \times \frac{3}{5} = 180$$

निष्कर्ष 2. जबकि वास्तविक गुणा $300 \times \frac{5}{3} = 500$ होना चाहिए।

निष्कर्ष 3. इस परिचलन में त्रुटि $320(500 - 180)$ की है।

निष्कर्ष 4. चूंकि 500 पर त्रुटि = 320 की है,

$$\text{तो 100 पर प्रतिशत त्रुटि} = \frac{320}{500} \times 100 \Rightarrow 64\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 25. गुणा-भाग विधि

सूत्र- घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

	भुजा	×	भुजा	=	पृष्ठीय क्षेत्रफल
	↓		↓		↓
पूर्व →	10	×	10	=	100 वर्ग मीटर
परिवर्तित →	15	×	15	=	225 वर्ग मीटर

स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि

$$= 225 - 100 = 125\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इस तरह देखें-

घन के एक पृष्ठ के क्षेत्रफल में जितनी प्रतिशत वृद्धि होगी उतनी ही वृद्धि उसके संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल में भी होगी।

निष्कर्ष 1. मान लीजिए घन की भुजा 10 मीटर हो तो घन का प्रभावी प्रारंभिक क्षेत्रफल = 10×10
= 100 वर्ग मीटर

निष्कर्ष 2. घन की भुजा में 50% वृद्धि करने पर अर्थात भुजा 10 मीटर पर वृद्धि 50% = 15 मीटर (10 + 10 का 50%)

निष्कर्ष 3. परिवर्तित भुजा पर घन का प्रभावी परिवर्तित पृष्ठीय क्षेत्रफल = $15 \times 15 = 225$ वर्ग मीटर

निष्कर्ष 4. स्पष्ट है घन का प्रभावी प्रारंभिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर से बढ़कर 225 वर्ग मीटर हो गया अर्थात प्रतिशत वृद्धि

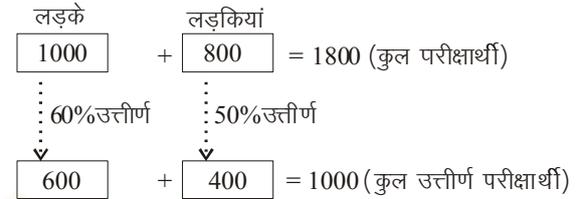
$$= 225 - 100$$

$$= 125\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल में 125% वृद्धि होगी।



हल 26. सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. 1000 लड़कों में 60% उत्तीर्ण अर्थात 1000 का 60% = 600 लड़के उत्तीर्ण एवं 800 लड़कियों में 50% उत्तीर्ण अर्थात 800 का 50% = 400 लड़कियां उत्तीर्ण हुईं।

निष्कर्ष 2. कुल उत्तीर्ण परीक्षार्थी = कुल उत्तीर्ण लड़के + कुल उत्तीर्ण लड़कियां = $600 + 400$
= 1000

निष्कर्ष 3. कुल 1800 परीक्षार्थी में 1000 परीक्षार्थी उत्तीर्ण हुए तो अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या = $1800 - 1000$
= 800

निष्कर्ष 4. चूंकि 1800 परीक्षार्थियों में अनुत्तीर्ण छात्र = 800 हैं तो 100 परीक्षार्थियों में अनुत्तीर्ण छात्रों का प्रतिशत

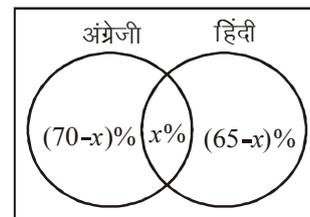
$$= \frac{800}{1800} \times 100$$

$$= 44.44\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः अनुत्तीर्ण होने वाले परीक्षार्थियों की संख्या 44.44% (लगभग) है।



हल 27. सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. मान लीजिए दोनों भाषाएं बोलने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत = $x\%$ है, तो सिर्फ अंग्रेजी बोलने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत = $(70 - x)\%$ तथा सिर्फ हिंदी बोलने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत = $(65 - x)\%$ होगा।

निष्कर्ष 2. 27% विद्यार्थी दोनों भाषाओं में से कोई भी भाषा नहीं बोल सकते हैं।

निष्कर्ष 3. अतः कुल विद्यार्थियों की संख्या

$$(70 - x) + (65 - x) + x + 27 = 100\%$$

$$162 - 2x + x = 100\%$$

$$x = 62\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः दोनों भाषाओं को 62% विद्यार्थी बोल सकते हैं।



हल 28. सामान्य समझ पर

कार	दोनों	टेलीविजन
→70%←	→70%←	→70%←
	→35%←	

निष्कर्ष 1. कुल लोगों की संख्या जिनके पास कार या टेलीविजन हो = $70 + 75 - 55$

$$= 90\%$$

निष्कर्ष 2. अतः सर्वेक्षित लोगों में जिनके पास कार या टेलीविजन न हो = $(100 - 90)\% = 10\% \Rightarrow \text{उत्तर}$



हल 29. सामान्य समझ पर

$$\begin{aligned} \text{अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी} &= 100 - 70 \\ &= 30\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{गणित में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी} &= 100 - 80 \\ &= 20\% \end{aligned}$$

दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 10% है (दिया है)

अनुत्तीर्ण विद्यार्थी

अंग्रेजी	दोनों	गणित
→30%←	→10%←	→20%←

$$\text{कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थी} = (30 + 20 - 10)\% = 40\%$$

$$\text{तो कुल उत्तीर्ण विद्यार्थी} = (100 - 40)\% = 60\%$$

अर्थात् 60% विद्यार्थियों की संख्या = 144 है

तो कुल विद्यार्थियों की संख्या

$$\text{अर्थात् } 100\% = \frac{144}{60} \times 100 = 240 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 30. सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. प्रथम परीक्षार्थी 30% अंक प्राप्त करता है तथा दूसरा परीक्षार्थी 40% अंक प्राप्त करता है। प्रथम एवं द्वितीय परीक्षार्थी के बीच प्रतिशत अंतर 10% ($40 - 30$) है।

निष्कर्ष 2. प्रथम परीक्षार्थी 6 अंक से फेल हो जाता है अर्थात् उसे उत्तीर्ण होने के लिए 6 और अंकों की आवश्यकता है जबकि दूसरा परीक्षार्थी 6 अंकों से पास हो जाता है। इस प्रकार पहले परीक्षार्थी एवं दूसरे परीक्षार्थी के बीच अंकों का अंतर = $6 + 6 = 12$ होगा।

निष्कर्ष 3. प्रथम परीक्षार्थी एवं दूसरे परीक्षार्थी के बीच प्रतिशत अंतर का मान इनके बीच प्राप्त अंकों के अंतर के बराबर होगा।

निष्कर्ष 4. अतः अधिकतम अंक का 10% = 12 है

$$\begin{aligned} \text{तो अधिकतम अंक अर्थात् } 100\% &= \frac{12}{10} \times 100 = 120 \\ &\Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

HINT :

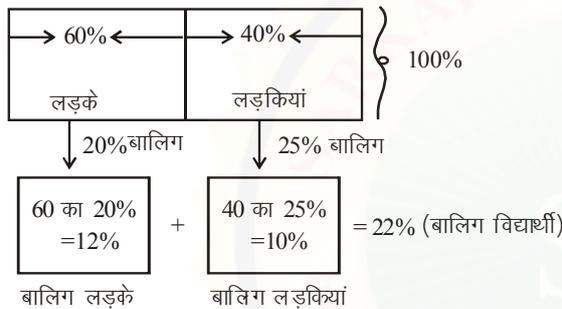
उत्तीर्णांक
अधिकतम अंक

चूँकि अधिकतम अंक का 10% = 12 है
तो अधिकतम अंक $100\% = \frac{12}{10} \times 100 = 120 \Rightarrow$ उत्तर



हल 31. सामान्य समझ पर

कालेज में लड़के तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात = 3 : 2 अर्थात् 60% एवं 40% है



निष्कर्ष 1. 60% लड़कों में 20% बालिग हैं अर्थात् 60 का 20% = 12% बालिग लड़के तथा

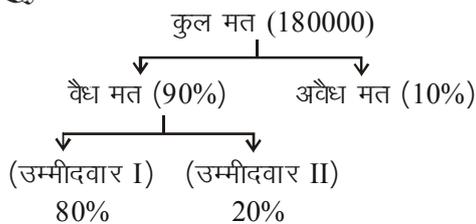
40% लड़कियों में 25% बालिग हैं अर्थात् 40 का 25% = 10% बालिग लड़कियां है।

निष्कर्ष 2. कुल बालिग विद्यार्थियों का प्रतिशत = (12 + 10)% = 22% होगा

निष्कर्ष 3. अतः नाबालिग विद्यार्थियों का प्रतिशत = (100 - 22)% = 78% होगा \Rightarrow उत्तर



हल 32. सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. कुल 180000 मत का 90% वैध मत है अर्थात् वैध मतों की संख्या

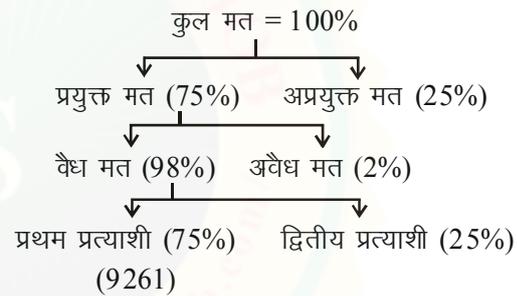
$$= 180000 \times \frac{90}{100} = 162000$$

निष्कर्ष 2. वैध मतों का 80% मत प्रथम उम्मीदवार प्राप्त करता है अर्थात् वैध मतों का 20% मत द्वितीय उम्मीदवार को प्राप्त होगा।

निष्कर्ष 3. द्वितीय उम्मीदवार के पक्ष में वैध मतों की संख्या = $162000 \times \frac{20}{100} = 32400 \Rightarrow$ उत्तर



हल 33. सामान्य समझ पर



निष्कर्ष 1. मान लीजिए कुल मत 100 है तो प्रयुक्त मत (75%) = 75 होगा।

निष्कर्ष 2. प्रयुक्त मत का 98% वैध मत है अर्थात् 75 का 98% = 73.5 मत वैध हैं।

निष्कर्ष 3. इस वैध मत (73.5) का 75% प्रथम प्रत्याशी प्राप्त करता है अर्थात् 73.5 का 75% = 55.125 मत

निष्कर्ष 4. चूँकि 55.125 मत का वास्तविक मान = 9261 है

$$\text{तो } 100\% \text{ मत का वास्तविक मान} = \left(\frac{9261}{55.125} \times 100 \right)$$

$$= 16800 \text{ होगा } \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः चुनाव में कुल पंजीकृत मतदाताओं की संख्या 16800 थी।

अर्थात् $8000 \times \frac{109}{100} = 8720$ हो जाएगी

निष्कर्ष 1. मान लीजिए स्त्री जनसंख्या में भी 10% वृद्धि हो तो कुल जनसंख्या में 10% वृद्धि हो जाएगी अर्थात् 8000 पर 10% वृद्धि = 8800 हो जाएगी।

निष्कर्ष 2. स्पष्ट है स्त्री की जनसंख्या में 2% वृद्धि पर जनसंख्या में 80 (8800 - 8720) की वृद्धि है।

निष्कर्ष 3. स्त्री जनसंख्या का 2% = 80 है

तो स्त्रियों की कुल जनसंख्या अर्थात्

$$100\% = \frac{80}{2} \times 100 = 4,000$$

निष्कर्ष 4. यदि स्त्रियों की कुल जनसंख्या 4,000 है, तो पुरुषों की कुल जनसंख्या = 8000 - 4000 \Rightarrow 4000 होगी

\Rightarrow उत्तर



हल 39. सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. चीनी के मूल्य में 20% कमी पर 120 रु. में 3 किग्रा. चीनी अधिक प्राप्त होती है अर्थात् 120 रु. का 20% = 24 रु. में 3 किग्रा. चीनी प्राप्त होगी।

निष्कर्ष 2. 3 किग्रा. चीनी का मूल्य = 24 रु.

तो 1 किग्रा. चीनी का मूल्य = $\frac{24}{3} = 8$ रु. हो जाएगा।

निष्कर्ष 3. चीनी के मूल्य में 20% कमी पर चीनी का मूल्य 8 रु. प्रति किग्रा. है। (घटा हुआ मूल्य)

$$\text{चीनी का पूर्व मूल्य प्रति किग्रा.} = 8 \times \frac{100}{80}$$

$$= 10 \text{ रु. प्रति किग्रा.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः चीनी का पूर्व मूल्य = 10 रु. प्रति किग्रा. था।



हल 40. गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{rcccc} \text{मूल्य} & \times & \text{खपत} & = & \text{व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 12 \times ? = 100 \text{ रु.}$$

निष्कर्ष 1. खपत ज्ञात करने के लिए व्यय-भार में परिवर्तित मूल्य

$$\text{से भाग देना होगा अर्थात् खपत} = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3} \text{ किग्रा.}$$

निष्कर्ष 2. स्पष्ट है खपत 10 किग्रा. से घटकर $8\frac{1}{3}$ किग्रा. हो

$$\text{गई अर्थात् कमी} = 10 - 8\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ या } \frac{5}{3} \text{ किग्रा.}$$

निष्कर्ष 3. चूंकि 10 किग्रा. पर कमी = $\frac{5}{3}$ किग्रा. की

तो 100 किग्रा. पर प्रतिशत कमी

$$= \frac{5}{3 \times 10} \times 100$$

$$= \frac{50}{3} \% \text{ या } 16\frac{2}{3} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः चीनी की खपत में $16\frac{2}{3} \%$ कमी होगी।



हल 41. सूत्र विधि

जोसेफ की आय को पूर्व स्तर पर लेने के लिए अभीष्ट प्रतिशत

$$\text{वृद्धि} = \frac{100 \times x}{(100 - x)} \text{ (जहाँ } x \text{ प्रतिशत कमी है)}$$

$$= \frac{100 \times 10}{(100 - 10)} = \frac{1000}{90} = 11\frac{1}{9} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 42. सामान्य समझ पर

निष्कर्ष 1. श्याम अपने वेतन का 22% बचत करता है जो कि 1540 रु. के बराबर है अर्थात्

$$\text{वेतन का } 22\% = 1540 \text{ है}$$

$$\text{तो वेतन अर्थात् } 100\% = \frac{1540}{22} \times 100$$

$$= 7,000 \text{ रु.}$$

निष्कर्ष 2. राम का वेतन एवं श्याम का वेतन समान है

अतः राम की बचत 14% है अर्थात् वेतन का 14%

$$= 7,000 \times \frac{14}{100} \Rightarrow 980 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर

अतः राम की बचत 980 रु. है।



हल 43. भिन्न के नियम से

धन में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे-
(i) 100 एवं 80 तथा (ii) 100 एवं 30। प्रश्न में प्रारंभ की राशि पूछा जा रहा है इसलिए, पहले अर्थात् अंश के रूप में 100 और हर के रूप में गणना के अंकों का दूसरा अंक नीलम की प्रारंभिक राशि

$$= 3600 \times \frac{100}{80} \times \frac{100}{30}$$

$$= 15,000 \text{ रु.}$$

अतः नीलम की आय 15,000 रु. है।

⇒ उत्तर



हल 44. गुणा-भाग विधि

वेतन पर

$$\text{प्रथम परिवर्तन} \times \text{द्वितीय परिवर्तन} = \text{वास्तविक परिवर्तन}$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 = 100$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 8.5 \times 10.5 = 89.25$$

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है वेतन पर वास्तविक परिवर्तन 100 से घटकर 89.25 हो गया अर्थात् वेतन में प्रतिशत कमी = $100 - 89.25 = 10.75\%$

अतः कर्मी के वेतन में 10.75% की कमी हो जाएगी।

⇒ उत्तर



हल 45. सामान्य समझ पर

$$\text{खर्च} \quad + \text{बचत} \quad = \text{कुल आय}$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 75 \quad + \quad 25 \quad = \quad 100$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 82.5 \quad + \quad ? \quad = \quad 120$$

(10% वृद्धि पर) (20% वृद्धि पर)

निष्कर्ष 1. बचत ज्ञात करने के लिए कुल आय से परिवर्तित खर्च घटाना होगा अर्थात् बचत = $120 - 82.5 = 37.5$

निष्कर्ष 2. स्पष्ट है बचत 25 से बढ़कर 37.5 हो गई अर्थात् वृद्धि = $37.5 - 25.0 = 12.5$ बी।

निष्कर्ष 3. चूंकि 25 बचत पर वृद्धि = 12.5 की है

तो 100 बचत पर प्रतिशत वृद्धि

$$= \left(\frac{12.5}{25} \times 100 \right) \% = 50\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः अरविंद के बचत में 50% वृद्धि होगी।

यदि प्रतिशत जानकारी मांगी गयी है तो 100 मानकर आसानी से उपर्युक्त विधि के अनुसार प्रश्न हल कर सकते हैं। गांव की वास्तविक जनसंख्या 25000 के प्रयोग की कोई आवश्यकता नहीं होगी।



हल 53. सामान्य समझ पर

कुल मत = 100%
 विजेता उम्मीदवार (57%) हारा उम्मीदवार (43%)

निष्कर्ष 1. विजेता उम्मीदवार ने कुल मत का 57% मत प्राप्त किया जबकि हारे हुए उम्मीदवार ने कुल मत का 43% मत प्राप्त किया।

निष्कर्ष 2. इनका प्रतिशत अंतर 14% (57 - 43) है जो कि 42,000 मत के बराबर है।

निष्कर्ष 3. चूंकि कुल मत का 14% = 42,000 है

$$\begin{aligned} \text{तो कुल मत अर्थात् } 100\% &= \frac{42,000}{14} \times 100 \\ &= 3,00,000 \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

अतः कुल मतों की संख्या 3,00,000 है।



हल 54. गुणा-भाग विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{कीमत} & \times & \text{व्यय/खपत} & = & \text{व्यय-भार} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{पूर्व} \rightarrow 10 \times 10 = 100 \text{ रु.} \\ \text{परिवर्तित} \rightarrow 12 \times ? = 100 \text{ रु.} \end{array}$$

निष्कर्ष 1. उपभोग या खपत ज्ञात करने के लिए व्यय-भार में

$$\begin{aligned} \text{परिवर्तित कीमत से भाग देना होगा अर्थात् उपभोग} &= \frac{100}{12} \\ &= \frac{25}{3} \text{ या } 8\frac{1}{3} \end{aligned}$$

निष्कर्ष 2. स्पष्ट है उपभोग/खपत 10 से घटकर $\frac{25}{3}$ हो गई

$$\text{अर्थात् कमी} = 10 - \frac{25}{3} = \frac{5}{3} \text{ की है।}$$

निष्कर्ष 3. चूंकि उपभोग 10 पर कमी = $\frac{5}{3}$ की है

$$\begin{aligned} \text{तो उपभोग 10 पर प्रतिशत कमी} &= \left(\frac{5}{3 \times 10} \times 100 \right) \% \\ &= 16\frac{2}{3} \% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

अतः दूध के उपभोग में = $16\frac{2}{3} \%$ कमी करनी होगी।



हल 55. गुणा-भाग विधि

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{लंबाई} & \times & \text{चौड़ाई} & = & \text{क्षेत्रफल} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 1 \times 1 = 1$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 2 \times 2 = 4$$

निष्कर्ष 1. स्पष्ट है आयत का क्षेत्रफल परिवर्तित लंबाई एवं चौड़ाई पर 1 वर्ग मीटर से बढ़कर 4 वर्ग मीटर हो गया। अर्थात् वृद्धि = 4 - 1 = 3 वर्ग मीटर की।

निष्कर्ष 2. चूंकि 1 वर्ग मीटर पर वृद्धि = 3 वर्ग मीटर की

$$\begin{aligned} \text{तो 100 वर्ग मीटर पर प्रतिशत वृद्धि} &= \left(\frac{3}{1} \times 100 \right) \% \\ &= 300\% \end{aligned}$$

अतः आयत के क्षेत्रफल में 300% की वृद्धि होगी।

⇒ उत्तर

परीक्षा प्रश्न



प्रश्न 1. रोहित ने अपनी कार अमित को लागत मूल्य से 10% कम पर बेच दी। अमित ने कार की मरम्मत करवाने में रु. 5,000 खर्च किए। फिर उसने वह कार राजेश को कुल लागत से 20%अधिक पर बेच दी जो रु. 1,00,000 के बराबर है। कार की मूल कीमत (सौ के निकटतम अंकों में) ज्ञात कीजिए।

- (a) रु. 97,000 (b) रु. 83,000
(c) रु. 93,000 (d) रु. 87,000

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना रोहित के लिए कार की लागत मूल्य x रु. है।

$$\text{अमित द्वारा कार का क्रय मूल्य} = x \times \frac{90}{100} \Rightarrow \frac{9x}{10}$$

$$\text{मरम्मत सहित कार का मूल्य} = \frac{9x}{10} + 5000$$

अब प्रश्न से

$$\left(\frac{9x}{10} + 5000\right) \times \frac{120}{100} = 100000$$

$$\frac{9x}{10} + 5000 = 100000 \times \frac{100}{120}$$

$$\frac{9x}{10} = 83333.33 - 5000$$

$$= 78333.33$$

$$x = \frac{78333.33 \times 10}{9}$$

$$= 87,037.11$$

$$= 87,000 \text{ लगभग}$$



सामान्य समझ पर

विपरीत क्रम से चलकर उत्तर प्राप्ति हेतु समीकरण-

$$\left[\left(100000 \times \frac{100}{120} \right) - 5000 \right] \frac{100}{90}$$

$$= 87037 \Rightarrow 87000 \text{ लगभग}$$



प्रश्न 2. एक परीक्षार्थी को किसी परीक्षा में 20% अंक प्राप्त हुए और वह 30 अंकों से फेल हो गया, किंतु यदि वह 32% अंक प्राप्त करता, तो उसे न्यूनतम उत्तीर्णांक से 42 अंक अधिक प्राप्त होते। उत्तीर्णांक प्रतिशत ज्ञात करें।

- (a) 20% (b) 25%
(c) 12% (d) 52%

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना पूर्णांक = x

प्रश्नानुसार

$$\frac{x \times 20}{100} + 30 = \frac{x \times 32}{100} - 42$$

$$\frac{x}{5} + 30 = \frac{8x}{25} - 42$$

$$\frac{8x}{25} - \frac{x}{5} = 72$$

$$\frac{8x - 5x}{25} = 72$$

$$3x = 72 \times 25$$

$$x = \frac{72 \times 25}{3} \Rightarrow 600 \text{ अंक}$$

$$\therefore \text{उत्तीर्णांक} = \frac{x \times 20}{100} + 30$$

$$= \frac{600 \times 20}{100} + 30$$

$$= 120 + 30$$

$$= 150$$

$$\text{उत्तीर्णांक प्रतिशत} = \frac{150}{600} \times 100 \Rightarrow 25\%$$



प्रतिशत व्यवहार विधि

$$\text{दोनों स्थिति में अभ्यर्थी के अंकों के बीच प्रतिशत अंतर} = (32 - 20)$$

$$= 12\%$$

दोनों स्थिति में अभ्यर्थी के अंकों का अंतर = 30 + 42 = 72

अर्थात् 12% = 72

$$1\% = \frac{72}{12} = 6$$

$$\begin{aligned} \text{उत्तीर्णांक} &= 20\% + 30 \text{ अंक} \\ &= 20\% + 5\% = 25\% \end{aligned}$$

(क्योंकि 6 अंक = 1% अतः 30 अंक = 5%)

 **प्रश्न 3.** एक कंपनी की आय 20% प्रतिवर्ष बढ़ जाती है। यदि इसकी आय वर्ष 2012 में रु. 26,64,000 थी, तो वर्ष 2010 में कितनी थी?

- (a) रु. 28,20,000 (b) रु. 28,55,000
(c) रु. 18,50,000 (d) रु. 21,20,000

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)



हल : भिन्न के नियम से-

गणना के अंक होंगे = 100 एवं 120

$$\begin{aligned} \therefore \text{दो वर्ष पूर्व कंपनी की आय} &= 2664000 \times \frac{100}{120} \times \frac{100}{120} \\ &= 1850000 \text{ रु.} \end{aligned}$$

 **प्रश्न 4.** एक परीक्षा में 19% विद्यार्थी गणित में और 10% विद्यार्थी अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण होते हैं। यदि सारे विद्यार्थियों में से 7% विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण होते हैं, तो दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों की संख्या है—

- (a) सभी विद्यार्थियों का 36%
(b) सभी विद्यार्थियों का 64%
(c) सभी विद्यार्थियों का 71%
(d) सभी विद्यार्थियों का 78%

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)



हल : सामान्य समझ पर

गणित में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 19%

अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण विद्यार्थी = 10%

दोनों विषय में अनुत्तीर्ण विद्यार्थियों का प्रतिशत = 7%

\therefore कुल अनुत्तीर्ण विद्यार्थियों का प्रतिशत = (19 + 10 - 7) \Rightarrow 22%

\therefore दोनों विषयों में उत्तीर्ण विद्यार्थियों का कुल प्रतिशत = (100 - 22)% = 78%



प्रश्न 5. एक गांव में महामारी फैली जिससे 5% जनसंख्या की मृत्यु हो गई शेष में से 20% आर्तकित हो कर भाग गए। यदि वर्तमान जनसंख्या 4655 है, तो गांव की मूलरूप से जनसंख्या कितनी थी?

- (a) 6000 (b) 5955
(c) 5995 (d) 6125

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना गांव की जनसंख्या x थी।

5% जनसंख्या की मृत्यु हो गई, तो शेष जनसंख्या

$$= x - x \times \frac{5}{100} = \frac{19x}{20}$$

चूंकि शेष जनसंख्या का 20% आर्तकित होकर भाग गए।

$$\begin{aligned} \text{शेष जनसंख्या} &= \frac{19x}{20} - \frac{19x}{20} \times 20\% \\ &= \frac{19x}{20} - \frac{19x}{20} \times \frac{20}{100} \\ &= \frac{19x}{20} - \frac{19x}{100} \\ &= \frac{95x - 19x}{100} = \frac{76x}{100} \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार

$$\therefore \frac{76x}{100} = 4655$$

$$x = \frac{4655 \times 100}{76} \Rightarrow 6125$$

अतः गांव की मूल जनसंख्या 6125 थी।



भिन्न के नियम से

गांव की जनसंख्या में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे—

(i) 100 एवं 95 तथा (ii) 100 एवं 80।

अतः गांव की प्रारंभिक जनसंख्या थी $= 4655 \times \frac{100}{95} \times \frac{100}{80}$
 $= \frac{4655 \times 100}{76} = 6125$



प्रश्न 6. एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है। उसकी आय 20% बढ़ जाती है और वह अपना खर्च 10% बढ़ा लेता है। उसकी बचत कितनी बढ़ेगी?

- (a) 50% (b) 10%
 (c) $37\frac{1}{2}$ % (d) 25%

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

माना व्यक्ति की आय 100 रु. है।

∴ बचत = 100 - 75 = 25 रु.

अब आय 20% बढ़ने पर खर्च 10% बढ़ जाता है। अर्थात्

$$\text{आय} = 100 \times \frac{120}{100} = 120 \text{ रु.}$$

$$\text{खर्च} = 75 + \left(75 + \frac{10}{100}\right) = 82.5 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{नई बचत} = 120 - 82.5 = 37.5 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{बचत में हुई वृद्धि \%} = \frac{37.5 - 25}{25} \times 100$$

$$= \frac{12.5}{25} \times 100 \Rightarrow 50\%$$



हल : सामान्य समझ पर

$$\text{खर्च} + \text{बचत} = \text{कुल आय}$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 75 + 25 = 100$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 82.5 + ? = 120$$

स्पष्ट है बचत जानने के लिए कुल आय में से खर्च घटाना होगा अर्थात् बचत = 120 - 82.5 = 37.5 रु.

अब बचत 25 रु. से बढ़कर 37.5 रु. हो गई यानी बचत में 37.5 - 25.0 = 12.5 रु. की वृद्धि हुई

$$\therefore \text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{12.5}{25} \times 100 = 50\%$$



प्रश्न 7. एक सरकारी सहायता प्राप्त विद्यालय में लड़कों और लड़कियों की संख्या का अनुपात 3 : 2 है। 20% लड़कों और 25% लड़कियों को छात्रवृत्ति नहीं मिलती। छात्रवृत्ति पाने वाले विद्यार्थियों की प्रतिशतता कितनी है?

- (a) 70% (b) 48%
 (c) 60% (d) 78%

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना विद्यालय में लड़कों की संख्या = 300

∴ लड़कियों की संख्या = 200

$$\therefore \text{छात्रवृत्ति पाने वाले लड़कों की संख्या} = 300 \times \frac{100-20}{100}$$

$$= 3 \times 80 \Rightarrow 240$$

$$\therefore \text{छात्रवृत्ति पाने वाली लड़कियां} = 200 \times \frac{(100-25)}{100}$$

$$= 2 \times 75 \Rightarrow 150$$

$$\therefore \text{छात्रवृत्ति पाने वाले कुल छात्र} = 240 + 150 \Rightarrow 390$$

$$\therefore \text{छात्रवृत्ति पाने वाले छात्रों का प्रतिशत} = \frac{390}{500} \times 100$$

$$= \frac{390}{5} \Rightarrow 78\%$$



चार्ट विधि

	लड़के	+	लड़कियां	=	कुल
अनुपात →	3	:	2		5
माना →	30		20		50
छात्रवृत्ति नहीं % →	20%		25%		-
छात्रवृत्ति नहीं →	6		5		11
छात्रवृत्ति पाने वाले →	24		15		39

छात्रवृत्ति पाने वाले 50 में 39; अतः 100 में 78 या 78%



प्रश्न 8. एक डिब्बे में 100 नीले गोले, 50 लाल गोले और 50 काले गोले हैं। 25% नीले गोले और 50% लाल गोले निकाल लिए गए। तब काले गोलों का प्रतिशत है—

- (a) $33\frac{1}{3}$ % (b) 40%

(c) 50% (d) 25%
S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

डिब्बे में 100 नीले गोले, 50 लाल गोले एवं 50 काले गोले हैं। इनमें से 25% नीले गोले और 50% लाल गोले निकाल लिए गए।

$$\therefore \text{शेष नीले गोले} = 100 \times \frac{(100-25)}{100} \Rightarrow 75$$

$$\text{शेष लाल गोले} = 50 \times \frac{100-50}{100} = 25$$

$$\text{डिब्बे में शेष बचे गोले} = 75 + 25 + 50 \Rightarrow 150$$

$$\therefore \text{डिब्बे में काले गोलों का प्रतिशत} = \frac{50}{150} \times 100 \Rightarrow 33\frac{1}{3}\%$$



चार्ट विधि

	नीले	लाल	काले	कुल
	↓	↓	↓	↓
	100	50	50	200
निकाले गये →	25%	50%	—	—
बचे गोले →	75	25	50	150
कुल बचे 150 गोलों में काले गोले =	50			

$$\text{काले गोलों का प्रतिशत} = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$



प्रश्न 9. यदि A, C से 50% बढ़ा हो और B, C से 25% बढ़ा हो, तो A, B से कितने प्रतिशत बढ़ा होगा?

- (a) 25% (b) 50%
(c) 75% (d) 20%

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2013
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना C का मान 100 है।

$$\begin{aligned} \text{A का मान} &= 100 + 100 \text{ का } 50\% \\ &= 100 + 50 \\ &= 150 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B का मान} &= 100 + 100 \text{ का } 25\% \\ &= 100 + 25 \\ &= 125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब B के सापेक्ष A के मान में प्रतिशत वृद्धि} &= \frac{150-125}{125} \times 100 \\ &= \frac{25}{125} \times 100 \\ &= 20\% \end{aligned}$$

अतः A, B से 20% बढ़ा है।



प्रश्न 10. किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए एक विद्यार्थी को 36% अंक अवश्य प्राप्त करने चाहिए। 190 अंक प्राप्त करने वाला एक विद्यार्थी 35 अंकों से फेल हो गया। उस परीक्षा के पूर्णांक हैं—

- (a) 500 (b) 625
(c) 810 (d) 450

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना परीक्षा के पूर्णांक = x अंक
अब प्रश्न से

$$\frac{x \times 36}{100} = 190 + 35$$

$$x = \frac{225 \times 100}{36} \Rightarrow 625$$

अतः परीक्षा के पूर्णांक 625 अंक थे। स्पष्ट है कि उत्तीर्णांक 36% = 190 + 35 = 225
चूंकि पूर्णांक का 36% = 225

$$\text{इसलिए पूर्णांक अर्थात् } 100\% = \frac{100}{36} \times 225 \Rightarrow 625$$

$$\text{कुल अंकों का } 36\% = 190 + 35 = 225$$

$$\text{कुल अंक} = \frac{100}{36} \times 225 = 625$$



हल : सामान्य समझ पर

$$\text{कुल अंकों का } 36\% = 190 + 35 = 225$$

$$\text{कुल अंक} = \frac{100}{36} \times 225 = 625$$



प्रश्न 11. 2008 से 2009 तक, एक पुस्तक की बिक्री 80% कम हो गई। यदि 2010 में बिक्री उतनी ही हुई जितनी 2008 में हुई थी, तो 2009 से 2010 में कितने प्रतिशत वृद्धि हुई?

- (a) 120% (b) 400%
(c) 80% (d) 100%

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2012

उत्तर—(b)



हल : सामान्य समझ पर

माना 2008 में पुस्तकों की संख्या 100 थी अब चूंकि 2008 से 2009 में पुस्तकों की बिक्री में 80% की कमी होती है। अतः 2009 के अंत में बिकी पुस्तकें = $100 - 80 \Rightarrow 20$
अब 2010 में 2008 के बराबर बिक्री हुई अर्थात् 2010 में भी 100 पुस्तकें बिकी।

अतः 2009 के सापेक्ष 2010 में बिकी पुस्तकों में % वृद्धि

$$= \frac{100 - 20}{20} \times 100$$

$$= \frac{80}{20} \times 100 \Rightarrow 400\% \text{ वृद्धि}$$



चार्ट विधि

2008	2009	2010
↓	↓	↓
100	20	100

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100 - 20}{20} \times 100 = 400\%$$



प्रश्न 12. पांच प्रश्नों वाले एक परीक्षा प्रश्न-पत्र में 5% परीक्षार्थियों ने उन सभी के उत्तर दिए और 5% ने किसी का भी नहीं। शेष में से 25% परीक्षार्थियों ने केवल एक प्रश्न का उत्तर दिया और 20% ने 4 प्रश्नों के उत्तर दिए। यदि 396 परीक्षार्थियों ने 2 या 3 प्रश्नों के उत्तर दिए, तो परीक्षा में बैठे परीक्षार्थियों की संख्या कितनी थी?

- (a) 800 (b) 1000
(c) 850 (d) 900

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

माना परीक्षा में बैठने वाले परीक्षार्थियों की संख्या 100 है।

∴ सभी प्रश्नों के उत्तर देने वाले एवं एक भी प्रश्न का उत्तर न देने वाले परीक्षार्थियों को छोड़कर शेष परीक्षार्थी = $100 - 5 - 5 \Rightarrow 90$
अब 2 से 3 प्रश्न के उत्तर देने वाले परीक्षार्थी

$$= 90 - 90 \text{ का } (25 + 20)\%$$

$$= 90 - 90 \times \frac{45}{100}$$

$$= 90 - 40.5$$

$$= 49.5$$

अब प्रश्न से-

$$\therefore 49.5\% = 396$$

$$\therefore 1\% = \frac{396}{49.5}$$

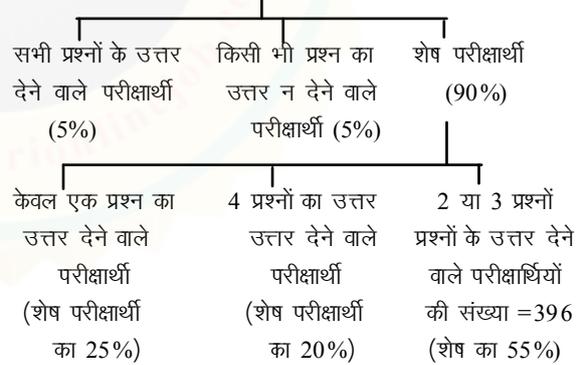
$$\therefore 100\% = \frac{396 \times 100}{49.5} = \frac{396000}{49.5} = 800$$

∴ परीक्षा में बैठे विद्यार्थी = 800



हल : सामान्य समझ पर

कुल परीक्षार्थियों की संख्या



उपर्युक्त चित्रात्मक प्रस्तुति से स्पष्ट है

$$\text{शेष परीक्षार्थी} = \text{शेष परीक्षार्थी का } (20 + 25)\% + 396$$

$$\text{शेष परीक्षार्थी} = \text{शेष परीक्षार्थी का } 45\% + 396$$

$$\therefore \text{शेष परीक्षार्थी का } 55\% = 396$$

$$\therefore \text{शेष परीक्षार्थी} = \frac{396}{55} \times 100$$

$$= 720$$

चूंकि शेष परीक्षार्थी अर्थात् कुल परीक्षार्थियों का 90% = 720

$$\therefore \text{कुल परीक्षार्थियों की संख्या} = \frac{720}{90} \times 100 = 800$$



प्रश्न 13. शेल्फ B में जितनी पुस्तकें हैं, शेल्फ A में उसकी 4/5 हैं। यदि A की 25% पुस्तकें B में अंतरित कर दी जाएं और फिर B से 25% पुस्तकें A में अंतरित कर दी जाएं, तो A में पुस्तकों की कुल संख्या का प्रतिशत होगा—

- (a) 25 (b) 50
(c) 75 (d) 100

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना शेल्फ B में 100 पुस्तकें हैं।

\therefore शेल्फ A में पुस्तकें = 100 का 4/5 = 80

\therefore पुस्तकों की कुल संख्या = 100 + 80 = 180

पहली शर्त से -

$$\text{B में पुस्तकें} = 100 + 80 \text{ का } 25\% = 100 + 20 \Rightarrow 120$$

दूसरी शर्त से -

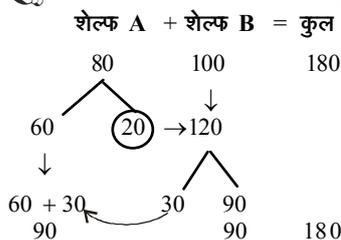
$$\text{A में पुस्तकें} = (80 - 20) + 120 \text{ का } 25\% = 60 + 30 \Rightarrow 90$$

\therefore अंत में शेल्फ A में पुस्तकों की संख्या, कुल पुस्तकों की

$$\text{संख्या का निम्न प्रतिशत होगा} = \frac{90}{180} \times 100 \Rightarrow 50\%$$



चार्ट विधि



स्पष्ट है दोनों शेल्फ में आधी-आधी अर्थात् 50-50% पुस्तकें हैं।



प्रश्न 14. मैंने रुपये 20,000 अर्जित किए और उसके 80% खर्च कर दिए। जब मेरी आय 20% और बढ़ गई, तो मैंने रुपये 5000 अधिक खर्च कर दिए। तदनुसार, उक्त वृद्धि के उपरांत मेरी बचत का प्रतिशत कितना रहा?

- (a) 15% (b) $14\frac{2}{7}\%$
(c) $12\frac{1}{2}\%$ (d) $18\frac{3}{4}\%$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

आय = 20000 रु., खर्च = 80% तथा बचत = 20%

$$\therefore \text{बचत का धन} = 20000 \text{ का } \frac{20}{100} = 4000 \text{ रु.}$$

आय में 20% की वृद्धि से नई आय

$$= 20000 \times \frac{120}{100} \Rightarrow 24000 \text{ रु.}$$

$$\text{खर्च में वृद्धि} = 5000 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{नया खर्च} = 20000 \times \frac{80}{100} + 5000 \Rightarrow 21000 \text{ रु.}$$

$$\text{बचत} = 24000 - 21000 \Rightarrow 3000 \text{ रु.}$$

अतः खर्च में वृद्धि के पश्चात् मेरी बचत का प्रतिशत

$$= \frac{3000}{24000} \times 100$$

$$= \frac{100}{8} \Rightarrow 12\frac{1}{2}\%$$



चार्ट विधि

आय	-	ब्यय	=	बचत
20,000		80%=16,000		4000
+ 4000		+ 5000		
24000		21000		3000

$$\text{बचत \%} = \frac{3000}{24000} \times 100 = 12\frac{1}{2}\%$$



प्रश्न 15. 9 सेमी. ऊंचाई और 18 सेमी. व्यास का टोस शंकु, 9 सेमी. त्रिज्या वाले एक टोस लकड़ी के गोले को काटकर बनाया गया है। तदनुसार, नष्ट की गई लकड़ी कितने प्रतिशत है?

- (a) 25 (b) 30

(c) 50

(d) 75

S.S.C. F.C.I. परीक्षा, 2012

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

नष्ट की गई लकड़ी का आयतन

= गोले का आयतन - शंकु का आयतन

$$= \frac{4}{3}\pi(9)^3 - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{18}{2}\right)^2 \cdot 9$$

$$= \frac{4}{3}\pi(9)^3 - \frac{1}{3}\pi(9)^2 \cdot 9$$

$$= \frac{1}{3}\pi(9)^3 [4 - 1]$$

$$= \frac{1}{3}\pi(9)^3 \times 3$$

$$= \pi(9)^3$$

अतः नष्ट की गई लकड़ी प्रारंभिक लकड़ी का प्रतिशत

$$= \frac{\pi(9)^3}{\frac{4}{3}\pi(9)^3} \times 100$$

$$= \frac{300}{4} = 75\%$$



प्रश्न 16. एक सेब की कीमत एक केले की दोगुनी है और एक केले की अमरुद की तुलना में 25% कम है। तदनुसार यदि हर फल की कीमत में 10% वृद्धि हो जाए, तो 4 केलों, 2 सेबों तथा 3 अमरुदों की कीमत कितने प्रतिशत बढ़ जाएगी?

(a) 10%

(b) 12%

(c) 16%

(d) 18%

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-1) परीक्षा, 2011

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

माना अमरुद की कीमत x रु. है।

$$\therefore \text{केले की कीमत} = x \text{ का } \frac{100 - 25}{100}$$

$$= \frac{3x}{4}$$

$$\therefore \text{सेब की कीमत} = 2 \times \frac{3x}{4} = \frac{3x}{2}$$

$$10\% \text{ वृद्धि के पश्चात् सेब का नया मूल्य} = \frac{3x}{2} \text{ का } 110\% \Rightarrow \frac{33x}{20}$$

$$10\% \text{ वृद्धि के पश्चात् केले की कीमत} = \frac{3x}{4} \text{ का } 110\% \Rightarrow \frac{33x}{40}$$

$$10\% \text{ वृद्धि के पश्चात् अमरुद की कीमत} = x \text{ का } 110\% \Rightarrow \frac{11x}{10}$$

अब 4 केले, 2 सेब तथा 3 अमरुद का प्रारंभिक मूल्य

$$= 4 \times \frac{3x}{4} + 2 \times \frac{3x}{2} + 3 \times x$$

$$= 3x + 3x + 3x$$

$$= 9x$$

4 केले, 2 सेब तथा 3 अमरुद का नया मूल्य

$$= 4 \times \frac{33x}{40} + 2 \times \frac{33x}{20} + 3 \times \frac{11x}{10}$$

$$= \frac{33x}{10} + \frac{33x}{10} + \frac{33x}{10}$$

$$= 9.9x$$

$$\text{अब कीमत में \% वृद्धि} = \frac{9.9x - 9x}{9x} \times 100$$

$$= \frac{.9x}{9x} \times 100$$

$$= 10\%$$



चार्ट विधि

सेब + केला + अमरुद = कुल

माना \rightarrow 6 रु. 3 रु. 4 रु.

$\times 2$ $\times 4$ $\times 3$

12 12 12 36 रु.

चूंकि सभी फलों की कीमत समान है अतः कुल कीमत भी 10% ही बढ़ेगी।



प्रश्न 17. एक विद्यार्थी ने किसी संख्या को $\frac{5}{3}$ से गुणा करने के

स्थान पर इसे $\frac{3}{5}$ से गुणा कर दिया, परिक्लन में त्रुटि प्रतिशत कितना है?

(a) 44%

(b) 34%

(c) 54%

(d) 64%

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना संख्या a है।

$$\text{प्रथम स्थिति में गुणनफल} = a \times \frac{5}{3} = \frac{5a}{3}$$

$$\text{द्वितीय स्थिति में गुणनफल} = a \times \frac{3}{5} = \frac{3a}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{अंतर} &= \frac{5a}{3} - \frac{3a}{5} \\ &= \frac{25a - 9a}{15} \\ &= \frac{16a}{15} \end{aligned}$$

$$\text{प्रतिशत त्रुटि} = \frac{16a}{15} \times \frac{3}{5a} \times 100 = 64\%$$



सूत्र विधि-

$$\begin{aligned} \text{परिकलन में प्रतिशत त्रुटि} &= \frac{(5 \times 5) - (3 \times 3)}{5 \times 5} \times 100 \\ &= \frac{16}{25} \times 100 \Rightarrow 64\% \end{aligned}$$



सामान्य समझ पर

माना संख्या 300 है।

$$\begin{aligned} 3/5 \text{ से गुणा करने पर} &= 300 \times \frac{3}{5} \\ &= 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{जबकि वास्तविक गुणा} &= 300 \times \frac{5}{3} \\ &= 500 \text{ होना चाहिए} \end{aligned}$$

$$\text{त्रुटि} = 500 - 180 = 320$$

$$\text{चूंकि 500 पर त्रुटि} = 320$$

$$\begin{aligned} 100 \text{ पर प्रतिशत त्रुटि} &= \frac{320}{500} \times 100 \\ &= 64\% \end{aligned}$$



प्रश्न 18. दो संख्याएं x तथा y , किसी तीसरी संख्या से क्रमशः 20% तथा 50% अधिक हैं। x, y के कितने प्रतिशत के बराबर है?

(a) 30
(c) 60

(b) 45
(d) 80

S.S.C. (डाटा एंट्री ऑपरेटर) परीक्षा, 2009

S.S.C. मल्टी टॉस्किंग परीक्षा, 2011

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001, 2009

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2003

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना तीसरी संख्या z है।

$$x = \frac{120z}{100}$$

$$\text{तथा } y = \frac{150z}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट प्रतिशत} &= \frac{\frac{120z}{100}}{\frac{150z}{100}} \times 100 \\ &= \frac{4}{5} \times 100 = 80 \end{aligned}$$



सामान्य समझ पर

माना तीसरी संख्या 100 है।

$$\text{तो पहली संख्या} = 100 + \frac{100 \times 20}{100} = 120$$

$$\therefore \text{दूसरी संख्या} = 150$$

$$\text{अतः अभीष्ट प्रतिशत} = \frac{120}{150} \times 100 \Rightarrow 80\%$$



प्रश्न 19. एक लड़के द्वारा अपने जेब खर्च का 80% एक साथी को तथा बची हुई राशि का 6% दूसरे साथी को देने के उपरांत, उसके पास 47 पैसे शेष रहते हैं। आरंभ में लड़के के पास कितना जेब खर्च था?

(a) 2 रु.

(b) 2.50 रु.

(c) 5 रु.

(d) 10 रु.

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना कि लड़के का जेब खर्च आरंभ में x रुपया है।
प्रश्नानुसार

$$x - x \times \frac{80}{100} = \frac{x}{5} \text{ (पहला साथी)}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{x}{5} \times \frac{6}{100} = \frac{47}{100}$$

या
$$\frac{100x - 6x}{500} = \frac{47}{100}$$

या
$$\frac{94x}{500} = \frac{47}{100}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} = 2.50 \text{ रुपये}$$



सामान्य समझ पर

स्पष्ट है बची हुई राशि जेब खर्च का है = 20%

$$20\% \text{ का } 6\% = \frac{6}{100} = 1.2$$

$$\therefore 20 \text{ का } 94\% = \frac{1.2}{6} \times 94 \Rightarrow 18.8$$

\therefore कुल जेब खर्च का 18% = 47 पैसा

$$\therefore \text{कुल जेब खर्च} = \frac{47}{18.8} \times 100 \\ = 250 \text{ पैसा} \Rightarrow 2.50 \text{ रु.}$$



भिन्न का नियम

$$\text{जेब खर्च} = 47 \times \frac{100}{94} \times \frac{100}{20} \Rightarrow 2.50 \text{ रु.}$$



प्रश्न 20. एक कक्षा में 50 बच्चे हैं। उनमें से 4% के पास कोई वर्दी (यूनिफॉर्म) नहीं है। शेष 96% में से 1/3 बच्चे वर्दी का केवल एक भाग पहन रहे हैं। शेष बच्चों के पास पूरी वर्दी है। पूरी वर्दी (यूनिफॉर्म) कितने बच्चे पहन रहे हैं?

- (a) 26 (b) 32
(c) 34 (d) 30

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2011

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

कक्षा में कुल बच्चों की संख्या = 50

बिना यूनिफॉर्म वाले बच्चों की संख्या = 50 का 4%
= 2

शेष बच्चे = 50 - 2 \Rightarrow 48

यूनिफॉर्म का केवल एक भाग पहनने वाले बच्चों की संख्या
= 48 का 1/3

= 16

शेष पूरी यूनिफॉर्म पहनने वाले बच्चों की संख्या = 50 - (2 + 16)
= 50 - 18 \Rightarrow 32



प्रश्न 21. विनोद ने एक मारुति वैन रुपये 1,96,000 में खरीदी। उसमें मूल्य हास की दर $14\frac{2}{7}\%$ है। तदनुसार,

दो वर्षों के बाद उसका मूल्य कितना रह जाएगा?

- (a) 1,44,000 रु. (b) 1,40,000 रु.
(c) 1,68,000 रु. (d) 1,70,000 रु.

R.R.B. चंडीगढ़ (A.S.M./G..G./C.A./T.A.) परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

मारुति वैन का मूल्य = 196000, मूल्य हास = $14\frac{2}{7}\%$

अब पहले वर्ष के अंत में मारुति का मूल्य

$$= 196000 - \frac{196000 \times \frac{100}{7} \times 1}{100}$$

$$= 196000 - 28000$$

$$= 168000$$

दूसरे वर्ष के अंत में मारुति का मूल्य

$$= 168000 - \frac{168000 \times \frac{100}{7} \times 1}{100}$$

$$= 168000 - 24000 \Rightarrow 1,44,000 \text{ रुपये}$$

नोट : भिन्न के नियम से स्वयं हल करें



प्रश्न 22. किसी बिल की राशि पर यदि 35% छूट तथा दो क्रमिक छूट 20% तथा 20% में अंतर 22 रु. हो, तो बिल की राशि कितनी थी?

- (a) 100 रु. (b) 200 रु.

(c) 2200 रु.

(d) जानकारी अधूरी है

R.S.C. महेन्द्रघाट परीक्षा, 2001

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना बिल की राशि x रु. थी।

$$\therefore 35\% \text{ का छूट} = x \times \frac{35}{100} \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \text{अब } 20\% \text{ तथा } 20\% \text{ की समतुल्य छूट} &= -20 - 20 + \frac{-20 \times -20}{100} \\ &= -36\% \Rightarrow 36\% \quad (- \text{ छूट दर्शाता है}) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दूसरी छूट} = x \times \frac{36}{100} \text{ रु.}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{36x}{100} - \frac{35x}{100} = 22$$

$$\therefore \frac{x}{100} = 22 \Rightarrow x = 2200$$



सामान्य समझ पर

20% तथा 20% का समतुल्य छूट -35% छूट = 22 रु.

$$36\% - 35\% = 22$$

$$1\% = 22$$

$$\therefore 100\% = 2200$$



प्रश्न 23. एक वस्तु का दाम P% से बढ़ाया गया। बाद में यह नया दाम P% से घटाया गया। अगर अधुनातन दाम 1 रुपये हो, तो उसका मूल दाम था-

(a) 1 रुपये

(b) $1 - P^2/200$

(c) रु. $\frac{10000}{(1000 - P^2)}$

(d) रु. $\frac{\sqrt{1 - P^2}}{100}$

R.R.B. त्रिवेन्द्रम (Asst. Driv.) परीक्षा, 2004

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना वस्तु का मूल दाम x रु. था।

$$\therefore x \times \frac{(100+P)}{100} \times \frac{(100-P)}{100} = 1$$

$$\therefore x = \frac{10000}{(100+P)(100-P)} \Rightarrow \frac{10000}{(10000 - P^2)} \text{ रु.}$$



प्रश्न 24. किसी परीक्षा में पांच प्रश्न हल करने का निर्देश दिया गया, 5% परीक्षार्थियों ने सभी पांच प्रश्नों को हल किया तथा 5% परीक्षार्थियों ने किसी भी प्रश्न को हल नहीं किया। तब शेष परीक्षार्थियों के 25% ने केवल एक प्रश्न तथा 20% परीक्षार्थियों ने चार प्रश्न हल किए थे। यदि कुल परीक्षार्थियों के $24\frac{1}{2}\%$ ने दो प्रश्न हल किए तथा 200 परीक्षार्थियों ने तीन प्रश्न हल किए, तो परीक्षा में कुल कितने परीक्षार्थी सम्मिलित हुए थे?

(a) 600

(b) 800

(c) 1000

(d) 700

R.R.B. भोपाल (G.G.) परीक्षा, 2001

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना कुल परीक्षार्थियों की संख्या x थी।

$$\therefore 5 \text{ प्रश्न करने वालों की संख्या} = x \times 5\% \Rightarrow$$

$$x \times \frac{5}{100} = \frac{x}{20}$$

किसी भी प्रश्न को न हल करने वाले परीक्षार्थी $\frac{3}{4} x \times 5\%$

$$= \frac{5x}{100} \Rightarrow \frac{x}{20}$$

$$\therefore \text{शेष परीक्षार्थी} = x - \left(\frac{x}{20} + \frac{x}{20} \right) \Rightarrow x - \frac{x}{10} = \frac{9x}{10}$$

$$\text{केवल एक प्रश्न हल करने वालों की संख्या} = \frac{9x}{10} \times \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{9x}{40}$$

$$\text{चार प्रश्न हल करने वालों की संख्या} = \frac{9x}{10} \times \frac{20}{100} \Rightarrow \frac{9x}{50}$$

$$\text{दो प्रश्न हल करने वालों की संख्या} = x \times \frac{49}{2}\% \Rightarrow x \times \frac{49}{200} = \frac{49x}{200}$$

परंतु तीन प्रश्न हल करने वालों की संख्या

$$= x - \left[\frac{x}{20} + \frac{x}{20} + \frac{9x}{40} + \frac{9x}{50} + \frac{49x}{200} \right]$$

$$= x - \left[\frac{10x + 10x + 45x + 36x + 49x}{200} \right]$$

$$= x - \frac{150x}{200} \Rightarrow \frac{50x}{200}$$

$$\therefore \frac{50x}{200} = 200 \Rightarrow x = 800$$



चार्ट विधि

5 प्रश्न	0 प्रश्न	1 प्रश्न	4 प्रश्न	2 प्रश्न	कुल
↓	↓	↓	↓	↓	↓
5%	5%	22.5%	18%	24.5%	75%

3 प्रश्न = $100 - 75 = 25\%$
 $25\% = 200$

कुल विद्यार्थी = $\frac{100}{25} \times 200 \Rightarrow 800$



प्रश्न 25. एक औरत के पास एक निश्चित संख्या में आम हैं जिनमें 13% खराब है? वह बचे हुए आमों में से 75% दान कर देती है, और उसके बाद 261 आम बच जाते हैं। उस औरत के पास कुल कितने आम थे?

- (a) 1300 (b) 1250
(c) 1200 (d) 610

R.R.C. कोलकाता (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना आमों की संख्या x है
प्रश्नानुसार

खराब आमों की संख्या x का $13\% = x \times \frac{13}{100} \Rightarrow \frac{13x}{100}$

अब शेष बचे आम = $x - \frac{13x}{100} = \frac{87x}{100}$

पुनः

दान किए गए आमों की संख्या = $\frac{87x}{100} \times 75\%$

= $\frac{87x}{100} \times \frac{75}{100} = \frac{87x}{100} \times \frac{3}{4}$

अब शेष बचे आम = $\frac{87x}{100} - \left(\frac{87x}{100} \times \frac{3}{4}\right)$

$261 = \frac{87x}{100} \left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$261 = \frac{87x}{100} \times \frac{1}{4}$

$x = \frac{261 \times 100 \times 4}{87} \Rightarrow 1200$ आम



भिन्न के नियम से

आम की संख्या में कमी हो रही है। अतः गणना के अंक होंगे—

(i) 100 एवं 87 तथा (ii) 100 एवं 25।

औरत के पास प्रारंभ में आमों की संख्या

= $261 \times \frac{100}{87} \times \frac{100}{25}$

= 1200 आम



26. पेनों के मूल्य में 30% की वृद्धि के कारण रु. 7.80 में 6 पेन कम मिलते हैं। पेनों का वर्तमान मूल्य प्रति दर्जन कितना है?

- (a) 5.32 (b) 6.52
(c) 4.68 (d) 3.58

R.R.C. मुंबई (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना एक पेन का पुराना मूल्य x रु. है।

वर्तमान मूल्य = $x \times \frac{130}{100} = \frac{13x}{10}$ रु.

7.80 रु. में पुराने मूल्य पर पेनों की संख्या = $\frac{7.80}{x}$

7.80 रु. में नए मूल्य पर पेनों की संख्या = $\frac{7.80}{\frac{13x}{10}}$

= $\frac{7.80 \times 10}{13x} \Rightarrow \frac{6}{x}$

प्रश्नानुसार $\frac{7.80}{x} - \frac{6}{x} = 6$

$\frac{1.8}{x} = 6$

$x = \frac{1.8}{6} \Rightarrow .3$

अतः एक पेन का वर्तमान मूल्य = $\frac{.3 \times 13}{10} \Rightarrow .39$ रु.

∴ एक दर्जन पेनों का वर्तमान मूल्य = $.39 \times 12 = 4.68$ रु.



सामान्य समझ पर

7.80 का 30% = 2.34

6 पेनों का बढ़ा मूल्य = 2.34

12 पेनों का बढ़ा अर्थात् वर्तमान मूल्य = 2.34×2

= 4.68 \Rightarrow उत्तर



प्रश्न 27. एक निश्चित मद के मूल्य में 15% वृद्धि होती है। यदि उपभोक्ता उस मद पर अपना व्यय पहले जितना ही रखना चाहे, तो उसे उस मद की खपत कितने प्रतिशत कम करनी चाहिए?

(a) $10\frac{20}{23}\%$

(b) $13\frac{1}{23}\%$

(c) $16\frac{2}{3}\%$

(d) $12\frac{2}{13}\%$

R.R.C. हाजीपुर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

R.R.C. रांची (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना प्रारंभ में मद का मूल्य 100 रु. है।

अतः 15% वृद्धि के बाद मूल्य होगा = $100 \times \frac{115}{100} \Rightarrow 115$ रु.

पुनः प्रारंभिक मूल्य लाने के लिए वृद्धि मूल्य में प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{115-100}{115} \right) \times 100$$

$$= \frac{15}{115} \times 100 \Rightarrow 13\frac{1}{23}\%$$



गुणा-भाग विधि

कीमत \times खपत = व्यय भार

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

पूर्व $\rightarrow 10 \times 10 = 100$ रु.

परिवर्तित $\rightarrow 11.5 \times ? = 100$ रु.

परिवर्तित कीमत पर खपत/उपभोग = $\frac{100}{11.5}$

स्पष्ट है उपभोग 10 से घटकर = $\frac{100}{11.5}$ हो गया

$$\text{कमी} = 10 - \frac{100}{11.5} \Rightarrow \frac{15}{11.5}$$

$$\text{चूंकि उपभोग पर कमी} = \frac{15}{11.5}$$

$$\therefore \text{उपभोग पर प्रतिशत कमी} = \frac{15 \times 100}{11.5 \times 10}$$

$$= 13\frac{1}{23}\%$$



प्रश्न 28. एक वस्तु के मूल्य में 10% की कमी होने पर, एक दुकानदार 45000 रु. में 25 और अधिक वस्तुओं को खरीद सकता है, तो वस्तु का वास्तविक मूल्य ज्ञात करें—

(a) 100 रुपये

(b) 150 रुपये

(c) 200 रुपये

(d) इनमें से कोई नहीं

R.R.C. सिकंदराबाद (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना वस्तु का वास्तविक मूल्य x रुपये है।

\therefore 10% की कमी होने पर वास्तविक मूल्य = $x \times \left(\frac{100-10}{100} \right)\%$

$$= \frac{9x}{10}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{45000}{x} + 25 = \frac{45000}{\frac{9x}{10}}$$

$$\therefore \frac{45000 \times 10}{9x} - \frac{45000}{x} = 25$$

$$\therefore 45000 \left(\frac{10}{9x} - \frac{9}{9x} \right) = 25$$

$$\therefore \frac{45000}{9x} = 25$$

$$\therefore x = \frac{45000}{25 \times 9} \Rightarrow 200 \text{ रुपये}$$



सामान्य समझ पर

वस्तु के मूल्य में 10% कमी होने पर 25 वस्तुएं अधिक प्राप्त होती हैं।

स्पष्ट है कि 45,000 का 10% में 25 वस्तुएं प्राप्त होंगी।

$$45000 \times \frac{10}{100} = 25 \text{ वस्तुओं का मूल्य कमी पर}$$

$$4500 = 25 \text{ वस्तु का मूल्य कमी पर}$$

$$\therefore \text{ एक वस्तु का मूल्य कमी पर} = \frac{4500}{25} \Rightarrow 180 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः पूर्व में एक वस्तु का वास्तविक मूल्य} = 180 \times \frac{100}{90} \Rightarrow 200 \text{ रु.}$$

इस तरह भी समझें-

वस्तु के मूल्य में 10% की कमी पर 4500 रु. में 25 वस्तु अधिक प्राप्त होती है।

$$45000 \text{ का } 10\% = 4500 \text{ रु.}$$

$$25 \text{ वस्तु का मूल्य} = 4500 \text{ रु.}$$

$$1 \text{ वस्तु का मूल्य} = \frac{4500}{25} = 180 \text{ रु.}$$

वस्तु के मूल्य में 10% की कमी (90%) पर मूल्य = 180

$$100\% \text{ पर मूल्य} = \frac{180}{90} \times 100$$

$$= 200 \text{ रु.}$$



प्रश्न 29. राहुल ने प्रथम सेमेस्टर में 75 अंक प्राप्त किए हैं एवं द्वितीय सेमेस्टर में उसे 90 अंक मिले हैं। राहुल के परिणाम में कितना प्रतिशत सुधार आया है?

- (a) 15% (b) 20%
(c) 25% (d) 30%

R.R.C. भुवनेश्वर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

राहुल के प्रथम सेमेस्टर में अंक = 75

राहुल के द्वितीय सेमेस्टर में अंक = 90

इस प्रकार राहुल के परिणाम में सुधार का प्रतिशत

$$= \frac{90-75}{75} \times 100$$

$$= \frac{15}{75} \times 100 \Rightarrow 20\%$$



प्रश्न 30. किसी कम्पनी का कुल उत्पादन मूल्य 26,450 रु. था और विभिन्न गतिविधियों पर प्रतिशत व्यय निम्नांकित था- कच्चा माल 64%, ऊपरी व्यय 11%, वेतन 15%, पैकेजिंग 10%। कच्चे माल पर कुल खर्च था।

- (a) 16,485 रु. (b) 16,530 रु.
(c) 16,928 रु. (d) 17,116 रु.

U.P.P.C.S. (Spl) (Mains) 2004

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

कम्पनी का कुल उत्पादन व्यय = 26,450 रु.

कच्चे माल पर प्रतिशत व्यय = 64%

$$\text{कच्चे माल पर व्यय राशि} = \frac{26450 \times 64}{100} = 16928 \text{ रु.}$$



प्रश्न 31. यदि किसी घन की भुजा 20% बढ़ा दी जाये, तो उसका आयतन बढ़ जायेगा-

- (a) 32.8% (b) 37.5%
(c) 72.8% (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

U.P.P.C.S (Main) 2015

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना घन की भुजा x है।

$$\therefore \text{ घन का आयतन} = x^3$$

अब प्रत्येक भुजा को 20% बढ़ाने पर प्रत्येक भुजा की लम्बाई

$$= x + x \text{ का } 20\% = x + \frac{x \times 20}{100}$$

$$= \frac{6x}{5}$$

$$\therefore \text{ नया आयतन} = \left(\frac{6x}{5}\right)^3 = \frac{216x^3}{125}$$

$$\therefore \text{ आयतन में हुई वृद्धि} = \frac{216x^3}{125} - x^3$$

$$= \frac{216x^3 - 125x^3}{125}$$

$$= \frac{91x^3}{125}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट \% वृद्धि} = \frac{91x^3}{x^3} \times 100$$

$$= \frac{91}{125} \times 100$$

$$= \frac{91 \times 4}{5}$$

$$= 18.2 \times 4 \Rightarrow 72.8\%$$



हल : गुणा भाग विधि-

$$\begin{array}{ccc} \text{ल.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.} & = & \text{घन का आयतन} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} & \rightarrow & 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मी.}^3 \\ \text{परिवर्तित} & \rightarrow & 12 \times 12 \times 12 = 1728 \text{ मी.}^3 \end{array}$$

$$\text{स्पष्ट है घन का प्रारंभिक आयतन } 1000 \text{ मी.}^3 \text{ से}$$

$$\text{बढ़कर } 1728 \text{ मी.}^3 \text{ हो गया।}$$

$$\text{अर्थात् वृद्धि} = (1728 - 1000) \text{ मी.}^3 = 728 \text{ मी.}^3$$

$$\therefore 1000 \text{ मी.}^3 \text{ पर वृद्धि है } = 728 \text{ मी.}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मी.}^3 \text{ पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{728}{1000} \times 100 \right) \%$$

$$= 72.8\%$$



प्रश्न 32. एक घनाभ आकार कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई में क्रमशः 10 प्रतिशत, 20 प्रतिशत और 50 प्रतिशत की वृद्धि की जाती है। उसके आयतन में होने वाली प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए।

(a) 77

(b) 87

(c) 98

(d) 55

U.P.P.C.S. (Pre) 2015

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना कमरे की लंबाई चौड़ाई तथा ऊंचाई क्रमशः $3x, 2x,$
तथा x मीटर है।

$$\therefore \text{कमरे का आयतन} = 3x \times 2x \times x = 6x^3$$

$$\text{प्रश्नानुसार लंबाई में वृद्धि} = 10\%$$

$$\therefore \text{नई लंबाई} = \frac{3x \times 110}{100} \Rightarrow \frac{33x}{10}$$

$$\text{चौड़ाई में वृद्धि} = 20\%$$

$$\therefore \text{नई चौड़ाई} = \frac{2x \times 120}{100} \Rightarrow \frac{12x}{5}$$

$$\text{ऊंचाई में हुई वृद्धि} = 50\%$$

$$\therefore \text{नई ऊंचाई} = \frac{x \times 150}{100} \Rightarrow \frac{3x}{2}$$

$$\therefore \text{नया आयतन} = \frac{33x}{10} \times \frac{12x}{5} \times \frac{3x}{2}$$

$$= \frac{33 \times 6 \times 3}{50} x^3$$

$$= \frac{594}{50} x^3 \Rightarrow 11.88x^3$$

$$\therefore \text{आयतन में हुई अभीष्ट वृद्धि} = 11.88x^3 - 6x^3$$

$$= 5.88x^3$$

$$\therefore \text{कमरे के आयतन में हुई प्रतिशत वृद्धि} = \frac{5.88x^3}{6x^3} \times 100$$

$$= 98 \times 100$$

$$= 98\%$$



गुणा भाग-विधि

$$\begin{array}{ccc} \text{ल.} \times \text{चौ.} \times \text{ऊं.} & = & \text{घनाभ का आयतन} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{पूर्व} & \rightarrow & 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ मी.}^3 \\ \text{परिवर्तित} & \rightarrow & 11 \times 12 \times 15 = 1980 \text{ मी.}^3 \end{array}$$

$$\text{स्पष्ट है घनाभ का प्रारंभिक आयतन } 1000 \text{ मी.}^3 \text{ से बढ़कर}$$

$$1980 \text{ मी.}^3 \text{ हो गया अर्थात्}$$

$$\text{वृद्धि} = (1980 - 1000) \text{ मी.}^3$$

$$= 980 \text{ मी.}^3$$

$$\therefore 1000 \text{ मी.}^3 \text{ पर वृद्धि है } = 980 \text{ मी.}^3$$

$$\therefore 100 \text{ मी.}^3 \text{ पर प्रतिशत वृद्धि} = \left(\frac{980}{1000} \times 100 \right) \% = 98.0\%$$



प्रश्न 33. बाजार में चाय का मूल्य 200 रु. प्रति किलो से बढ़कर 250 रु. प्रति किलो हो जाता है। एक गृहिणी को चाय का उपयोग कितने प्रतिशत कम कर देना चाहिए, ताकि चाय पर व्यय बिल्कुल न बढ़ सके-

- (a) 25% (b) 18%
(c) 15% (d) 20%

U.P.P.C.S. (Mains) 2004

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

चाय का मूल्य प्रति किलो = 200 रुपये

वृद्धि के उपरान्त चाय का मूल्य प्रति किलो = 250 रुपये

\therefore 250 रुपये में मिलने वाली चाय की मात्रा = 1000 ग्राम

$$\therefore 1 \text{ रुपये में मिलने वाली चाय की मात्रा} = \frac{1000}{250}$$

\therefore 200 रुपये में मिलने वाली चाय की मात्रा

$$= \frac{1000 \times 200}{250} \Rightarrow 800 \text{ ग्राम}$$

उपयोग में कमी = 1000 - 800 = 200 ग्राम

$$\text{कमी प्रतिशत} = \frac{200 \times 100}{1000} = 20\%$$



गुणा भाग विधि

$$\text{मूल्य} \times \text{खपत की मात्रा} = \text{कुल व्यय भार}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{पूर्व} \rightarrow 200 \times 10 = 2000$$

$$\text{परिवर्तित} \rightarrow 250 \times ? = 2000$$

माना पूर्व में खपत की मात्रा 10 कि.ग्रा थी

खपत की मात्रा ज्ञात करने के लिए कुल व्यय-भार में परिवर्तित मूल्य का भाग देना होगा

$$\therefore \text{खपत की मात्रा} = \frac{2000}{250} = 8 \text{ कि.ग्रा.}$$

खपत में कमी करनी होगी = 10 - 8 = 2 कि.ग्रा.

$$\therefore 10 \text{ कि.ग्रा.} = 100\%$$

$$\therefore 2 \text{ कि.ग्रा. अर्थात् खपत में प्रतिशत कमी} = \frac{100}{10} \times 2 = 20\%$$



प्रश्न 34. सेब रु. 50 में 5 की दर से खरीदे गए तथा उतने ही सेब रु. 50 में 10 की दर से खरीदे गए। उन्हें मिलाकर रु. 50 में 6 की दर से बेचा गया। प्रतिशत लाभ है :

- (a) 20 (b) $33\frac{1}{3}$
(c) $16\frac{2}{3}$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

U.P.P.C.S. (Pre) 2015

उत्तर—(d)



सामान्य समझ पर

प्रथम दर से 5 सेब का क्रय मूल्य = 50

द्वितीय दर से 10 सेब का क्रय मूल्य = 50

5 सेब का क्रय मूल्य = 25

प्रथम दर से 5 सेब एवं द्वितीय दर से उतने ही अर्थात् 5 सेब का कुल क्रय मूल्य = 50 + 25 = 75 रु.

6 सेबों का क्रय मूल्य = 50 रु.

$$\begin{aligned} 10 \text{ सेबों का विक्रय मूल्य} &= \frac{10}{6} \times 50 = \frac{250}{3} \\ &= \frac{250}{3} - 75 \end{aligned}$$

$$10 \text{ सेबों के विक्रय पर लाभ} = \frac{250 - 225}{3} = \frac{25}{3}$$

$$\therefore 75 \text{ रु. पर लाभ} = \frac{25}{3} \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \therefore 100 \text{ रु. पर प्रतिशत लाभ} &= \frac{100}{75} \times \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{100}{9} \\ &= 11\frac{1}{9} \% \end{aligned}$$