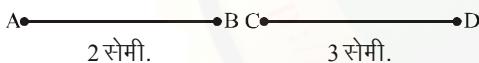


## अनुपात तथा समानुपात (Ratio and Proportion)

जब दो सजातीय राशियों की तुलना भाग की क्रिया द्वारा की जाती है तो प्राप्त भागफल को अनुपात कहा जाता है। दूसरे शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि 'अनुपात एक ऐसी संख्या है, जो दो सजातीय राशियों के बीच के उस संबंध को बताती है, जिससे यह पता चलता है कि एक राशि की अपेक्षा दूसरी राशि कितनी गुनी कम या अधिक है।

यदि हम यह कहें कि एक रेखा A——B 5 सेंटीमीटर है, तो इससे स्वतःस्फूर्त यह अर्थ निकलता है कि 'सेंटीमीटर' इस रेखा की माप की इकाई है और यह इकाई इस रेखा में 5 बार समिलित है। यदि हम 2 रेखा क्रमशः 2 एवं 3 सेंटीमीटर को लें। जैसे



तो हम कह सकते हैं कि रेखा A-B एवं C-D में 2 : 3 का अनुपात है। स्पष्ट है कि एक ही प्रकार की राशियों की जो मात्राएं 2 या 2 से अधिक स्थानों पर एकत्र हों, वे मात्राएं एक-दूसरे का अनुपात होती हैं।

**जैसे-** 2 सेमी. की रेखा एवं 3 सेमी. की रेखा में 2 : 3 का अनुपात है। 2 : 3 अनुपात को  $\frac{2}{3}$  के रूप में भी लिखा जा सकता है। इसमें 2 प्रथम पद या पूर्ववर्ती पद है और 3 द्वितीय पद या उत्तरवर्ती पद है।

एक बात और जान लें कि अनुपात सदैव समान प्रकार की राशियों में होता है। असमान प्रकार की राशियों में अनुपात नहीं होते हैं। जैसे-20 रु. एवं 50 रु. में अनुपात हो सकता है, परंतु 20 रु. और 30 सेमी. में अनुपात नहीं हो सकता है।

### ■ जैसे- एक साधारण प्रश्न से समझें

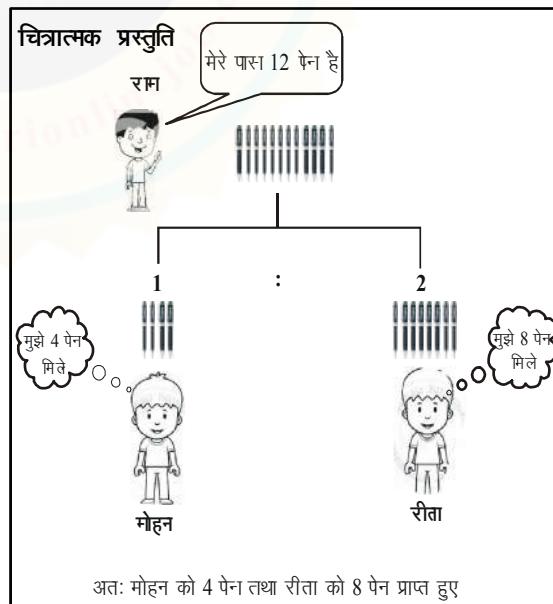
राम के पास 12 पेन हैं। वह मोहन तथा रीता को 1 : 2 अनुपात में बांट दें तो मोहन तथा रीता को कितने-कितने पेन प्राप्त हुए।

1 : 2 का अर्थ है कुल 3(1+2) पेनों में मोहन के पास 1 पेन तथा रीता के पास 2 पेन हैं। 3 पेनों में मोहन के पास 1 पेन है-

$$\text{तो } 12 \text{ पेनों में मोहन के पास पेन} = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ पेन}$$

तथा 3 पेनों में रीता के पास 2 पेन हैं।

$$\begin{aligned} \text{तो } 12 \text{ पेनों में रीता के पास पेन} &= \frac{2}{3} \times 12 \\ &= 8 \text{ पेन} \end{aligned}$$



### □ अनुपात के बारे में सामान्य जानकारी

जैसा कि आप जानते हैं कि किसी भिन्न के अंश एवं हर में समान संख्या से गुणा एवं भाग करने पर भिन्न के मान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है उसी प्रकार अनुपात के प्रथम पद एवं द्वितीय पद में किसी समान संख्या से गुणा, भाग करने पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है क्योंकि अनुपात भी एक प्रकार की भिन्न है। जैसे 3 : 5 एवं 6 : 10 का मान एक ही होगा क्योंकि दोनों ही पदों में समान संख्या 2 से गुणा किया गया है। इसी प्रकार 15 : 20 एवं 3 : 4 का मान एक होगा क्योंकि दोनों ही पदों में एक समान संख्या 5 से भाग दिया गया है।

जिस प्रकार किसी राशि को प्रतिशत में व्यक्त करने का उद्देश्य यह होता है कि राशि को छोटे स्वरूप में दर्शाया जाय उसी प्रकार राशियों को अनुपात में व्यक्त करने का उद्देश्य भी राशियों को छोटा करना होता है। जैसे-यदि राम के पास 5 लाख रुपये तथा श्याम के पास 7 लाख रुपये हों तो हम कह सकते हैं कि राम एवं श्याम के धनों का अनुपात 5 : 7 है।

यदि हमें यह पता चल जाए कि दोनों का धन मिलाकर 12 लाख रु. है तो तुरंत अनुमान लग लेंगे कि इस 12 लाख में 5 लाख रु. राम का तथा 7 लाख रु. श्याम का है। साथ ही यह भी अनुमान लग जाएगा कि दोनों के धनों में अंतर 2 लाख रु. है।

### जैसे- एक साधारण प्रश्न लें-

1458 रु. को 2 : 7 में विभाजित करें।

हल : 2 : 7 का अर्थ है कुल 9 भागों में प्रथम भाग 2 तथा द्वितीय भाग 7 है।

स्पष्ट है कि प्रथम भाग ज्ञात करने हेतु

9 भाग में प्रथम भाग = 2 है

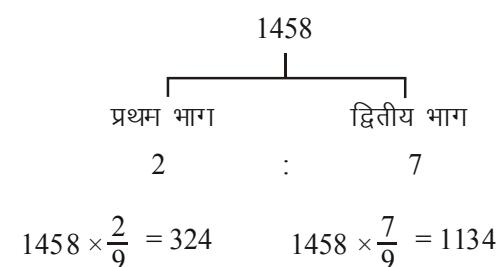
$$\text{तो } 1458 \text{ रु. में प्रथम भाग} = \frac{2}{9} \times 1458 = 324 \text{ रु.}$$

इसी प्रकार द्वितीय भाग हेतु

9 भाग में द्वितीय भाग = 7 है

$$\text{तो } 1458 \text{ रु. में द्वितीय भाग} = \frac{7}{9} \times 1458 = 1134 \text{ रु.}$$

### चित्रात्मक प्रस्तुति



### सदैव 2 बारें ध्यान रखें

1. अनुपात सदैव सजातीय राशियों में निकाला जाता है।
2. दो राशियों का अनुपात एक राशि को दूसरी राशि से भाग देकर प्राप्त किया जाता है (दो सजातीय राशियों का अनुपात केवल एक संख्या होती है जिसकी कोई इकाई नहीं होती है)।

### □ अनुपातों का संयोजन (Compound of Ratio)

संयोजित अनुपात-(Compound of Ratio) दो या दो से अधिक अनुपातों के संगत पदों को गुणा करने पर जो अनुपात प्राप्त होता है। उसे संयोजित अनुपात कहते हैं।  
जैसे-  $a : b$  तथा  $c : d$  का संयोजित अनुपात

$$= \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} = ac : bd \text{ होगा।}$$

यहां  $a$  का संगत पद  $c$  तथा  $b$  का संगत पद  $d$  है।

### ○ वर्गानुपात (Duplicate Ratio)

दो समान अनुपातों का संयोजित अनुपात वर्गानुपात होता है।

$a$  का वर्ग =  $(a)^2$  तथा  $b$  का वर्ग =  $(b)^2$

$$\text{या } \frac{a}{b} \text{ का वर्गानुपात} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$$

$$= \frac{a^2}{b^2} = a^2 : b^2$$

अतः  $a : b$  का वर्गानुपात =  $a^2 : b^2$  होगा।

### ⦿ घनानुपात (Triplicate Ratio)

तीन अनुपातों के संयोजन का घनानुपात कहते हैं। या किसी अनुपात का घन उसका घनानुपात या तिहरा अनुपात कहलाता है।

$$\frac{a}{b} \text{ या } a:b \text{ का घनानुपात} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \\ = \frac{a^3}{b^3} \text{ या } a^3:b^3$$

अतः  $a:b$  का घनानुपात  $a^3:b^3$  होगा।

### ⦿ वर्गमूलानुपात (Sub Duplicate Ratio)

किसी अनुपात का वर्गमूल उसका वर्गमूलानुपात या आधा

अनुपात कहलाता है। अनुपात  $\frac{a}{b}$  या  $a:b$  का वर्गमूलानुपात

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ या } \sqrt{a}:\sqrt{b} \text{ या } a^{\frac{1}{2}}:b^{\frac{1}{2}} \text{ है।}$$

अतः  $a:b$  का वर्गमूलानुपात  $\sqrt{a}:\sqrt{b}$  होगा।

### ⦿ घनमूलानुपात (Sub Triplicate Ratio)

किसी अनुपात का घनमूल उसका घनमूलानुपात या तिहाई अनुपात कहलाता है।

अनुपात  $\frac{a}{b}$  या  $a:b$  का घनमूलानुपात  $\sqrt[3]{a}:\sqrt[3]{b}$  या

$$a^{\frac{1}{3}}:b^{\frac{1}{3}}$$

अतः  $a:b$  का घनमूलानुपात  $\sqrt[3]{a}:\sqrt[3]{b} = a^{\frac{1}{3}}:b^{\frac{1}{3}}$  होगा।

### ⦿ प्रतिलोमानुपात (Reciprocal Ratio)

जब किसी अनुपात के पूर्व पद और उत्तर पद दूसरे अनुपात में बदल जाते हैं। तब दूसरा अनुपात पहले अनुपात का प्रतिलोमानुपात या व्युक्तमानुपात कहता है। इसे उल्टा अनुपात भी कहा जा सकता है।

अथवा अनुपात को भिन्न में बदलकर 1 से भाग देने पर प्राप्त उत्तर वो अनुपात में बदलना प्रतिलोमानुपात कहलाता है।

यदि  $\frac{a}{b}$  एक अनुपात है, तो  $a:b$  का प्रतिलोमानुपात  $b:a$  होगा।

$$\text{देखें- } \frac{a}{b} \text{ का प्रतिलोमानुपात} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a} \text{ होगा।}$$

अतः  $a:b$  का प्रतिलोमानुपात  $b:a$  होगा।

### ⦿ मिश्र अनुपात (Compound Ratio)

एक से अधिक अनुपातों के गुणनफल को मिश्र अनुपात कहते हैं।

$(a:b), (c:d)$  तथा  $(e:f)$  का मिश्र अनुपात =  $(\text{प्रथम अनुपात का प्रथम पद} \times \text{द्वितीय अनुपात का प्रथम पद} \times \text{तृतीय अनुपात का प्रथम पद}) : (\text{प्रथम अनुपात का द्वितीय पद} \times \text{द्वितीय अनुपात का द्वितीय पद} \times \text{तृतीय अनुपात का द्वितीय पद})$

अर्थात्

$(a:b), (c:d)$  तथा  $(e:f)$  का मिश्र अनुपात =  $(a \times c \times e) : (b \times d \times f) = ace : bdf$  होगा।

☞ अनुपातों के संयोजन पर आधारित कुछ साधारण प्रश्न

देखें-



प्रश्न 1. यदि  $A:B = 3:4$  हो, तो इनका वर्गानुपात क्या होगा?



हल : यदि  $\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$  है

तो  $\frac{3}{4}$  का वर्गानुपात =  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

=  $\frac{9}{16}$  या  $9:16 \Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 2.** यदि  $A : B = 2 : 5$  हो, तो इनका घनानुपात क्या होगा?

हल : यदि  $\frac{A}{B} = \frac{2}{5}$  है

$$\text{तो } \frac{2}{5} \text{ का घनानुपात} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \\ = \frac{8}{125} \text{ या } 8 : 125 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 3.** यदि  $x : y = 4 : 9$  हो, तो इनका वर्गमूलानुपात क्या होगा?



हल : यदि  $\frac{x}{y} = \frac{4}{9}$  है

$$\text{तो } \frac{4}{9} \text{ का वर्गमूलानुपात} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \\ = \frac{2}{3} \text{ या } 2 : 3 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 4.** यदि  $x : y = 27 : 64$  हो, तो इनका घनमूलानुपात क्या होगा?



हल : यदि  $\frac{x}{y} = \frac{27}{64}$  है

$$\text{तो } \frac{27}{64} \text{ का घनमूलानुपात} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} \\ = \frac{\sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}}{\sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}} \\ = \frac{3}{4} \text{ या } 3 : 4 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 5.** यदि  $m : n = 7 : 8$  हो, तो इनका प्रतिलोमानुपात क्या होगा?



हल : यदि  $\frac{m}{n} = \frac{7}{8}$  है

तो  $\frac{7}{8}$  का प्रतिलोमानुपात  $= \frac{1}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7}$  या  $8 : 7 \Rightarrow \text{उत्तर}$



**प्रश्न 6.**  $(2 : 3), (5 : 6)$  तथा  $(8 : 9)$  का मिश्रित अनुपात ज्ञात कीजिए।



हल : मिश्रित अनुपात = (पूर्व पदों का गुणनफल) :

(अंतिम पदों का गुणनफल)

$$(2 : 3), (5 : 6) \text{ तथा } (8 : 9) \text{ का मिश्रित अनुपात} \\ = (2 \times 5 \times 8) : (3 \times 6 \times 9) = 80 : 162 \text{ या } 40 : 81 \text{ होगा।}$$

उपर्युक्त जानकारियों के माध्यम से प्रश्नों को तो हल करने में सहायता प्राप्त हो सकती है लेकिन इस अध्याय से प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे गए प्रश्नों को हल करने के लिए ये जानकारियां पर्याप्त नहीं हैं। इसलिए कुछ प्रश्नों के माध्यम से इस अध्याय का विस्तृत अध्ययन करना होगा।

अनुपात संबंधी एक साधारण प्रश्न : देखें-



**प्रश्न :** राम और श्याम के धन में  $2 : 7$  का अनुपात है यदि दोनों के धनों का अंतर 810 रु. हो, तो राम का धन कितना होगा?



हल : परंपरागत विधि



राम और श्याम के धन में अनुपात =  $2 : 7$  है।

माना, राम का धन =  $2x$  रु. है

तथा श्याम का धन =  $7x$  रु. है

तो प्रश्नानुसार  $7x - 2x = 810$  रु.

$$5x = 810 \text{ रु.}$$

$$x = \frac{810}{5} = 162 \text{ रु.}$$

अतः राम का धन =  $2x$

$$= 2 \times 162 = 324 \text{ रु.}$$

$\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर

अनुपात के अवलोकन से स्पष्ट है कि इसमें 5(7-2) का अंतर है। स्पष्ट है कि जब 5 का अंतर है तो राम का धन = 2 है।

जब 810 रु. का अंतर है

$$\text{तो राम का धन} = \frac{2}{5} \times 810 \Rightarrow 324 \text{ रु. होगा।}$$

⇒ उत्तर

### चित्रात्मक प्रस्तुति



### एक और प्रश्न देखें

प्रश्न : 100 रु. को 'अ', 'ब' एवं 'स' में 8 : 5 : 7 के अनुपात में क्रमशः बांटा गया है। 'अ', 'ब' एवं 'स' को प्राप्त मूल्य ज्ञात कीजिए।



### हल : परंपरागत विधि

'अ', 'ब' एवं 'स' में बांटे गए मूल्यों का अनुपात = 8 : 5 : 7 है। माना 'अ', 'ब' एवं 'स' का क्रमशः मूल्य =  $8x$ ,  $5x$  एवं  $7x$  है।

प्रश्नानुसार,

$$8x + 5x + 7x = 100$$

$$20x = 100$$

$$x = \frac{100}{20} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{अतः 'अ' का मूल्य} &= 8x \\ &= 8 \times 5 = 40 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{'ब' का मूल्य} &= 5x \\ &= 5 \times 5 = 25 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा 'स' का मूल्य} &= 7x \\ &= 7 \times 5 = 35 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



### सामान्य समझ पर

अनुपात के अवलोकन से स्पष्ट है इनका आनुपातिक योग

$$20(8+5+7) \text{ है।}$$

स्पष्ट है कि जब 20 रु. योग है, तो 'अ' का मूल्य = 8 है।

जब 100 रु. योग होगा

$$\text{तो 'अ' का मूल्य} = \frac{8}{20} \times 100 = 40 \text{ रु. होगा।}$$

$$\text{इसी प्रकार 'ब' का मूल्य} = \frac{5}{20} \times 100 = 25 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा 'स' का मूल्य} = \frac{7}{20} \times 100 = 35 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

**नोट :** हल के लिए आनुपातिक मानों को  $x$  से गुणा करने की आवश्यकता नहीं पड़ी जिससे गणना संक्रियाएं सरल रूप में हुईं।

 एक परिवर्तित प्रश्न देखें

**प्रश्न :** 'अ', 'ब' और 'स' के बीच कोई धनराशि 7 : 6 : 12 के अनुपात में क्रमशः बांटी जाती है अगर 'अ' और 'ब' का कुल हिस्सा 'स' के हिस्से से 60 रु. ज्यादा है तो 'अ' और 'स' के हिस्से में अंतर कितना है?



**हल :** परंपरागत विधि

माना 'अ', 'ब' और 'स' का हिस्सा क्रमशः  $7x$ ,  $6x$  और  $12x$  है।

प्रश्नानुसार,

$$7x + 6x = 12x + 60$$

$$13x - 12x = 60$$

$$x = 60$$

$$'अ' का हिस्सा = 7x$$

$$= 7 \times 60 = 420 \text{ रु.}$$

$$'स' का हिस्सा = 12x$$

$$= 12 \times 60 = 720 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः } 'अ' \text{ और } 'स' \text{ के हिस्सों में अंतर} = (720 - 420) \text{ रु.}$$

$$= 300 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**सामान्य समझ पर**

अनुपात के अवलोकन से स्पष्ट है 'अ' और 'ब' का योग  $= 13(7 + 6)$  होगा जो कि 'स' के हिस्से अर्थात् 12 से एक अधिक है।

प्रश्न में दिया है 'अ' और 'ब' का कुल हिस्सा 'स' के हिस्से से 60 रु. अधिक है।

स्पष्ट है कि जब 1 का अंतर है, तो 'अ' का धन = 7 है।

जब 60 का अंतर होगा तो 'अ' का धन  $= \frac{7}{1} \times 60 = 420$  रु. होगा।

तथा 'स' का धन  $= \frac{12}{1} \times 60 = 720$  रु. होगा।

अतः 'अ' और 'स' के हिस्सों में अंतर  $= 720 - 420 = 300$  रु.  $\Rightarrow$  उत्तर

**चित्रात्मक प्रस्तुति**

$$\text{अ } b \text{ स}$$

$$7 : 6 : 12$$

$$7 + 6 - 12 = 1 \Rightarrow 60$$

$$7 - 12 = 5 \Rightarrow 60 \times 5 = 300$$



**प्रश्न :** यदि 3 संख्याएँ 5 : 7 : 9 के अनुपात में हैं तथा उनका लघुत्तम समापवर्त्य 1260 है, तो सबसे बड़ी संख्या क्या है?



**हल :** परंपरागत विधि

$$\text{माना प्रथम संख्या} = 5x$$

$$\text{द्वितीय संख्या} = 7x$$

$$\text{तथा तृतीय संख्या} = 9x \text{ है।}$$

$$\text{संख्याओं का ल.स.प.} = 5 \times 7 \times 9 \times x$$

$$= 315x$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } 315x = 1260$$

$$x = \frac{1260}{315} = 4$$

$$\text{अतः सबसे बड़ी संख्या } 9x = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**सामान्य समझ पर**

अनुपात के अवलोकन से स्पष्ट है कि इनका गुणनफल  $315(5 \times 7 \times 9)$  है।

स्पष्ट है दिया गया लघुत्तम समापवर्त्य (1260) इनके

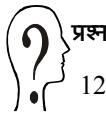
आनुपातिक गुणनफल का 4 गुना  $\left(\frac{1260}{315}\right)$  है।

अतः संख्याएँ भी 4 गुना अधिक होंगी।

अर्थात् संख्याएँ  $= 20, 28$  एवं  $36$  होंगी।

अतः सबसे बड़ी संख्या  $= 36$  है।

➲ अनुपात का एक बहुत ही लोकप्रिय प्रश्न इस प्रकार है-  
देखें-



प्रश्न : यदि  $A : B = 4 : 7$ ,  $B : C = 8 : 9$  तथा  $C : D = 12 : 8$  है, तो  $A : D$  तथा  $A : B : C : D$  क्या होगा?



हल : प्रथम प्रकार के प्रश्न में कई समस्या नहीं हैं।

वर्णोंकि

$A$  = सभी प्रथम पदों का गुणनफल

$D$  = सभी द्वितीय पदों का गुणनफल

$$\text{अतः } \frac{A}{D} = \frac{4 \times 8 \times 12}{7 \times 9 \times 8} = \frac{384}{504}$$

$$\frac{A}{D} = \frac{16}{21}$$

स्पष्ट है  $A : D = 16 : 21$  होगा।

दूसरे प्रकार के प्रश्न में छात्रों के समक्ष स्पष्ट नियम न होने के कारण समस्या उत्पन्न होती है।  
छात्रों को बताया जाता है कि

$A : B$

$B : C$

$C : D$

को इस प्रकार व्यवस्थित करें कि  $B$ ,  $B$  तथा  $C$ ,  $C$  बराबर हो जाए। व्यवस्थित करने पर  $32 : 56$ ,  $56 : 63$  एवं  $63 : 42$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर

अतः नया अनुपात  $A : B : C : D = 32 : 56 : 63 : 42$  होगा।

नोट- इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने का एक बहुत ही सरल एवं स्पष्ट नियम है- देखें

सबसे पहले

$$A : B = 4 : 7$$

$$B : C = 8 : 9$$

$$\text{तथा } C : D = 12 : 8$$

को भिन्न के रूप में लिख लें

$$\text{अर्थात् } \frac{4}{7}, \frac{8}{9} \text{ तथा } \frac{12}{8}$$

इस भिन्न में 2 प्रकार की राशियां हैं

1. अंश एवं 2. हर

$$\frac{4\text{अंश}_1}{7\text{हर}_1}, \frac{8\text{अंश}_2}{9\text{हर}_2}, \frac{12\text{अंश}_3}{8\text{हर}_3}$$

इसे अंग्रेजी में इस प्रकार भी लिख सकते हैं।

$$\frac{4N_1}{7D_1}, \frac{8N_2}{9D_2}, \frac{12N_3}{8D_3} [\text{जहां } N = \text{Numerator (अंश)}]$$

$D = \text{Denominator (हर)}$ ]

अब

$$\text{प्रथम अनुपात (A)} = (N_1 \times N_2 \times N_3) = 4 \times 8 \times 12 = 384$$

$$\text{द्वितीय अनुपात (B)} = (D_1 \times D_2 \times D_3) = 7 \times 8 \times 12 = 672$$

$$\text{तृतीय अनुपात (C)} = (D_1 \times D_2 \times N_3) = 7 \times 9 \times 12 = 756$$

$$\text{चतुर्थ अनुपात (D)} = (D_1 \times N_2 \times D_3) = 7 \times 9 \times 8 = 504$$

$$\text{अतः } A : B : C : D = 384 : 672 : 756 : 504$$

$$= 32 : 56 : 63 : 42 \text{ होगा। } \Rightarrow \text{उत्तर}$$

➲ यदि अनुपातों की संख्या और बढ़ जाए तब क्या करना होगा? देखें



प्रश्न : यदि  $A : B = 1 : 2$ ,  $B : C = 3 : 4$ ,  $C : D = 6 : 9$  तथा  $D : E = 12 : 16$  हैं तो  $A : B : C : D : E$  क्या होगा?



हल : सर्वप्रथम  $\frac{A}{B}, \frac{B}{C}, \frac{C}{D}, \frac{D}{E}$

$$= \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{6}{9}, \frac{12}{16}$$

$$A = N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4 = 1 \times 3 \times 6 \times 12 = 216$$

$$B = D_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4 = 2 \times 3 \times 6 \times 12 = 432$$

$$C = D_1 \times D_2 \times N_3 \times N_4 = 2 \times 4 \times 6 \times 12 = 576$$

$$D = D_1 \times D_2 \times D_3 \times N_4 = 2 \times 4 \times 9 \times 12 = 864$$

$$E = D_1 \times D_2 \times D_3 \times D_4 = 2 \times 4 \times 9 \times 16 = 1152$$

$$\begin{aligned} \text{स्पष्ट है } A:B:C:D:E &= 216:432:576:864:1152 \\ &= 72 \times 3:72 \times 6:72 \times 8:72 \times 12:72 \times 16 \\ &= 3:6:8:12:16 \Rightarrow \text{उत्तर} \\ &\quad (\because \text{सभी संख्याएँ } 72 \text{ की गुणज है}) \end{aligned}$$

#### □ समानुपात (Proportion)

दो अनुपातों की समानता को समानुपात कहते हैं। या यदि दो सजातीय राशियों का अनुपात अन्य दो सजातीय राशियों के अनुपात के बराबर हो, तो इस संबंध को समानुपात कहते हैं।

जैसे  $a:b$  तथा  $c:d$  समान हो अर्थात्

$a:b = c:d$  तो चारों राशियां समानुपाती कहताती हैं।

**स्पष्टतः:** समझने हेतु निम्नलिखित दो अनुपातों पर वृष्टिपात करें-

प्रथम अनुपात	द्वितीय अनुपात
$6:18$	$8:24$

उपर्युक्त उदाहरण में प्रथम अनुपात में प्रथम पद का 3 गुना द्वितीय पद है। इसी प्रकार द्वितीय पद में भी प्रथम पद का 3 गुना द्वितीय पद है। यद्यपि कि दोनों अनुपातों की संख्याओं में अंतर है परंतु संबंध एक है। ऐसे समान प्रकार के संबंधों वाले अनुपात को समानुपात कहते हैं।

उपर्युक्त अनुपातों को इस प्रकार लिख जा सकता है-

$$6:18 :: 8:24$$

उपर्युक्त संख्याएँ 6, 18, 8 एवं 24 पद कहलाते हैं। इनमें 6 प्रथम पद, 18 द्वितीय पद, 8 तृतीय पद एवं 24 चतुर्थ पद है। इनमें 6 एवं 24 को बाह्य पद तथा 18 एवं 8 को मध्य पद भी कहते हैं। इसी प्रकार 24 को चतुर्थानुपाती भी कहते हैं।

यदि 4 संख्याएँ समानुपात में होंगी तो बाह्य पदों का गुणनफल मध्य पदों के गुणनफल के बराबर होगा।

#### ☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

जैसे-  $3:4::9:12$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} &= \frac{9}{12} \\ 3 \times 12 &= 4 \times 9 \end{aligned}$$

अतः  $36 = 36$

$$\therefore \text{पहली राशि} \times \text{चौथी राशि} = \text{दूसरी राशि} \times \text{तीसरी राशि}$$

#### ⇒ तृतीयानुपाती एवं मध्यानुपाती (Third proportion and mean proportion)

यदि ऐसी 3 संख्याएँ हों जिनमें प्रथम का दूसरी से वही अनुपात हो जो दूसरी का तीसरी से हो तो ऐसा अनुपात क्रमशः अनुपात (Continue Proportion) कहलाता है, जैसे  $9:6:4$  इसे समानुपतिक रूप में  $9:6::6:4$  लिखा जा सकता है। इसमें 4 तृतीयानुपाती एवं 6 मध्यानुपाती है। यदि ऐसी दो संख्याएँ देकर तृतीयानुपात पूछा जाए तो द्वितीय संख्या को 2 बार मानें।

#### ☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-



प्रश्न : 15 एवं 20 का तृतीयानुपाती ज्ञात करें।



हल : इसका अर्थ है  $15:20::20:x$  में  $x$  का मान

पूछा गया है।

$$\text{स्पष्ट है कि } \frac{15}{20} = \frac{20}{x}$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{20 \times 20}{15} = 26\frac{2}{3} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

इसी प्रकार 2 संख्याएँ देकर मध्यानुपाती पूछा जा सकता है।

#### ☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें



प्रश्न : 3 एवं 75 का मध्यानुपाती क्या है?



हल : इसका अर्थ है  $3:x::x:75$

स्पष्ट है बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$3 \times 75 = x \times x$$

$$x^2 = 225$$

$$x = \sqrt{225} = 15$$

अतः 3 एवं 75 का मध्यानुपाती 15 है।

### ⌚ चतुर्थानुपाती (Forth proportion)

$a : b :: c : d$  में d को a, b और c का चतुर्थानुपाती कहते हैं।

#### ☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें



प्रश्न : 10, 20 तथा 30 का चतुर्थानुपाती ज्ञात कीजिए।

हल : इसका अर्थ है  $10 : 20 :: 30 : x$  में x का मान

पूछा गया है।

$$\text{स्पष्ट है } \frac{10}{20} = \frac{30}{x}$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{30 \times 20}{10} \Rightarrow 60$$

अतः 10, 20 एवं 30 का चतुर्थानुपाती 60 है।

### ⌚ वित्तानुपाती (Continued Proportion)

यदि तीन या अधिक राशियां इस प्रकार अनुपात में हो कि पहली और दूसरी राशि का वही अनुपात हो जो दूसरी और तीसरी राशि का वही अनुपात हो जो तीसरी और चौथी राशि का है। इसी प्रकार अन्य राशियों में भी वही अनुपात हो तो वे सभी राशियां वित्तानुपाती कहलाती हैं।

यदि A, B, C, D ..... राशियां इस प्रकार हों कि

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C} = \frac{C}{D} = \dots \text{तो ये राशियां वित्तानुपाती हैं।}$$

#### ☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें



प्रश्न- यदि 2, 4, x और 16 वित्तानुपाती हों, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल : स्पष्ट है  $\frac{2}{4} = \frac{4}{x} = \frac{x}{16}$  होगा।

$$\text{अर्थात् } \frac{2}{4} = \frac{4}{x}$$

$$x = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

अतः x का मान 8 होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर

### □ अनुपात के नियम

यदि  $a : b :: c : d$  है।

$$\text{स्पष्ट है } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ है।}$$

$$\text{तब (i) } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ [एकांतरानुपात (Alternendo)]}$$

$$(ii) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ [योगानुपात (Componendo)]}$$

$$(iii) \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ [व्युक्रमानुपात (Inverse Proportion)]}$$

$$(iv) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ [अंतरानुपात (Dividendo)]}$$

$$(v) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \text{ योगांतरानुपात (Componendo and Dividendo)}$$

$$(vi) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ मान कर प्रश्न हल कर सकते हैं।}$$

#### (i) एकांतरानुपात (Alternendo)

दिया है  $a : b :: c : d$

$$\text{अर्थात् } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ है}$$

तो  $ad = bc$  (तिर्यक गुणा किया गया है)

$$\frac{ad}{cd} = \frac{bc}{cd} \text{ (cd से भाग दिया गया है)}$$

$$\text{अतः } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ होगा।}$$

#### (ii) योगानुपात (Componendo)

दिया है  $a : b :: c : d$

$$\text{अर्थात् } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ है}$$

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \text{ (दोनों पक्षों में 1 जोड़ा गया है)}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ होगा।}$$

### (iii) व्युक्तमानुपात (Inverse Proportion)

$$\text{दिया है } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$bc = ad \text{ (तिर्यक गुणा किया गया है)}$$

$$\frac{bc}{ac} = \frac{ad}{ac} \text{ (ac से भाग दिया गया है)}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ होगा।}$$

### (iv) अंतरानुपात (Dividendo)

$$\text{दिया है } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \text{ (दोनों पक्षों में 1 घटाया गया है)}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ होगा।}$$

### (v) योगानुपात (Componendo and Dividendo)

$$\text{दिया है } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \quad [\text{समीकरण (i) में दोनों पक्षों में 1 जोड़ा गया है}]$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad \dots\dots\dots (ii)$$

इसी प्रकार

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \quad [\text{समीकरण (i) में दोनों पक्षों में 1 घटाया गया है}]$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad \dots\dots\dots (iii)$$

समीकरण (ii) को समीकरण (iii) से भाग देने पर

$$\frac{\frac{a+b}{b}}{\frac{a-b}{b}} = \frac{\frac{c+d}{d}}{\frac{c-d}{d}}$$

$$\text{अर्थात् } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \text{ होगा।}$$

### □ समानुपाती-विभाजन (Division of Proportion)

किसी दी गई राशि को दिए गए अनुपातों में विभाजन की प्रक्रिया समानुपातिक विभाजन कहलाता है। **जैसे-**



प्रश्न : 1350 रु. को 2 : 3 : 4 में विभाजित कीजिए।

हल : आनुपातिक योग = 2 + 3 + 4 = 9

$$(i) 1350 \times \frac{2}{9} = 300 \text{ रु.}$$

$$(ii) 1350 \times \frac{3}{9} = 450 \text{ रु.}$$

$$(iii) 1350 \times \frac{4}{9} = 600 \text{ रु.}$$



प्रश्न : 1173 रु. को  $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$  में विभाजित कीजिए।



हल :  $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

अर्थात् 6 : 8 : 9 (12 से क्रमशः तीनों में गुणा किया गया है)  
आनुपातिक योग = 6 + 8 + 9 = 23

$$(i) 1173 \times \frac{6}{23} = 306 \text{ रु.}$$

$$(ii) 1173 \times \frac{8}{23} = 408 \text{ रु.}$$

$$(iii) 1173 \times \frac{9}{23} = 459 \text{ रु.}$$

☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें



प्रश्न : कुछ रुपया A, B तथा C में इस प्रकार वितरित किए गए कि यदि A को 1 रु., तो B को 65 पैसे और C को 40 पैसे प्राप्त हुए। यदि C का भाग 8 रु. हो तो, कुल रुपये कितने थे?



हल : परंपरागत विधि

स्पष्ट है  $A:B:C = 100:65:40$  है

अर्थात्  $= 20:13:8$

अनुपातिक योग  $= 20+13+8 \Rightarrow 41$

माना कुल  $x$  रुपये थे।

$$\text{तो } C \text{ का भाग} = x \times \frac{8}{41}$$

$$8 \text{ रु.} = x \times \frac{8}{41}$$

$$x = \frac{41 \times 8}{8} \Rightarrow 41 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः कुल 41 रुपये थे।



सामान्य समझ पर

स्पष्ट है  $A:B:C = 100:65:40$

$= 20:13:8$  है।

इनका आनुपातिक योग  $= 20+13+8 \Rightarrow 41$

$\therefore C$  का 8 भाग  $= 8$  रु. है।

तो कुल 41 भाग  $= 41$  रु. होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर

☞ उदाहरणार्थ एक और प्रश्न देखें



प्रश्न : 2430 रु. को A, B तथा C में इस प्रकार वितरित कीजिए कि यदि उनके भागों में से क्रमशः 5 रु., 10 रु. तथा 15 रु. घटाए जाएं तो शेष  $3:4:5$  के अनुपात में रहें।



हल : सामान्य समझ पर

2430 रु. में से 30 रु. ( $5+10+15$ ) घटाने पर प्राप्त

प्रतिफल को  $3:4:5$  के अनुपात में बांटने के बाद इन भागों में क्रमशः 5 रु., 10 रु. तथा 15 रु. जोड़ दें।

$$\text{अर्थात् } 2430 - (5+10+15) = 2400 \text{ रु.}$$

अब 2400 को  $3:4:5$  में विभाजित करके क्रमशः 5 रु., 10 रु. तथा 15 रु. जोड़ने पर

$$\begin{aligned} A \text{ का भाग} &= 2400 \times \frac{3}{3+4+5} + 5 \\ &= 2400 \times \frac{3}{12} + 5 \\ &= 600 + 5 \Rightarrow 605 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$B \text{ का भाग} = 2400 \times \frac{4}{12} + 10 = 800 + 10 \Rightarrow 810 \text{ रु.}$$

$$C \text{ का भाग} = 2400 \times \frac{5}{12} + 15 = 1000 + 15 \Rightarrow 1015 \text{ रु.}$$

$\Rightarrow$  उत्तर

☞ एक परिवर्तित प्रश्न देखें



प्रश्न : 1440 रु. को 7 पुरुषों, 13 स्त्रियों एवं 5 बच्चों में इस प्रकार विभाजित कीजिए कि प्रत्येक स्त्री को बच्चे को 3 गुना और प्रत्येक पुरुष को एक बच्चे और एक स्त्री के बराबर धन प्राप्त हो।



हल : परंपरागत विधि

माना प्रत्येक बच्चे का भाग  $= x$  रु.

तब प्रत्येक स्त्री का भाग  $= 3x$  रु.

तथा प्रत्येक पुरुष का भाग  $= x + 3x = 4x$  रु. होगा।

7 व्यक्तियों का कुल प्राप्त मूल्य  $= 7 \times 4x = 28x$  रु.

13 स्त्रियों का कुल प्राप्त मूल्य  $= 13 \times 3x = 39x$  रु.

5 बच्चों का कुल प्राप्त मूल्य  $= 5 \times x = 5x$  रु.

अब प्रश्नानुसार,

$$28x + 39x + 5x = 1440 \text{ रु.}$$

$$72x = 1440$$

$$x = \frac{1440}{72} = 20$$

अतः 7 व्यक्तियों का कुल प्राप्त मूल्य  $= 28x$

$$= 28 \times 20 \Rightarrow 560 \text{ रु.}$$

$$13 \text{ खियों का कुल प्राप्त मूल्य} = 39x \\ = 39 \times 20 \Rightarrow 780 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा } 5 \text{ बच्चों का कुल प्राप्त मूल्य} = 5x \\ = 5 \times 20 \Rightarrow 100 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

स्पष्ट है पुरुष, स्त्री एवं बच्चों की मजदूरी में अनुपात = 4 : 3 : 1 है।

तथा इनकी संख्या में अनुपात = 7 : 13 : 5 है।

तब इनका वास्तविक अनुपात = 28 : 39 : 5 होगा।

$$\text{अनुपातिक योग} = 28 + 39 + 5 = 72$$

$$\text{अतः } 7 \text{ पुरुषों का भाग} = 1440 \times \frac{28}{72} = 560 \text{ रु.}$$

$$13 \text{ खियों का भाग} = 1440 \times \frac{39}{72} = 780 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा } 5 \text{ बच्चों का भाग} = 1440 \times \frac{5}{72} = 100 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

□ समानुपाती विभाजन पर आधारित अलग-अलग सिक्कों का मूल्य

↖ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें



प्रश्न : 320 रु. की एक थैली में 1 रु., 50 पैसे एवं 25 पैसे के सिक्के क्रमशः 4 : 5 : 6 के अनुपात में हैं। तीनों सिक्कों की अलग-अलग संख्या बताइए।



हल : परंपरागत विधि

माना 1 रु., 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः  $4x$ ,  $5x$  तथा  $6x$  है।

तब सिक्कों का मूल्य

$$= 4x + \frac{5x}{2} + \frac{6x}{4}$$

$$[\because 50 \text{ पैसे} = \frac{1}{2} \text{ रुपये} \text{ तथा } 25 \text{ पैसे} = \frac{1}{4} \text{ रुपये}]$$

$$\text{तब } \frac{4x}{1} + \frac{5x}{2} + \frac{6x}{4} = 320 \text{ रु.}$$

$$\text{अर्थात् } 32x = 320 \times 4$$

$$x = \frac{320 \times 4}{32} = 40$$

$$\therefore 1 \text{ रु. के सिक्कों की संख्या} = 4x = 4 \times 40 \Rightarrow 160$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 5x = 5 \times 40 \Rightarrow 200$$

$$\text{तथा } 25 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 6x$$

$$= 6 \times 40 \Rightarrow 240 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### सामान्य समझ पर

सिक्कों में अनुपात = 4 : 5 : 6

मूल्यों में अनुपात = 4 : 2 : 1

(1 रु., 50 पैसे तथा 25 पैसे के 4 सिक्कों का मूल्य)

राशियों में अनुपात =  $4 \times 4 : 5 \times 2 : 6 \times 1$

$$= 16 : 10 : 6 \text{ होगा।}$$

$$\text{अनुपातिक योग} = 16 + 10 + 6 = 32$$

$$1 \text{ रु. के सिक्कों का मूल्य} = 320 \times \frac{16}{32} = 160 \text{ रु. तथा}$$

सिक्कों की संख्या = 160

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों का मूल्य} = 320 \times \frac{10}{32} = 100 \text{ रु. तथा}$$

सिक्कों की संख्या = 200

$$\text{और } 25 \text{ पैसे के सिक्कों का मूल्य} = 320 \times \frac{6}{32} = 60 \text{ रु.}$$

तथा सिक्कों की संख्या = 240 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर

इस तरह समझें-

सिक्कों की संख्या का अनुपात = 4 : 5 : 6 है इनका

आनुपातिक मूल्य =  $8 = 4 + 2.5 + 1.5$  है।

जबकि वास्तविक मूल्य = 320 रु. है। अनुपातिक मूल्य का

$$40 \text{ गुना} \left( \frac{320}{8} \right) \text{ तब वास्तविक सिक्कों की संख्या भी } 40$$

गुनी होगी अर्थात् 1 रु., 50 पैसे एवं 25 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः 160, 200 एवं 240 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर

**☞ उदाहरणार्थ एक और प्रश्न देखें**

 प्रश्न : एक बैग में 1 रु., 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के सिक्के 1 : 3 : 5 : 7 के अनुपात में हैं। यदि बैग में 22.25 रु. हों तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

माना 1 रु., 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के सिक्कों की संख्या  $x, 3x, 5x$  और  $7x$  हैं।

$$\text{तब, } \frac{x}{1} + \frac{3x}{2} + \frac{5x}{4} + \frac{7x}{10} = 22.25 \text{ रु.}$$

$$\frac{20x+30x+25x+14x}{20} = 22.25$$

$$89x = 22.25 \times 20$$

$$x = \frac{22.25 \times 20}{89} = 5$$

1 रु. के सिक्कों की संख्या =  $x \Rightarrow 5$

50 पैसे के सिक्कों की संख्या =  $3x = 3 \times 5 \Rightarrow 15$

25 पैसे के सिक्कों की संख्या =  $5x = 5 \times 5 \Rightarrow 25$

10 पैसे के सिक्कों की संख्या =  $7x = 7 \times 5 \Rightarrow 35$

$\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

सिक्कों का अनुपात = 1 : 3 : 5 : 7 है

$$\begin{aligned} \text{तो सिक्कों का मूल्य} &= 1 + 1.5 + 1.25 + 0.70 \\ &= 4.45 \text{ रु. होगा।} \end{aligned}$$

$\therefore 4.45$  रु. में 1 रु. के सिक्कों की संख्या = 1 है  
तो 22.25 रु. में 1 रु. के सिक्कों की संख्या

$$= \frac{1}{4.45} \times 22.25 = 5$$

$\therefore 4.45$  रु. में 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 3 है  
तो 22.25 रु. में 50 पैसे के सिक्कों की संख्या

$$= \frac{3}{4.45} \times 22.25 = 15$$

$\therefore 4.45$  रु. में 25 पैसे के सिक्कों की संख्या = 5 है  
तो 22.25 रु. में 25 पैसे के सिक्कों की संख्या

$$= \frac{5}{4.45} \times 22.25 = 25$$

$\therefore 4.45$  रु. में 10 पैसे के सिक्कों की संख्या = 7 है  
तो 22.25 रु. में 10 पैसे के सिक्कों की संख्या

$$= \frac{7}{4.45} \times 22.25 = 35$$

अतः 1 रु., 50 पैसे, 25 पैसे तथा 10 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः 5, 15, 25 तथा 35 है।  $\Rightarrow$  उत्तर

इस तरह समझें-

सिक्कों का अनुपात = 1 : 3 : 5 : 7 है तो इनका मूल्य 4.45 रु. ( $1+1.5+1.25+0.70$ ) है।

जबकि वास्तविक मूल्य = 22.25 रु. है। यानि आनुपातिक मूल्य का 5 गुना  $\left( \frac{22.25}{4.45} \right)$  तब वास्तविक सिक्कों की

संख्या भी पांच गुना होगी अर्थात् 1 रु. 50 पैसे, 25 पैसे एवं 10 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः 5, 15, 25 एवं 35 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर

**☞ एक और परिवर्तित प्रश्न देखें**

 प्रश्न : एक व्यक्ति के पास 1 रु., 5 रु. तथा 10 रु. के नोट हैं, जिसमें प्रत्येक की संख्या बराबर है तथा उनका मूल्य 160 रु. है, व्यक्ति के पास नोटों की कुल संख्या कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

माना 1 रु., 5 रु. तथा 10 रु. के नोटों की संख्या क्रमशः  
 $x, x$  तथा  $x$  है (क्योंकि प्रत्येक की संख्या बराबर है)

$$1 \text{ रु. के नोटों का मूल्य} = 1 \times x = x \text{ रु.}$$

$$5 \text{ रु. के नोटों का मूल्य} = 5 \times x = 5x \text{ रु.}$$

$$\text{तथा } 10 \text{ रु. के नोटों का मूल्य} = 10 \times x = 10x \text{ रु.}$$

$$\text{अब } (x + 5x + 10x) \text{ रु.} = 160 \text{ रु.}$$

$$16x = 160$$

$$x = \frac{160}{16} = 10$$

अतः 1 रु., 5 रु. तथा 10 रु. के नोटों की संख्या क्रमशः

$$10, 10 \text{ तथा } 10 \text{ होगी यानि कुल नोटों की संख्या} = 10 +$$

$$10 + 10 = 30 \text{ होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

मान लीजिए व्यक्ति के पास तीनों प्रकार के नोटों की संख्या  
 $1-1$  हो तो इनका कुल मूल्य 16 रु. ( $1 + 5 + 10$ ) होगा  
 जबकि वास्तविक मूल्य 160 रु. है। यानी वास्तविक मूल्य  
 10 गुना है, तो नोटों की संख्या भी 10 गुनी होगी। अतः  
 तीनों प्रकार के नोटों की कुल वास्तविक संख्या  $= 3 \times 10$   
 $= 30$  होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर

- अनुपात-समानुपात के तहत बहुत से ऐसे प्रश्न पूछे जाते हैं, जिसके अनुपातों में कुछ जोड़कर या घटाकर बनने वाला नया अनुपात दिया जाता है और अनुपातों की मात्रा पूछी जाती है।

देखें-



प्रश्न 1. दूध और पानी के 42 लीटर मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात  $5 : 2$  है। यदि इस मिश्रण में 3 लीटर पानी और डाल दिया जाए तो नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात क्या होगा?



हल : परंपरागत विधि

माना 42 लीटर मिश्रण में दूध और पानी क्रमशः  $5x$  तथा  $2x$  लीटर हैं।

$$\text{अर्थात् } 5x + 2x = 42$$

$$7x = 42$$

$$x = \frac{42}{7} \Rightarrow 6$$

$$42 \text{ लीटर मिश्रण में दूध की मात्रा} = 5 \times 6 = 30 \text{ लीटर}$$

$$42 \text{ लीटर मिश्रण में पानी की मात्रा} = 2 \times 6 = 12 \text{ लीटर}$$

नए मिश्रण में दूध की मात्रा = 30 लीटर है

$$\begin{aligned} \text{जबकि नए मिश्रण में पानी की मात्रा} &= (12 + 3) \text{ लीटर} \\ &= 15 \text{ लीटर होगी।} \end{aligned}$$

अतः नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात

$$= 30 : 15 = 2 : 1 \text{ होगी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

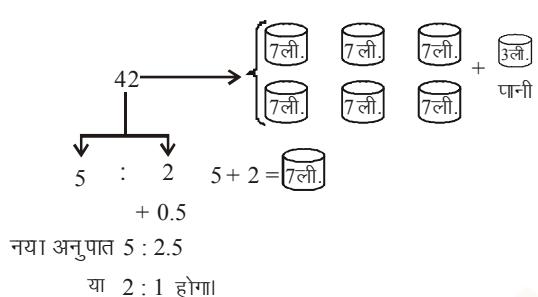
42 लीटर दूध और पानी के मिश्रण को यदि  $5 : 2$  में विभाजित किया जाये तो दूध एवं पानी क्रमशः 30 एवं 12 लीटर होगा।

$$(कैसे?, 42 \times \frac{5}{7} = 30 \text{ एवं } 42 \times \frac{2}{7} = 12)$$

पानी में अर्थात् 12 लीटर में 3 लीटर और पानी मिलाने पर यह 15 लीटर हो जाएगा जबकि दूध 30 लीटर ही रहेगा। स्पष्ट है कि नया अनुपात  $30 : 15$  या  $2 : 1$  हो जाएगा।

$\Rightarrow$  उत्तर

### चित्रात्मक प्रस्तुति



स्पष्ट है  $3$  लीटर और पानी मिला देने पर सभी  $6$  पात्रों में आधा  $\left(\frac{1}{2}\right)$  - आधा  $\left(\frac{1}{2}\right)$  ली. पानी बढ़ जाएगा यानि  $2.5$  ली.  $\left(2 + \frac{1}{2}\right)$  पानी सभी पात्रों में होगा जबकि दूध की मात्रा  $5$  ली. ही रहेगी। अतः नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात  $= 5 : 2.5$  या  $2 : 1$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 2.**  $40$  लीटर दूध एवं पानी के मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात  $3 : 1$  है। इस मिश्रण में कितना पानी मिलाना चाहिए, जिससे यह अनुपात  $2 : 1$  हो जाए ?



**हल :** परंपरागत विधि

माना  $40$  लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी क्रमशः  $3x$  एवं  $x$  लीटर है

$$\text{अर्थात } 3x + x = 40$$

$$x = \frac{40}{4} \\ = 10$$

$40$  लीटर मिश्रण में दूध की मात्रा  $= 3 \times 10 = 30$  लीटर  
 $40$  लीटर मिश्रण में पानी की मात्रा  $= 1 \times 10 = 10$  लीटर  
माना  $A$  लीटर पानी मिलाया गया जिससे दूध एवं पानी का अनुपात  $2 : 1$  हो जाता है।

$$\text{अर्थात } \frac{30}{10 + A} = \frac{2}{1}$$

$$20 + 2A = 30$$

$$2A = 30 - 20$$

$$A = \frac{10}{2} = 5 \text{ लीटर}$$

अतः  $5$  लीटर पानी और मिलाना होगा जिससे यह अनुपात

$2 : 1$  हो जाये  $\Rightarrow$  उत्तर



**सामान्य समझ पर**

$40$  लीटर दूध एवं पानी के मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात  $3 : 1$  है। स्पष्ट है दूध  $30$  लीटर और पानी  $10$  लीटर है।

नए मिश्रण में दूध का भाग तो वही रहेगा अर्थात  $30$  लीटर, यह  $2$  भाग के बराबर है। पानी को  $1$  भाग अर्थात  $15$  लीटर होना चाहिए। जबकि  $10$  लीटर पानी है अर्थात  $5$  लीटर पानी और मिलाना चाहिए।  $\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 3.** एक मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात  $3 : 2$  है, यदि इसमें  $4$  लीटर पानी मिला दिया जाये तो इसमें दूध एवं पानी की मात्रा बराबर हो जाती है। पहले वाले मिश्रण में दूध एवं पानी की मात्रा ज्ञात कीजिए।



**हल :** परंपरागत विधि

माना मिश्रण में दूध की मात्रा  $= 3x$  लीटर तथा पानी की मात्रा  $= 2x$  लीटर है।

$$\text{अब } \frac{3x}{2x+4} = \frac{1}{1} \quad (4 \text{ लीटर पानी मिलाने पर दूध एवं}$$

$$3x = 2x + 4 \quad \text{पानी की मात्रा बराबर हो जाती है} \\ x = 4$$

पहले वाले मिश्रण में दूध की मात्रा  $= 3 \times 4 = 12$  लीटर तथा पानी की मात्रा  $= 2 \times 4 = 8$  लीटर।  $\Rightarrow$  उत्तर



**सामान्य समझ पर**

प्रश्न से स्पष्ट है कि  $4$  लीटर पानी मिलाने पर दूध एवं

पानी की मात्रा समान अर्थात्  $3 : 3$  हो जाती है। यानि 4 लीटर पानी मिलाने से पानी के भाग में एक (1) भाग की वृद्धि है।

अतः पूर्व में दूध का भाग = 3

अर्थात् दूध की मात्रा =  $3 \times 4 = 12$  लीटर

तथा पानी का भाग = 2

अर्थात् पानी की मात्रा =  $2 \times 4 = 8$  लीटर थी।  $\Rightarrow$  उत्तर

□ दूध एवं पानी के मिश्रण पर दो प्रकार के परिवर्तित प्रश्न हैं - देखें



**प्रश्न 1.** एक कंटेनर में 80 लीटर दूध है। इसमें से 8 लीटर दूध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया जाता है। यदि यह क्रिया कुल तीन बार की जाये तो कंटेनर में कितना दूध शेष बचेगा?



**हल :** उपर्युक्त प्रथम प्रकार के प्रश्न में बचे हुए दूध की

मात्रा ज्ञात करने का सूत्र है-

$$x \left( \frac{x-y}{x} \right)^n \text{ लीटर}$$

जहां  $x =$  दूध की कुल मात्रा

$y =$  निकाले गए मिश्रण की मात्रा

$n =$  क्रिया जितनी बार की गई हो।

$$\text{इस प्रकार शेष दूध} = 80 \left( \frac{80-8}{80} \right)^3$$

$$= \left( 80 \times \frac{72}{80} \times \frac{72}{80} \times \frac{72}{80} \right) \text{ लीटर}$$

$$= 58.32 \text{ लीटर} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 2.** पानी से भरे एक पात्र में से 9 लीटर पानी

निकालकर इसे दूध से भर दिया जाता है। इस मिश्रण में से पुनः 9 लीटर निकालकर इसे दूध से पूरा भर दिया जाता है। यदि अब पात्र में पानी एवं दूध का अनुपात 16 : 9 हो तो पात्र की क्षमता क्या होगी?



**हल :** उपर्युक्त प्रश्न में 2 बार पानी निकालकर दूध

भरने की क्रिया के उपरांत पानी एवं दूध का अनुपात 16 : 9 है।

सूत्र-  $\frac{n \text{ बार निकालने की क्रिया दोहराने पर बचा पानी}}{\text{मिश्रण की कुल आनुपातिक मात्रा}}$

$$= \left( \frac{x-y}{x} \right)^n$$

जहां  $x =$  पात्र की क्षमता

$$\frac{16}{(16+9)} = \left( \frac{x-9}{x} \right)^2$$

$$\left( \frac{x-9}{x} \right)^2 = \frac{16}{25} \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्गमूल लिया गया})$$

$$\frac{x-9}{x} = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\frac{x-9}{x} = \frac{4}{5}$$

$$5x - 45 = 4x$$

$$5x - 4x = 45$$

$$x = 45 \text{ लीटर} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

□ दूध एवं पानी के मिश्रण में आपने देखा किसी एक वस्तु को मिलाया गया है। यदि दोनों ही अनुपातों में कुछ मिलाया जाये या कम किया जाए तो- देखें-

□ **प्रश्न 1.** राम एवं श्याम की आय का अनुपात  $8 : 11$  और उनके खर्च का अनुपात  $7 : 10$  है। यदि प्रत्येक की बचत 500 रु. हो, तो उनके खर्च एवं आय क्या हैं?



**हल :** परंपरागत विधि

माना राम की आय =  $8x$

तथा श्याम की आय =  $11x$  है।

उनके खर्चों का अनुपात  $7 : 10$  है तथा प्रत्येक की बचत 500 रु. है, तो

प्रश्नानुसार,

$$\frac{8x - 500}{11x - 500} = \frac{7}{10}$$

$$10(8x - 500) = 7(11x - 500)$$

$$80x - 5000 = 77x - 3500$$

$$3x = 1500$$

$$x = \frac{1500}{3} \Rightarrow 500$$

अतः राम की आय =  $8 \times 500 = 4,000$  रु.

तथा श्याम की आय =  $11 \times 500 = 5,500$  रु. होगी।

इस प्रकार राम का खर्च =  $(4,000 - 500)$  रु.

$$= 3,500$$
 रु.

तथा श्याम का खर्च =  $(5,500 - 500)$  रु.

$$= 5,000$$
 रु. होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि राम और श्याम के आय के अनुपात

$(8 : 11)$  में 1-1 की कमी होने पर खर्च का अनुपात  $(7 : 10)$  प्राप्त होता है। यानि प्रत्येक का एक-एक भाग 500 रु. है (प्रत्येक की बचत 500 रु. दिया है)।

अतः राम की अय = 8 भाग =  $8 \times 500 \Rightarrow 4,000$  रु. तथा

श्याम की आय = 11 भाग =  $11 \times 500 = 5,500$  रु. होगी।

इसी प्रकार राम का खर्च = 7 भाग =  $7 \times 500 = 3,500$  रु.

तथा श्याम का खर्च = 10 भाग =  $10 \times 500 = 5,000$  रु.

होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



प्रश्न 2. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे

$11 : 23$  अनुपात की संख्याओं में मिलाने पर इसका अनुपात  $4 : 7$  हो जाता है?



हल : माना संख्याओं में  $x$  जोड़ने पर उनका अनुपात

: 7 हो जाता है।

$$\text{अर्थात् } \frac{11+x}{23+x} = \frac{4}{7}$$

$$7(11+x) = 4(23+x)$$

$$77+7x = 92+4x$$

$$7x-4x = 92-77$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3} \Rightarrow 5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

11 एवं 23 में 5-5 जोड़ने पर संख्याएं 16 एवं 28 अर्थात्

4 : 7 में हो जाती है अतः उत्तर 5 होगा।



प्रश्न 3. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे

$11 : 23$  अनुपात की संख्याओं से घटाने पर उसका अनुपात  $3 : 7$  हो जाता है।



हल : माना संख्याओं में  $x$  घटाने पर उनका अनुपात 3 :

7 हो जाता है।

$$\text{अर्थात् } \frac{11-x}{23-x} = \frac{3}{7}$$

$$7(11-x) = 3(23-x)$$

$$77-7x = 69-3x$$

$$-7x+3x = 69-77$$

$$-4x = -8$$

$$x = \frac{8}{4} \Rightarrow 2 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

देखते ही यह स्पष्ट है कि 11 एवं 23 में से 2-2 घटाने पर

संख्याएं 9 एवं 21 या 3 : 7 में हो जाती है अतः उत्तर '2'

होगा।

☞ मिश्रण पर एक प्रश्न देखें



प्रश्न 1. तांबे एवं सोने के 2 मिश्रण क्रमशः 7 : 2 एवं 7 : 11 के अनुपात में हैं। यदि दोनों मिश्रणों को बराबर अनुपात में मिश्रित किया जाये तो नए मिश्रण में सोने एवं तांबे का अनुपात क्या होगा?



हल :

प्रथम मिश्रण

तांबे एवं सोने का अनुपात : तांबे एवं सोने का अनुपात  
(7 : 2) (7 : 11)

स्पष्ट है प्रथम मिश्रण के 9 : स्पष्ट है द्वितीय मिश्रण के 18

भाग में तांबे का भाग  $\frac{7}{9}$  तथा : भाग में तांबे का भाग  $\frac{7}{18}$  तथा

सोने का भाग  $\frac{2}{9}$  होगा। : सोने का भाग  $\frac{11}{18}$  होगा।

अतः नए मिश्रण में सोने एवं तांबे का अनुपात

= दोनों मिश्रणों में कुल सोना : दोनों मिश्रणों में कुल तांबा

$$= \left( \frac{2}{9} + \frac{11}{18} \right) : \left( \frac{7}{9} + \frac{7}{18} \right)$$

$$= \frac{15}{18} : \frac{21}{18}$$

$$= 15 : 21 \Rightarrow 5 : 7 \text{ होगा।}$$

□ अनुपात पर एक विविध प्रश्न देखें



प्रश्न : एक पेड़ पर कुछ कबूतर एवं कुछ तोते बैठे हैं, जब पेड़ पर से 10 तोते उड़ जाते हैं, तो कबूतरों की संख्या तोतों से 5 गुना हो जाती है। पुनः जब 15 कबूतर उड़ जाते हैं तो कबूतरों की संख्या तोतों से 2 गुना हो जाती है। पेड़ पर प्रारंभ में कितने कबूतर एवं तोते बैठे थे?



हल : परंपरागत विधि

माना कबूतरों की संख्या =  $x$  तथा तोतों की संख्या =  $y$  हो 10 तोते उड़ जाने पर तोतों की संख्या =  $y - 10$

प्रश्नानुसार, तोतों की संख्या का 5 गुना = कबूतरों की संख्या  $(y-10) \times 5 = x$

$$\therefore x = 5y - 50$$

.....(i)

द्वितीय स्थिति में,

15 कबूतर उड़ जाने पर कबूतरों की संख्या =  $x - 15$  प्रश्नानुसार, अब कबूतरों की संख्या = तोतों की संख्या का 2 गुना

$$x - 15 = (y - 10) 2$$

$$x - 15 = 2y - 20$$

$$2y - x = 5$$

.....(ii)

समीकरण (i) से  $x$  का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$2y - 5y + 50 = 5$$

$$3y = 45$$

$$y = \frac{45}{3} = 15$$

समीकरण (i) से  $x$  का मान रखने पर

$$2 \times 15 - x = 5$$

$$x = 30 - 5 = 25$$

अतः प्रारंभ में कबूतरों की संख्या = 25 तथा तोतों की संख्या = 15 थी।  $\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि 15 कबूतर उड़ जाने से कबूतरों की संख्या में 3 गुना कमी है।

अर्थात् 3 गुना = 15 कबूतर

$$\therefore 1 \text{ गुना} = \frac{15}{3} = 5 \text{ कबूतर}$$

अतः प्रारंभ में कबूतरों की संख्या = 5 गुना

अर्थात्  $5 \times 5 = 25$  थी।

प्रश्न में दिया है कि पेड़ पर से जब 10 तोते उड़ जाते हैं तो कबूतरों की संख्या 5 तोतों की संख्या से दो गुना हो जाती है।

अर्थात्

$$25 \text{ कबूतर} = 5 \times (\text{प्रारंभ में तोतों की संख्या} - 10)$$

$$\therefore 25 = 5 (\text{प्रारंभ में तोतों की संख्या} - 10)$$

$$\text{प्रारंभ में तोतों की संख्या} - 10 = \frac{25}{5}$$

$$\therefore \text{प्रारंभ में तोतों की संख्या} = 5 + 10 = 15 \text{ थी।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

### उदाहरणार्थ प्रश्न



प्रश्न 1. 520 रु. को 5 : 8 के अनुपात में बांटिए।



हल : परंपरागत विधि

$$\text{आनुपातिक योग} = 5 + 8 = 13$$

$$\text{प्रथम भाग} = 520 \times \frac{5}{13} = 200 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा द्वितीय भाग} = 520 \times \frac{8}{13} = 320 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

5 : 8 का अर्थ है कुल 13 भागों में एक भाग 5 तथा दूसरा भाग 13 है।

स्पष्ट है कि प्रथम भाग ज्ञात करने हेतु

$$13 \text{ भागों में प्रथम भाग} = 5 \text{ है}$$

$$\text{तो } 520 \text{ रु. में प्रथम भाग} = \frac{5}{13} \times 520 = 200 \text{ रु.}$$

इसी प्रकार द्वितीय भाग हेतु

$$13 \text{ भागों में द्वितीय भाग} = 8 \text{ है}$$

$$\text{तो } 520 \text{ रु. में द्वितीय भाग} = \frac{8}{13} \times 520 = 320 \text{ रु.}$$

$\Rightarrow$  उत्तर



प्रश्न 2. 3 : 4 का प्रतिलोमानुपात ज्ञात कीजिए।



$$\text{हल : } 3 : 4 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \text{ का प्रतिलोमानुपात} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 3. 5, 7, 10 का चतुर्थानुपाती ज्ञात कीजिए।



हल : इसका अर्थ है  $5 : 7 :: 10 : x$  में  $x$  का मान पूछा गया है।

$$\text{स्पष्ट है } \frac{5}{7} = \frac{10}{x}$$

$$x = \frac{10 \times 7}{5} \Rightarrow 14 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 5, 7, 10 का चतुर्थानुपाती 14 होगा।



प्रश्न 4.(i) 3 एवं 4 का तृतीयानुपाती ज्ञात कीजिए।



हल (i) इसका अर्थ है  $3 : 4 :: 4 : x$  में  $x$  का मान पूछा गया है।

$$\text{स्पष्ट है कि } \frac{3}{4} = \frac{4}{x}$$

$$x = \frac{16}{3} \Rightarrow 5\frac{1}{3} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल (ii) इसका अर्थ है  $6 : 7 :: 7 : x$  में  $x$  का मान पूछा गया है।

$$\text{स्पष्ट है कि } \frac{6}{7} = \frac{7}{x}$$

$$x = \frac{7 \times 7}{6} = \frac{49}{6}$$

$$x = 8\frac{1}{6} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 5.(i) 4 एवं 9 का मध्यानुपाती क्या है?

(ii) 5 एवं 20 का मध्यानुपाती क्या है?



हल : (i) इसका अर्थ है  $4 : x :: x : 9$  में  $x$  का मान पूछा गया है।

स्पष्ट है बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$x \times x = 4 \times 9$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow \text{ज्ञात}$$

(ii) इसका अर्थ है  $5 : x :: x : 20$  में  $x$  का मान पूछा गया है।

स्पष्ट है कि  $\frac{5}{x} = \frac{x}{20}$

$$x^2 = 20 \times 5$$

$$x = \sqrt{100} \Rightarrow 10 \Rightarrow \text{ज्ञात}$$



**प्रश्न 6.** दो धन  $11 : 13$  के अनुपात में है। यदि दूसरा धन 156 रु. है, तो पहला धन ज्ञात कीजिए।



**हल :** परंपरागत विधि

माना पहला धन  $x$  रु. है।

$$\text{तब } \frac{x}{156} = \frac{11}{13}$$

$$x = \frac{11 \times 156}{13}$$

$$x = 11 \times 12 \Rightarrow 132 \text{ रु.} \Rightarrow \text{ज्ञात}$$



**सामान्य समझ पर**

स्पष्ट है दूसरे धन का वास्तविक मूल्य = 156 रु. है अर्थात्

$$\text{यह आनुपातिक मूल्य का } 12 \text{ गुना } \left( \frac{156}{13} \right) \text{ है।}$$

यानी पहला धन भी आनुपातिक मूल्य का 12 गुना होगा।

अर्थात् पहला धन =  $11 \times 12 \Rightarrow 132 \text{ रु. होगा।} \Rightarrow \text{ज्ञात}$



**प्रश्न 7.** यदि  $A : B = 3 : 4$  तथा  $B : C = 8 : 9$  हो, तो

$A : B : C$  तथा  $A : C$  ज्ञात कीजिए।



**हल :**  $A : B = 3 : 4$

$$\text{अर्थात् } \frac{A}{B} = \frac{3}{4} \text{ या } \frac{6}{8}$$

$$A : B = 6 : 8$$

$$B : C = 8 : 9$$

स्पष्ट है  $A : B : C = 6 : 8 : 9$  होगा।

$\therefore A : C = 6 : 9$  या  $2 : 3 \Rightarrow \text{ज्ञात}$



**सामान्य समझ पर**

इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने का एक बहुत ही सरल एवं स्पष्ट नियम है-

$$\text{सबसे पहले } A : B = 3 : 4$$

$$B : C = 8 : 9 \text{ को भिन्न के रूप में लिख लें$$

$$\text{अर्थात् } \frac{3}{4}, \frac{8}{9}$$

इस भिन्न में 2 प्रकार की राशियां हैं- (1) अंश, (2) हर

$$\frac{3N_1}{4D_1}, \frac{8N_2}{9D_2}$$

$$\text{अब प्रथम अनुपात (A) }= (N_1 \times N_2) = 3 \times 8 \Rightarrow 24$$

$$\text{द्वितीय अनुपात (B) }= (D_1 \times N_2) = 4 \times 8 \Rightarrow 32$$

$$\text{तृतीय अनुपात (C) }= (D_1 \times D_2) = 4 \times 9 \Rightarrow 36$$

$$\text{अतः } A : B : C = 24 : 32 : 36$$

$$\text{या } 6 : 8 : 9$$

$$\text{अतः } A : C = 6 : 9 \text{ या } 2 : 3 \Rightarrow \text{ज्ञात}$$



**प्रश्न 8.** तीन व्यक्ति A, B, C किसी काम को अलग-अलग 20 दिन, 32 दिन और 4 दिन में करके कुल 408 रु. कमाते हैं। यदि उनकी दैनिक मजदूरी  $5 : 3 : 2$  के अनुपात में हो तो प्रत्येक की कुल अलग-अलग मजदूरी क्या होगी?



**हल :** A, B, C तीनों की दैनिक मजदूरी में अनुपात =

$$5 : 3 : 2$$

$\therefore$  तीनों ने क्रमशः 20 दिन, 32 दिन और 4 दिन तक काम किया है।

$$\therefore \text{तीनों की कुल मजदूरी में अनुपात} = 20 \times 5 : 32 \times 3 : 4 \times 2 \\ = 100 : 96 : 8$$

$$\text{या} = 25 : 24 : 2$$

$$\text{अनुपाती योग} = 25 + 24 + 2 \Rightarrow 51$$

∴ तीनों कुल 408 रु. कमाते हैं।

$$\therefore \text{A की कुल मजदूरी} = \frac{25}{51} \times 408 = 200 \text{ रु.}$$

$$\text{B की कुल मजदूरी} = \frac{24}{51} \times 408 = 192 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा C की कुल मजदूरी} = \frac{2}{51} \times 408 = 16 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



**प्रश्न 9.** यदि  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  है, तो  $(2x+3y)$  तथा  $(3y-2x)$  में अनुपात क्या होगा?



$$\text{हल : } \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \text{ अर्थात् } x = 3 \text{ तथा } y = 4$$

दिए गए समीकरण  $(2x+3y)$  तथा  $(3y-2x)$  में  $x$  तथा  $y$  का मान रखने पर

$$2x+3y = (2 \times 3 + 3 \times 4) = 18$$

$$(3y-2x) = (3 \times 4 - 2 \times 3) = 6$$

$$\text{अतः } (2x+3y):(3y-2x) = 18:6$$

$$= 3:1 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 10.** एक थैली में 1रु., 50 पैसे तथा 10 पैसे के सिक्के रखे गए हैं। एक रुपये और 50 पैसे के सिक्कों की संख्या में 2 : 5 का अनुपात है जबकि 50 पैसे और 10 पैसे के सिक्कों की संख्या में 4 : 9 का अनुपात है। यदि थैली में कुल धन 1125 रु. है तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए।



**हल :** माना 1 रु., 50 पैसे तथा 10 पैसे के सिक्कों

की संख्या क्रमशः A, B तथा C है।

$$A:B = 2:5 \text{ या } 8:20$$

$$B:C = 4:9 \text{ या } 20:45$$

$$\text{अतः } A:B:C = 8:20:45$$

माना थैली में 1 रु. के  $8x$  सिक्के हैं।

$$\text{तो कुल मूल्य} = 8x \times 1 = 8x \text{ रु.}$$

थैली में 50 पैसे के  $20x$  सिक्के हैं।

$$\text{तो कुल मूल्य} = 20x \times \frac{1}{2} = 10x \text{ रु.}$$

तथा 10 पैसे के  $45x$  सिक्के हैं।

$$\text{तो कुल मूल्य} = 45x \times \frac{1}{10} = 4.5x \text{ रु.}$$

इस प्रकार सभी सिक्कों का कुल मूल्य  $(8x + 10x + 4.5x)$  रु. = 22.5x रु. होगा।

परंतु थैली में कुल धन 1125 रु. है।

$$\text{अर्थात् } 22.5x = 1125 \text{ रु.}$$

$$x = \frac{1125}{22.5} = 50$$

$$\text{अतः } 1 \text{ रु. के सिक्कों की संख्या} = 8 \times 50 = 400$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 20 \times 50$$

$$= 1,000$$

$$\text{और } 10 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 45 \times 50$$

$$= 2250 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



**प्रश्न 11.** 427 रु. को तीन व्यक्तियों A, B तथा C में इस प्रकार बांटा जाता है कि A के भाग का तीन गुना और B के भाग का चार गुना तथा C के भाग का सात गुना आपस में बराबर रहें। 'A' को कितने रु. मिलेंगे?



$$\text{हल : } A \text{ का भाग} \times 3 = B \text{ का भाग} \times 4 = C \text{ का भाग} \times 7$$

$$\therefore A \text{ का भाग} \times 3 = B \text{ का भाग} \times 4$$

$$\text{तथा } B \text{ का भाग} \times 4 = C \text{ का भाग} \times 7$$

$$\frac{A \text{ का भाग}}{B \text{ का भाग}} = \frac{4}{3} \quad \text{तथा} \quad \frac{B \text{ का भाग}}{C \text{ का भाग}} = \frac{7}{4}$$

$$A:B = 4:3$$

$$B:C = 7:4$$

$$A:B:C = 28:21:12$$

$$\text{आनुपातिक योग} = 28 + 21 + 12 = 61$$

∴ कुल धन = 427 रु. है

$$\text{तो } A \text{ का भाग} = 427 \times \frac{28}{61} = 196 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

स्पष्ट है  $A : B = 4 : 3$  तथा  $B : C = 7 : 4$  होगा  
(क्योंकि  $A$  का 3 गुना =  $B$  का 4 गुना है तथा  $B$  का 4 गुना =  $C$  का 7 गुना है)

$$A : B = 4 : 3 \text{ अर्थात् } \frac{A}{B} = \frac{4}{3}$$

$$B : C = 7 : 4 \text{ अर्थात् } \frac{B}{C} = \frac{7}{4}$$

अब प्रथम अनुपात ( $A$ ) =  $N_1 \times N_2 = 4 \times 7 = 28$

द्वितीय अनुपात ( $B$ ) =  $D_1 \times N_2 = 3 \times 7 = 21$

तथा तृतीय अनुपात ( $C$ ) =  $D_1 \times D_2 = 3 \times 4 = 12$

अतः  $A : B : C = 28 : 21 : 12$

आनुपातिक योग =  $28 + 21 + 12 = 61$

∴ कुल धन = 427 रु. है

$$\text{तो } A \text{ का धन} = 427 \times \frac{28}{61} = 196 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 12. 21000 रु. को A, B, C तथा D चार लोगों में इस प्रकार विभाजित कीजिए कि  $A : B = 2 : 3$ ;  $B : C = 4 : 5$  तथा  $C : D = 6 : 7$  के अनुपात मेंधन प्राप्त हो।



हल :  $A : B = 2 : 3$  अर्थात्  $\frac{A}{B} = \frac{2}{3}$

$$B : C = 4 : 5 \text{ अर्थात् } \frac{B}{C} = \frac{4}{5}$$

$$C : D = 6 : 7 \text{ अर्थात् } \frac{C}{D} = \frac{6}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{अब प्रथम अनुपात (A)} &= (N_1 \times N_2 \times N_3) \\ &= 2 \times 4 \times 6 = 48 \end{aligned}$$

द्वितीय अनुपात ( $B$ ) =  $(D_1 \times N_2 \times N_3)$

$$= 3 \times 4 \times 6 = 72$$

तृतीय अनुपात ( $C$ ) =  $(D_1 \times D_2 \times N_3)$

$$= 3 \times 5 \times 6 = 90$$

तथा चतुर्थ अनुपात ( $D$ ) =  $(D_1 \times D_2 \times D_3)$

$$= 3 \times 5 \times 7 = 105$$

अतः  $A : B : C : D = 48 : 72 : 90 : 105$

या  $16 : 24 : 30 : 35$

आनुपातिक योग =  $16 + 24 + 30 + 35 = 105$

इस प्रकार  $A$  का अर्जित धन =  $21000 \times \frac{16}{105} = 3200$  रु.

$B$  का अर्जित धन =  $21000 \times \frac{24}{105} = 4800$  रु.

$C$  का अर्जित धन =  $21000 \times \frac{30}{105} = 6000$  रु.

तथा  $D$  का अर्जित धन =  $21000 \times \frac{35}{105} = 7000$  रु.

⇒ उत्तर



प्रश्न 13. A, B तथा C की मासिक आय का अनुपात  $2 : 3 : 5$  है। यदि C की मासिक आय A की मासिक आय से 1200 रु. अधिक हो, तो B की वार्षिक आय कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

माना A, B तथा C की मासिक आय क्रमशः  $2x$ ,  $3x$  तथा  $5x$  हैं। C की मासिक आय - A की मासिक आय = 1200 रु.

$$5x - 2x = 1200 \text{ रु.}$$

$$3x = 1200 \text{ रु.}$$

$$x = \frac{1200}{3} = 400$$

तो B की मासिक आय =  $3 \times 400 = 1200$  रु.

∴ B की वार्षिक आय =  $1200 \times 12 = 14400$  रु. होगी।

⇒ उत्तर



### सामान्य समझ पर

$2 : 3 : 5$  का अर्थ है कुल 10 भागों ( $2 + 3 + 5$ ) में A का भाग = 2, B का भाग = 3 तथा C का भाग = 5 है। प्रश्न में दिया है- C का भाग, A के भाग से 1200 रु. अधिक है यानी कुल धन का 3 भाग (C का भाग - A का भाग) = 1200 रु. है।

जबकि कुल धनराशि का 3 भाग = B की मासिक आय है।  
 $\therefore$  अर्थात् B की मासिक आय = 1200 रु. होगी।  
 तथा B की वार्षिक आय =  $1200 \times 12 = 14400$  रु

$\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 14.** A, B तथा C के वेतन  $1 : 2 : 3$  के अनुपात में हैं। B तथा C का कुल वेतन 1200 रु. है। A से C का वेतन कितने प्रतिशत अधिक है?



### हल : परंपरागत विधि

माना A, B तथा C के वेतन क्रमशः  $x$ ,  $2x$  तथा  $3x$  हैं, तो प्रश्नानुसार,

$$2x + 3x = 1200$$

$$5x = 1200$$

$$x = \frac{1200}{5} \Rightarrow 240$$

इस प्रकार A का वेतन = 240 रु.

तथा C का वेतन =  $3 \times 240 = 720$  रु.

A से C का वेतन = 480 रु. ( $720 - 240$ ) अधिक है

$\therefore$  A का वेतन 240 रु. = 100% है

$$\text{तो } 480 \text{ रु.} = \left( \frac{100}{240} \times 480 \right) \% = 200\% \text{ होगा।}$$

अतः A से C का वेतन 200% अधिक है  $\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर

A, B तथा C के वेतन का अनुपात =  $1 : 2 : 3$  है

स्पष्ट है A का वेतन 1 रु. है तो C का वेतन 3 रु. होगा यानि 2 रु. ( $3 - 1$ ) अधिक जो कि A के वेतन का दोगुना अर्थात् 200% है।  $\Rightarrow$  उत्तर



**प्रश्न 15 :** दूध और पानी के 50 लीटर मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात  $7 : 3$  है। यदि इस मिश्रण में 5 लीटर पानी और डाल दिया जाये तो नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात क्या होगा?



### हल : परंपरागत विधि

माना 50 लीटर मिश्रण में दूध और पानी क्रमशः  $7x$  एवं  $3x$  लीटर हैं।

$$\text{अर्थात् } 7x + 3x = 50$$

$$10x = 50$$

$$x = \frac{50}{10} = 5$$

50 लीटर मिश्रण में दूध की मात्रा =  $7 \times 5 = 35$  ली.

50 लीटर मिश्रण में पानी की मात्रा =  $3 \times 5 = 15$  ली.

नए मिश्रण में दूध की मात्रा = 35 लीटर है।

जबकि नए मिश्रण में पानी की मात्रा =  $15 + 5 = 20$  लीटर होगी।

अतः नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात =  $35 : 20$  या  $7 : 4$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



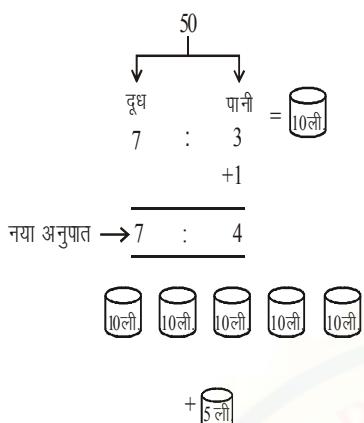
### सामान्य समझ पर

50 लीटर दूध और पानी के मिश्रण को यदि  $7 : 3$  में विभाजित किया जाये तो दूध एवं पानी क्रमशः 35 एवं 15 लीटर होगा।

$$(क्षेत्र, 50 \times \frac{7}{10} = 35 \text{ लीटर एवं } 50 \times \frac{3}{10} = 15 \text{ लीटर})$$

पानी में अर्थात् 15 लीटर में 5 लीटर और पानी मिलाने पर यह 20 ( $15+5$ ) लीटर हो जाएगा। जबकि दूध 35 लीटर ही रहेगा। स्पष्ट है कि नया अनुपात  $35 : 20$  या  $7 : 4$  हो जाएगा।  $\Rightarrow$  उत्तर

### चित्रात्मक प्रस्तुति



5 लीटर पानी और मिला देने पर सभी पात्र में 1-1 लीटर पानी बढ़ जाएगा यानी 4 ली. (3+1) पानी सभी पात्रों में होगा जबकि दूध की मात्रा 7 ली. ही रहेगी।

अतः नए मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात = 7 : 4 होगा।

### अभ्यास प्रश्न

- 4 तथा 64 का मध्यानुपाती क्या होगा?
- $(3 + \sqrt{2})$  तथा  $(12 - \sqrt{32})$  का मध्यानुपाती क्या होगा?
- 0.12, 0.21, 8 का चतुर्थानुपाती क्या है?
- यदि  $A:B = 3:4$ ,  $B:C = 5:6$  तथा  $C:D = 11:9$  तो  $A:D$  ज्ञात कीजिए।
- यदि  $B:A = 3:2$ ,  $C:D = 7:6$  तथा  $C:B = 5:4$ , तो  $D:A$  क्या होगा?
- यदि  $A:B = 4:9$  और  $A:C = 2:3$ , तो  $(A+B):(A+C)$  ज्ञात कीजिए।
- यदि  $x = \frac{1}{3}y$  और  $y = \frac{1}{2}z$  है तब  $x:y:z$  ज्ञात कीजिए।
- यदि  $A:B = 1:2$ ,  $B:C = 3:4$  और  $C:D = 5:6$  है, तो  $D:C:B:A$  ज्ञात कीजिए।
- रुपये 425 को 4 पुरुषों, 5 महिलाओं एवं 6 बच्चों में 9 : 8 : 4 के अनुपात में बांटा जाता है तो एक पुरुष का हिस्सा कितना होगा?
- 450 रु. को A, B तथा C में इस प्रकार बांटिए कि  $A:B = 2:3$  हो और  $B:C = 6:5$  हो। तदनुसार, C का हिस्सा कितना होगा?
- एक आदमी 7 बेटों, 3 बेटियों और 5 भतीजों के बीच बांटने के लिए 12,600 रु. की राशि छोड़ता है। यदि हर बेटी को हर भतीजे से तीन गुना और हर बेटे को हर भतीजे से सात गुना राशि मिले, तो हर बेटी का हिस्सा कितना है?
- 170 को तीन भागों में इस प्रकार विभाजित किया गया है कि पहला भाग दूसरे से 10 अधिक है और तीसरे भाग के साथ उसका अनुपात 2 : 5 है। तीनों भागों को ज्ञात कीजिए।
- 300 रु. की राशि P, Q तथा R में इस प्रकार बांटी गई है कि Q को P से 30 रु. अधिक मिलते हैं और R को Q से 60 रु. अधिक मिलते हैं। उनके हिस्से का अनुपात ज्ञात कीजिए।
- 12 तथा 18 का तीसरा समानुपातिक कितना होगा?
- 6,200 रु. को  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$  के अनुपात में बांटने पर प्राप्त होने वाले तीनों भाग ज्ञात कीजिए।
- 391 रु. को तीन हिस्सों में  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$  तथा  $\frac{3}{4}$  के अनुपात में बांटा जाना है। रकम क्रमशः ज्ञात कीजिए।
- दो संख्याएँ 9:16 के अनुपात में हैं। यदि प्रत्येक संख्या 15 की वृद्धि कर दी जाए, तो अनुपात 2:3 हो जाता है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
- यदि a, b, c वित्त समानुपात में हैं, तो  $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$  का मान क्या होगा?
- दो संख्याओं का अनुपात 4 : 5 है और उसका महत्तम समापवर्तक 5 है। तदनुसार उनका लघुतम समापवर्त्य कितना होगा?

20. एक 2 अंकीय संख्या का इसके अंकों के योग से अनुपात 7 : 1 है। यदि दहाई का अंक इकाई के अंक से 1 अधिक हो, तो वह संख्या क्या होगी?
21. यदि दो संख्याएं किसी अन्य संख्या के क्रमशः 20% और 50% हैं, तो उन दोनों संख्याओं में क्या अनुपात है?
22. दो संख्याएं 5 : 7 के अनुपात में हैं, दोनों में से 40 घटाने पर वे 17 : 27 के अनुपात में हो जाती हैं, उन संख्याओं का अंतर क्या है?
23. दो संख्याओं में 3 : 8 का अनुपात है और उनका अंतर 115 है, तब दोनों संख्याओं में से छोटी संख्या कौन सी है?
24. यदि  $x$  का 10% वही हो, जो  $y$  का 20% है, तो  $x : y$  का अनुपात क्या है?
25. तीन धनात्मक संख्याओं में, पहली तथा दूसरी का अनुपात 8 : 9 तथा दूसरी एवं तीसरी का 3 : 4 है। उनमें पहली तथा तीसरी का गुणनफल 2,400 है। तदनुसार, उन तीनों संख्याओं का योग कितना है?
26. तीन संख्याओं का अनुपात 2 : 3 : 4 है। यदि उनके वर्गों का योगफल 1856 हो तो तीनों संख्याएं ज्ञात कीजिए।
27. यदि A का 30% = B का 40% = C का 50% हो, तो A : B : C का अनुपात कितना होगा?
28. यदि 378 सिक्कों में एक रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के हों जिनके मूल्यों का अनुपात 13 : 11 : 7 हो, तो 50 पैसे के सिक्कों की संख्या क्या होगी?
29. 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के कुल 480 सिक्के हैं। उनका मूल्य 5 : 3 : 1 के अनुपात में है। तदनुसार उन सिक्कों की संख्या अलग-अलग ज्ञात कीजिए।
30. स्कूल के थेले और जूते के दाम 7 : 5 के अनुपात में हैं। स्कूल के थेले का दाम जूते के दाम से ₹. 200 अधिक है, तो जूते का दाम कितना होगा?
31. तीन बर्तनों में पानी और दूध का अनुपात क्रमशः 6 : 7, 5 : 9 और 8 : 7 है। यदि तीनों बर्तनों के मिश्रण को मिला दिया जाए, तो पानी और दूध का क्या अनुपात होगा?
32. 80 किग्रा. मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात 3:2 है, दूध और पानी के अनुपात को 2:3 बनाने के लिए कितने किग्रा. पानी मिलाना पड़ेगा?
33. 60 लीटर दूध और पानी के मिश्रण में 10% पानी है। इसमें कितना पानी मिलाने से पानी की मात्रा 25% हो जाएगी?
34. 24 लीटर दूध और पानी के मिश्रण में दूध तथा पानी का अनुपात 5:3 है। कितना पानी और मिलाने से इनका अनुपात 7:5 हो जाएगा?
35. एक दुकानदार अपनी चायपत्ती के जो क्रमशः 320 रु. प्रति किलो वजा 560 रु. प्रति किलो मूल्य की हैं, किस अनुपात से मिलाए ताकि मिश्रण का मूल्य 480 रु. प्रति किलो की दर से बने?
36. दो व्यक्तियों A और B के मूल वेतन भिन्न हैं परंतु उनका कुल वेतन बराबर है। उनके भत्ते उनके मूल वेतन के क्रमशः 65% तथा 80% प्रतिशत हैं। उनके मूल वेतनों का अनुपात क्या है?
37. एक नियोता अपने कर्मचारियों की संख्या में 8 : 5 के अनुपात में कमी कर देता है और उनका वेतन 7: 9 के अनुपात में बढ़ा देता है। परिणामस्वरूप सभी कर्मचारियों के वेतन की कुल राशि में क्या परिवर्तन आ जाएगा?
38. राम और श्याम की आय का अनुपात 2 : 3 है और उनके खर्च का अनुपात 3 : 5 है। यदि प्रत्येक 1,000 रु. बचाता हो, तो राम की आय ज्ञात कीजिए।
39. A, B की मासिक आय 5 : 6 के अनुपात में है तथा उनके मासिक व्यय का अनुपात 3 : 4 है, यदि वे प्रति मास क्रमशः 1800 रु. और 1600 रु. बचत करते हैं, तो B की मासिक आय ज्ञात कीजिए।
40. A, B और C की आय में 3 : 7 : 4 का अनुपात है और उनके व्यय में 4 : 3 : 5 का अनुपात है। यदि 2,400 रु. की आय में से A, 300 रु. बचाता हो, तो B और C की बचतें क्या होगी?

41. A, B और C की आय 7 : 9 : 12 के अनुपात में है तथा उनके व्यय 8 : 9 : 15 के अनुपात में है, यदि A अपनी आय का  $\frac{1}{4}$  भाग बचाता है, तो A, B और C की बचतों का अनुपात है।
42. A और B के पास 2 : 1 के अनुपात में धन है। यदि A, B को 2 रु. दे देता है, तो यह धन उनके पास 1 : 1 के अनुपात में हो जाता है। प्रारंभ में उनके पास कितना धन था?
43. A, B तथा C के मासिक वेतन 2 : 3 : 5 के अनुपात में हैं। यदि C का मासिक वेतन A के मासिक वेतन से 12,000 रुपये अधिक हो, तो B का वार्षिक वेतन क्या होगा?
44. A तथा B दो मिश्र धातुएं हैं जिन्हें सोने तथा तांबे को क्रमशः 5 : 3 तथा 5 : 11 के अनुपात में मिलाकर बनाया गया है। इन दोनों धातुओं की समान मात्राओं को पिघलाकर, एक तीसरी मिश्र धातु C बनायी गई है। मिश्र धातु C में सोने का तांबे से अनुपात क्या होगा?
45. लड़के और लड़कियों के एक ग्रुप में से 15 लड़कियों के ग्रुप छोड़कर चले जाने के उपरांत लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात 2 : 1 हो जाता है, बाद में जब 45 लड़के भी ग्रुप छोड़कर चले जाते हैं, तो यह अनुपात 1 : 5 में परिवर्तित हो जाता है। ग्रुप में प्रारंभ में, लड़कियों की संख्या कितनी थी?
46. तीन कारों की चाल 2 : 3 : 4 के अनुपात में है। समान दूरी तय करने में इन कारों द्वारा क्रमशः तिए गए समय में अनुपात क्या होगा?
47. यदि A ने  $x$  रन बनाए हों, B ने  $y$  रन तथा C ने  $z$  रन बनाए हों, तो  $x:y:z = 3:2$  है। यदि A, B एवं C की कुल रन संख्या 342 हो, तो प्रत्येक की रन संख्या क्रमशः क्या होगी?
48. एक महाविद्यालय में लड़कों तथा लड़कियों का अनुपात 5 : 3 है। उसमें से यदि 50 लड़के महाविद्यालय छोड़ दें और 50 लड़कियां महाविद्यालय में आ जाएं, तो उनका अनुपात 9 : 7 हो जाता है। तदनुसार, उस महाविद्यालय में लड़कों की संख्या कितनी है?

49. A किसी व्यवसाय में रु. 64,000 का निवेश करता है। कुछ महीने के बाद रु. 48,000 लेकर B उसके साथ समिलित हो गया। वर्ष के अंत में कुल लाभ उनके बीच 2 : 1 के अनुपात में बांटा गया। B कितने महीने के बाद समिलित हुआ था?
50. दो घड़ियों के मूल्यों में 16 और 23 का अनुपात है। यदि पहली घड़ी का मूल्य 25% तथा दूसरी घड़ी का मूल्य 294 रु. बढ़ा दिया जाए तो नए मूल्यों में अनुपात 11 : 20 हो जाता है। घड़ियों के प्रारंभिक मूल्य क्या थे?

### अभ्यास प्रश्नों के हल



हल 1. इसका अर्थ है  $4:x :: x:64$

स्पष्ट है बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$4 \times 64 = x \times x$$

$$x^2 = 4 \times 4 \times 16$$

$$x = \sqrt{4 \times 4 \times 16}$$

$$x = 4 \times 4 \Rightarrow 16 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 4 एवं 64 का मध्यानुपाती 16 है।



हल 2. इसका अर्थ है  $(3 + \sqrt{2}) : x :: x : (12 - \sqrt{32})$

स्पष्ट है बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$(3 + \sqrt{2})(12 - \sqrt{32}) = x \times x$$

$$x^2 = (3 + \sqrt{2})(12 - \sqrt{16 \times 2})$$

$$x^2 = (3 + \sqrt{2})(12 - 4\sqrt{2})$$

$$x^2 = (3 + \sqrt{2})4(3 - \sqrt{2})$$

$$x^2 = 4(9 - 2) [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$x = \sqrt{4 \times 7}$$

$$x = 2\sqrt{7} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः  $(3 + \sqrt{2})$  तथा  $(12 - \sqrt{32})$  का मध्यानुपाती  
 $2\sqrt{7}$  है।



हल 5.  $B : A = 3 : 2$

$C : D = 7 : 6$

तथा  $C : B = 5 : 4$

उपर्युक्त अनुपातों को भिन्न के रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं-

$$\frac{B}{A} = \frac{3}{2}, \frac{C}{D} = \frac{7}{6} \text{ तथा } \frac{C}{B} = \frac{5}{4}$$

इसको क्रम रूप में इस प्रकार व्यवस्थित करेंगे-

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{3}, \frac{B}{C} = \frac{4}{5} \text{ तथा } \frac{C}{D} = \frac{7}{6}$$

अब  $A =$  सभी प्रथम पदों का गुणनफल

(अंशों का गुणनफल)

$D =$  सभी द्वितीय पदों का गुणनफल

(हरों का गुणनफल)

$$\frac{A}{D} = \frac{2 \times 4 \times 7}{3 \times 5 \times 6} = \frac{28}{45}$$

$$\text{या } \frac{D}{A} = \frac{45}{28}$$

अतः  $D : A = 45 : 28$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 6.  $A : B = 4 : 9$

या  $B : A = 9 : 4$

$A : C = 2 : 3$

$$B : A : C = \frac{9}{18} : \frac{4}{8} : \frac{3}{12}$$

$B : A : C = 9 : 4 : 6$  होगा

$\therefore A : B : C = 4 : 9 : 6$

$$\frac{(A+B)}{(A+C)} = \frac{(4+9)}{(4+6)} = \frac{13}{10}$$

अतः  $(A+B) : (A+C) = 13 : 10$  होगा।

$\Rightarrow$  उत्तर

इस तरह भी समझें

$$\frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{11}{9} = \frac{55}{72}$$

$$\frac{A}{D} = \frac{55}{72} \text{ या } A : D = 55 : 72$$



हल 7. यदि  $x = \frac{1}{3}y$  और  $y = \frac{1}{2}z$  है

$$\text{तो } \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \text{ और } \frac{y}{z} = \frac{1}{2}$$

या  $x:y = 1:3$  और  $y:z = 1:2$

$$x:y = 1:3$$

$$y:z = 1:2$$

$$1:3$$

$$1:2$$

$$\hline$$

$$1:3:6$$

अतः  $x:y:z = 1:3:6$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

$$\text{यदि } x = \frac{1}{3}y \text{ और } y = \frac{1}{2}z$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \text{ और } \frac{y}{z} = \frac{1}{2}$$

अब प्रथम अनुपात ( $x$ ) =  $(N_1 \times N_2) = 1 \times 1 = 1$

द्वितीय अनुपात ( $y$ ) =  $(D_1 \times N_2) = 3 \times 1 = 3$

तथा तृतीय अनुपात ( $z$ ) =  $(D_1 \times D_2) = 3 \times 2 = 6$

अतः  $x:y:z = 1:3:6 \Rightarrow$  उत्तर



हल 8.  $A:B = 1:2, B:C = 3:4$  और  $C:D = 5$

: 6 को भिन्न के रूप में इस प्रकार लिखते हैं-

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{2}, \frac{B}{C} = \frac{3}{4} \text{ और } \frac{C}{D} = \frac{5}{6}$$

अब प्रथम अनुपात ( $A$ ) =  $(N_1 \times N_2 \times N_3)$   
 $= 1 \times 3 \times 5 = 15$

द्वितीय अनुपात ( $B$ ) =  $(D_1 \times N_2 \times N_3)$   
 $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

तृतीय अनुपात ( $C$ ) =  $(D_1 \times D_2 \times N_3)$   
 $= 2 \times 4 \times 5 = 40$

तथा चतुर्थ अनुपात ( $D$ ) =  $(D_1 \times D_2 \times D_3)$

$$= 2 \times 4 \times 6 = 48$$

अतः  $D:C:B:A = 48:40:30:15$  होगा।

$\Rightarrow$  उत्तर



सामान्य समझ पर

$$A:B = 1:2$$

$$B:C = 3:4$$

$$C:D = 5:6$$

$$\hline A:B:C:D = 15:30:40:48$$

$$\therefore D:C:B:A = 48:40:30:15$$



हल 9. पुरुष, स्त्री एवं बच्चों का अनुपात = 4:5:6

तथा इनके मजदूरी का अनुपात = 9:8:4

वास्तविक अनुपात = 36:40:24 होगा।

अनुपातिक योग =  $36+40+24=100$

संपूर्ण धनराशि = 425 रु.

$$4 \text{ पुरुषों का हिस्सा} = 425 \times \frac{36}{100} = 153 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः } 1 \text{ पुरुष का हिस्सा} = \frac{153}{4} = 38.25 \text{ रु. होगा।}$$

$\Rightarrow$  उत्तर



हल 10.  $A:B = 2:3$  या  $4:6$

$$B:C = 6:5$$

तब  $A:B:C = 4:6:5$  होगा

आनुपातिक योग =  $4+6+5=15$

कुल धन = 450 रु. है।

$$\therefore \text{कुल धन में } C \text{ का हिस्सा} = \left(450 \times \frac{5}{15}\right) \text{ रु.} \\ = 150 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 11. मान प्रत्येक भरीजे का हिस्सा  $x$  रु. है।

∴ प्रत्येक बेटी का हिस्सा =  $3x$  रु.

तथा प्रत्येक बेटे का हिस्सा =  $7x$  रु. होगा।

इस प्रकार 5 भरीजों की कुल राशि =  $5x$  रु.

3 बेटियों की कुल राशि =  $3 \times 3x = 9x$  रु.

तथा 7 बेटों की कुल राशि =  $7 \times 7x = 49x$  रु. होगा।

अब प्रश्नानुसार,

$$5x + 9x + 49x = 12,600 \text{ रु.}$$

$$63x = 12,600$$

$$x = \frac{12,600}{63} = 200$$

अतः प्रत्येक बेटी का हिस्सा =  $(3 \times 200)$  रु.

$$= 600 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 12. माना पहला भाग  $2x$  तथा तीसरा भाग  $5x$

है।

अब दूसरा भाग =  $2x - 10$  होगा।

तीनों भागों का कुल मान = 170 है।

$$\text{अतः } 2x + 2x - 10 + 5x = 170$$

$$9x = 170 + 10$$

$$x = \frac{180}{9} = 20$$

$$\text{अतः पहला भाग} = 2 \times 20 = 40$$

$$\text{दूसरा भाग} = 40 - 10 = 30$$

$$\text{तीसरा भाग} = 5 \times 20 = 100 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 13. माना P का हिस्सा  $x$  है।

तो Q का हिस्सा =  $x + 30$

तथा R का हिस्सा =  $x + 30 + 60$  होगा।

तीनों का कुल मूल्य = 300 रु. है।

$$\text{अर्थात् } x + x + 30 + x + 30 + 60 = 300 \text{ रु. होगा।}$$

$$3x + 120 = 300$$

$$3x = 300 - 120$$

$$x = \frac{180}{3} = 60$$

इस प्रकार P का हिस्सा = 60 रु.,

Q का हिस्सा =  $(60 + 30) = 90$  रु.

तथा R का हिस्सा =  $(60 + 30 + 60) = 150$  रु.

अतः तीनों हिस्सों का अनुपात =  $60 : 90 : 150$

$$= 2 : 3 : 5 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 14. 12 तथा 18 का तीसरा समानुपाती ज्ञात करना है।

इसका अर्थ है  $12 : 18 :: 18 : x$  में  $x$  का मान ज्ञात करना है।

$$\text{अर्थात् } \frac{12}{18} = \frac{18}{x}$$

$$x = \frac{18 \times 18}{12} = 27 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 12 तथा 18 का तीसरा समानुपातिक 27 होगा।



हल 15. तीनों भागों का अनुपात =  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$

$$= \frac{15}{30} : \frac{10}{30} : \frac{6}{30}$$

$$= 15 : 10 : 6$$

अर्थात् तीनों भागों का अनुपात =  $15 : 10 : 6$  है।

आनुपातिक योग =  $15 + 10 + 6 = 31$

कुल धन = 6200 रु.

$$\text{अतः प्रथम भाग} = 6200 \times \frac{15}{31} = 3000 \text{ रु.}$$

$$\text{द्वितीय भाग} = 6200 \times \frac{10}{31} = 2000 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा तृतीय भाग} = 6200 \times \frac{6}{31} = 1200 \text{ रु. होगा।}$$

इस प्रकार तीनों भाग क्रमशः 3000 रु., 2000 रु. तथा 1200 रु. होंगे।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 16. तीनों भागों का अनुपात =  $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$$= \frac{6}{12} : \frac{8}{12} : \frac{9}{12}$$

अर्थात् तीनों भागों का अनुपात =  $6 : 8 : 9$  है।

आनुपातिक योग =  $6 + 8 + 9 = 23$

कुल धन = 391 रु. है।

$$\text{अतः प्रथम भाग} = 391 \times \frac{6}{23} = 102 \text{ रु.}$$

$$\text{द्वितीय भाग} = 391 \times \frac{8}{23} = 136 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा तृतीय भाग} = 391 \times \frac{9}{23} = 153 \text{ रु.}$$

इस प्रकार तीनों भाग क्रमशः 102 रु., 136 रु. एवं 153 रु. होंगे।  $\Rightarrow$  ज्ञात



हल 17. माना संख्याएँ  $9x$  एवं  $16x$  हैं।

यदि प्रत्येक संख्या में 15 जोड़ा जाए तो अनुपात  $2 : 3$  हो जाता है।

$$\text{अर्थात् } \frac{9x+15}{16x+15} = \frac{2}{3}$$

$$3(9x+15) = 2(16x+15)$$

$$27x+45 = 32x+30$$

$$32x-27x = 45-30$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

अतः संख्याएँ क्रमशः  $9 \times 3 = 27$  एवं  $16 \times 3 = 48$  होंगी।

$\Rightarrow$  ज्ञात



हल 18. a, b तथा c वितत समानुपात में हैं।

इसका अर्थ है  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  है।

अब  $b^2 = ac$  होगा।

$$ac = b^2$$

$$\left[ \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} \text{ में } ac \text{ का मान } b^2 \text{ रखने पर} \right]$$

$$= \frac{b^2 b(a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3}$$

$$= \frac{b^3(a+b+c)^3}{b^3(a+b+c)^3} = 1 \text{ होगा। } \Rightarrow \text{ज्ञात}$$



हल 19. माना दोनों संख्याएँ  $4x$  एवं  $5x$  हैं।

$$4x = 4 \times x$$

$$\text{तथा } 5x = 5 \times x \text{ में}$$

$$\text{महत्तम समापवर्तक} = x$$

(क्योंकि  $x$  दोनों में Common factors हैं)

जबकि इन संख्याओं का म.स. = 5 दिया है।

अतः  $x = 5$  होगा।

इस प्रकार संख्याएँ क्रमशः  $4 \times 5 = 20$  एवं  $5 \times 5 = 25$  हैं।

अतः संख्या 20 एवं 25 होंगी।

म.स.  $\times$  ल.स. = दोनों संख्याओं का गुणनफल

$$5 \times 25 = 20 \times 25$$

$$\text{ल.स.} = \frac{20 \times 25}{5} = 100$$

अतः संख्या 20 एवं 25 का लघुतम समापवर्त्य = 100

$\Rightarrow$  ज्ञात



हल 20. माना इकाई का अंक =  $x$  है, तो दहाई का

अंक =  $x + 1$  होगा।

$$\therefore \text{संख्या} = 10(x+1) + x \\ = 10x + 10 + x = 11x + 10$$

$$\text{इकाई तथा दहाई के अंकों का योग} = x + x + 1 \\ = 2x + 1$$

इस प्रकार संख्या और इसके अंकों का अनुपात 7 : 1 है।

$$\text{अर्थात् } \frac{11x+10}{2x+1} = \frac{7}{1}$$

$$11x + 10 = 14x + 7$$

$$14x - 11x = 10 - 7$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

इस प्रकार इकाई का अंक = 1

तथा दहाई का अंक = 1 + 1 = 2 होगा।

अतः संख्या = 21 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 21. सूत्र विधि

माना दो संख्याएं  $a$  तथा  $b$  हैं तथा तीसरी अन्य संख्या  $c$  है।

$$\text{अब प्रश्नानुसार, } a = c \text{ का } 20\% = \frac{c}{5}$$

$$\text{तथा } b = c \text{ का } 50\% = \frac{c}{2}$$

$$\text{इस प्रकार } \frac{a}{b} = \frac{\frac{c}{5}}{\frac{c}{2}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$$

अर्थात्  $a : b = 2 : 5 \Rightarrow$  उत्तर

अतः दोनों संख्याओं का अनुपात 2 : 5 है।



अंकगणितीय विधि : माना संख्या = 100

$$\therefore \text{पहली संख्या} = 100 \times \frac{20}{100} = 20$$

$$\text{दूसरी संख्या} = 100 \times \frac{50}{100} = 50$$

$\therefore$  अभीष्ट अनुपात =  $20 : 50 = 2 : 5 \Rightarrow$  उत्तर



हल 22. माना दोनों संख्याएं  $5x$  एवं  $7x$  हैं।

यदि प्रत्येक संख्या में से 40 घटाया जाए तो अनुपात 17 : 27 हो जाता है।

$$\text{अर्थात् } \frac{5x-40}{7x-40} = \frac{17}{27}$$

$$27(5x-40) = 17(7x-40)$$

$$135x - 1080 = 119x - 680$$

$$16x = 400$$

$$x = 25$$

$$\text{अतः संख्याओं का अनुपात} = 7x - 5x$$

$$= 2x$$

$$= 2 \times 25 = 50 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 23. माना दोनों संख्याएं  $3x$  एवं  $8x$  हैं।

$$\text{प्रश्नानुसार, } 8x - 3x = 115$$

$$5x = 115$$

$$x = \frac{115}{5} = 23$$

इस प्रकार प्रथम संख्या =  $23 \times 3 = 69$

तथा द्वितीय संख्या =  $23 \times 8 = 184$

अतः छोटी संख्या = 69 होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 24.  $x$  का 10% =  $y$  का 20%

$$x \times \frac{10}{100} = y \times \frac{20}{100}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{5}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{10} \text{ या } \frac{1}{2}$$

अतः  $x : y = 1 : 2$  होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 25. माना पहली, दूसरी एवं तीसरी संख्याएं

क्रमशः A, B एवं C हैं।

अब प्रश्नानुसार,  $A : B = 8 : 9$

$B : C = 3 : 4$  या  $9 : 12$

इस प्रकार  $A : B : C = 8 : 9 : 12$  होगा।

माना A, B एवं C का मान क्रमशः  $8x, 9x$  एवं  $12x$  है।

प्रश्न में दी गई शर्त के अनुसार,

$$8x \times 12x = 2400$$

$$96x^2 = 2400$$

$$x^2 = \frac{2400}{96} = 25$$

$$x = 5$$

इस प्रकार संख्याएं क्रमशः  $8 \times 5 = 40, 9 \times 5 = 45$  एवं

$12 \times 5 = 60$  होंगी।

अतः इन संख्याओं का योग =  $40 + 45 + 60$

$$= 145 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 26. माना संख्याएं क्रमशः  $2x, 3x$  एवं  $4x$  हैं।

प्रश्नानुसार,

$$(2x)^2 + (3x)^2 + (4x)^2 = 1856$$

$$4x^2 + 9x^2 + 16x^2 = 1856$$

$$29x^2 = 1856$$

$$x^2 = \frac{1856}{29}$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64} = 8$$

अतः प्रथम संख्या =  $8 \times 2 = 16$

द्वितीय संख्या =  $8 \times 3 = 24$

एवं तृतीय संख्या =  $8 \times 4 = 32$

अतः तीनों संख्याएं क्रमशः 16, 24 एवं 32 होंगी।

$\Rightarrow$  उत्तर



हल 27. माना A का 30% = B का 40% = C का

50% = K हो

$$\text{तो } A \times \frac{30}{100} = K \Rightarrow A = K \times \frac{100}{30}$$

$$B \times \frac{40}{100} = K \Rightarrow B = K \times \frac{100}{40}$$

$$C \times \frac{50}{100} = K \Rightarrow C = K \times \frac{100}{50}$$

$$\text{इस प्रकार } A : B : C = \frac{100}{30}K : \frac{100}{40}K : \frac{100}{50}K$$

$$= \frac{10}{3} : \frac{10}{4} : \frac{10}{5} \quad (\text{10 से भाग दिया गया})$$

$$= \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$$

$$= \frac{20 : 15 : 12}{60}$$

अतः  $A : B : C = 20 : 15 : 12$  होगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 28. सामान्य समझ पर

$$1\text{रु.} \quad 50 \text{ पैसा} \quad 25 \text{ पैसा}$$

$$13 : 11 : 7 = \text{मूल्यों का अनुपात}$$

$$13 : 22 : 28 = \text{संख्याओं का अनुपात}$$

$$(13 \times 1) \quad (11 \times 2) \quad (7 \times 4)$$

सिक्कों की संख्याओं का आनुपातिक योग =  $13 + 22 + 28$

$$= 63 \text{ हैं।}$$

जबकि कुल सिक्कों की संख्या = 378 है।

अतः 50 पैसे के सिक्कों की संख्या =  $378 \times \frac{22}{63} = 132$

⇒ ज्ञात



### हल 29. सामान्य समझ पर

$$50 \text{ पैसा} \quad 25 \text{ पैसा} \quad 10 \text{ पैसा}$$

$$\text{मूल्यों का अनुपात} = 5 : 3 : 1$$

सिक्कों की संख्याओं

$$\text{का अनुपात} = 10 : 12 : 10$$

$$(5 \times 2) \quad (3 \times 4) \quad (1 \times 10)$$

सिक्कों की संख्याओं का आनुपातिक योग

$$= 10 + 12 + 10 = 32$$

कुल सिक्कों की संख्या = 480

$$\text{तथा } 50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 480 \times \frac{10}{32} = 150$$

$$25 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 480 \times \frac{12}{32} = 180$$

$$\text{तथा } 10 \text{ पैसे के सिक्कों में संख्या} = 480 \times \frac{10}{32} = 150$$

अतः 50 पैसे, 25 पैसे एवं 10 पैसे के सिक्कों की संख्या

क्रमशः 150, 180 एवं 150 होंगी।

⇒ ज्ञात



### हल 30. मान छैले और जूते के दाम क्रमशः 7x एवं 5x हैं।

थैले का दाम जूते के दाम से 200 रु. अधिक है।

$$\text{अर्थात् } 7x - 5x = 200$$

$$2x = 200$$

$$x = 100$$

अतः जूता का दाम =  $5x$

$$= (5 \times 100) \text{ रु.} = 500 \text{ रु.}$$

⇒ ज्ञात



हल 31. पहले बर्तन में पानी की मात्रा =  $\frac{6}{13}$  एवं दूध

की मात्रा =  $\frac{7}{13}$  दूसरे बर्तन में पानी वाली मात्रा =  $\frac{5}{14}$  एवं

दूध की मात्रा =  $\frac{9}{14}$

तथा तीसरे बर्तन में पानी वाली मात्रा =  $\frac{8}{15}$  एवं दूध की मात्रा =  $\frac{7}{15}$

तीनों बर्तनों के मिश्रण में पानी की मात्रा

$$= \frac{6}{13} + \frac{5}{14} + \frac{8}{15} \text{ एवं दूध की मात्रा} = \frac{7}{13} + \frac{9}{14} + \frac{7}{15}$$

अतः तीनों बर्तनों के मिश्रणों में पानी एवं दूध का अनुपात

$$= \left( \frac{6}{13} + \frac{5}{14} + \frac{8}{15} \right) : \left( \frac{7}{13} + \frac{9}{14} + \frac{7}{15} \right)$$

$$= \left( \frac{1260 + 975 + 1456}{2730} \right) : \left( \frac{1470 + 1755 + 1274}{2730} \right)$$

= 3691 : 4499 ⇒ ज्ञात

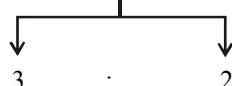
अतः तीनों बर्तनों के मिश्रण को मिलाने पर पानी एवं दूध

का अनुपात = 3691 : 4499 होगा।



### हल 32. सामान्य समझ पर

80 (मिश्रण)



$$\text{दूध की मात्रा} = \frac{3}{5} \times 80 = 48 \text{ किग्रा.}$$

$$\text{पानी की मात्रा} = \frac{2}{5} \times 80 = 32 \text{ किग्रा.}$$

स्पष्ट है 80 किग्रा. मिश्रण में दूध 48 किग्रा. एवं पानी 32

किंग्रा. होगा। नए मिश्रण में दूध का भाग तो वही रहेगा अर्थात् 48 किंग्रा. यह 2 भाग के बराबर है तथा पानी की मात्रा 3 भाग के बराबर होनी चाहिए।

अर्थात् 2 भाग = 48 किंग्रा.

$$\text{तो } 3 \text{ भाग} = \frac{48}{2} \times 3 = 72 \text{ किंग्रा. होगा।}$$

जबकि पहले पानी की मात्रा = 32 किंग्रा. थी अब नए मिश्रण में 72 किंग्रा. होगी अर्थात् 40 किंग्रा. (72–32) की वृद्धि है।

अतः 40 किंग्रा. और पानी मिलाना पड़ेगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 33. परंपरागत विधि

$$60 \text{ ली. मिश्रण में दूध की मात्रा} = 60 \times \frac{(100-10)}{100}$$

$$= 60 \times \frac{90}{100} = 54 \text{ ली.}$$

अब माना  $x$  ली. पानी मिलाने से पानी का प्रतिशत 10% से बढ़कर 25% हो जाता है। नए मिश्रण की मात्रा =  $(60+x)$  ली. नए मिश्रण में दूध की मात्रा =  $(100 - 25)\%$   $= 75\%$

$$\therefore \text{नए मिश्रण में दूध की मात्रा} = (60+x) \times \frac{75}{100}$$

$$= \frac{3}{4}(60+x)$$

नए मिश्रण में दूध की मात्रा = दूध की प्रारंभिक मात्रा

$$\frac{3}{4}(60+x) = 54$$

$$60+x = \frac{54 \times 4}{3}$$

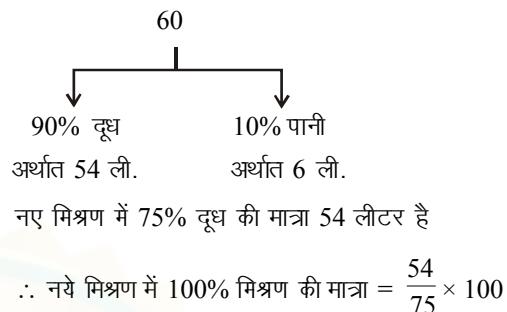
$$x = 72 - 60$$

$$x = 12 \text{ ली.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः मिश्रण में 12 ली. और पानी मिला देने से पानी की मात्रा 25% हो जाएगी।



सामान्य समझ पर



$$\text{नए मिश्रण की मात्रा} = \left( \frac{54 \times 100}{75} \right) \text{ लीटर}$$

$$= 72 \text{ लीटर}$$

अब 72 लीटर मिश्रण में पानी की मात्रा =  $72 - 54 = 18$  लीटर होगी।

अतः नए मिश्रण में डाले गए पानी की मात्रा =  $18 - 6 = 12$  ली. होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 34. परंपरागत विधि

24 ली. दूध और पानी के मिश्रण में दूध तथा पानी का अनुपात = 5 : 3 है।

आनुपातिक योग =  $5 + 3 = 8$

$$24 \text{ ली. मिश्रण में दूध की मात्रा} = 24 \times \frac{5}{8} = 15 \text{ ली.}$$

$$\text{तथा पानी की मात्रा} = 24 \times \frac{3}{8} = 9 \text{ ली.}$$

माना नए मिश्रण में पानी की मात्रा =  $x$  ली. है।

अतः पानी की कुल मात्रा =  $(9+x)$  ली.

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{15}{9+x} = \frac{7}{5}$$

$$5 \times 15 = 63 + 7x$$

$$7x = 75 - 63$$

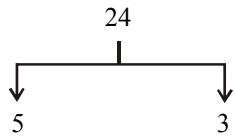
$$7x = 12$$

$$x = \frac{12}{7} = 1.7 \text{ ली.}$$

अतः 1.7 ली. और पानी मिलाना पड़ेगा।  $\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर



$$\text{दूध की मात्रा} = \frac{5}{8} \times 24 = 15 \text{ लीटर}$$

$$\text{पानी की मात्रा} = \frac{3}{8} \times 24 = 9 \text{ लीटर}$$

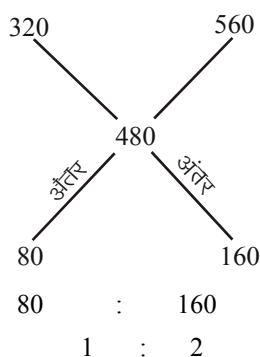
स्पष्ट है 24 ली. मिश्रण में दूध 15 ली. एवं पानी 9 ली. है। नए मिश्रण में दूध का भाग तो वही रहेगा अर्थात् 15 ली. जो 7 भाग के बराबर है। यानी नए मिश्रण का 7 भाग = 15 ली. है।

$$\text{तो नए मिश्रण का } 5 \text{ भाग अर्थात् पानी} = \frac{15}{7} \times 5 \\ = 10.7 \text{ ली.}$$

अतः नए मिश्रण में और मिलाए गए पानी की मात्रा =  $(10.7 - 9)$  ली. = 1.7 ली. होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 35. मिश्रण के नियम से,



अतः दुकानदार अपनी चाय पत्तियों को 1 : 2 के अनुपात में मिश्रित करेगा जिससे मिश्रण का मूल्य 480 रु. प्रति किंग्रा. हो जाय।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 36. स्पष्ट है,

A और B के मूल वेतन का  $(100 + \text{भत्ता})\%$  बराबर होगा।  $\therefore A$  के मूल वेतन का  $165\% = B$  के मूल वेतन का  $180\%$

$$A \times \frac{165}{100} = B \times \frac{180}{100}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{180}{165}$$

$$\frac{A \text{ का मूल वेतन}}{B \text{ का मूल वेतन}} = \frac{180}{165} = \frac{12}{11}$$

अतः A का मूल वेतन : B का मूल वेतन =  $12 : 11$

$\Rightarrow$  उत्तर



हल 37. नियोक्ता द्वारा कर्मचारियों की संख्या में कमी का अनुपात =  $8 : 5$

नियोक्ता द्वारा रुम्हचारियों के वेतन पर वृद्धि का अनुपात =  $7 : 9$  परिणामस्वरूप सभी कर्मचारियों के वेतन की कुल राशि में परिवर्तन =  $(8 \times 7) : (5 \times 9)$  =  $56 : 45$  के अनुपात में कमी होगी।  $\Rightarrow$  उत्तर



### हल 38. परंपरागत विधि

माना राम की आय =  $2x$

तथा श्याम की आय =  $3x$  है

उनके खर्चों का अनुपात  $3 : 5$  है तथा प्रत्येक की बचत 1,000 रु. है

$$\text{तो } \frac{2x - 1,000}{3x - 1,000} = \frac{3}{5} \text{ होगा}$$

$$5(2x - 1,000) = 3(3x - 1,000)$$

$$10x - 5,000 = 9x - 3,000$$

$$10x - 9x = 5,000 - 3,000$$

$$x = 2,000$$

अतः राम की आय =  $2 \times 2,000 = 4,000$  रु.  $\Rightarrow$  उत्तर



### सामान्य समझ पर

राम और श्याम की आय  $2 : 3$  या  $4 : 6$  के अनुपात में हैं तथा खर्च का अनुपात  $3 : 5$  है। स्पष्ट है कि राम और श्याम के आय के अनुपात ( $4 : 6$ ) में 1-1 की कमी होने पर खर्च का अनुपात ( $3 : 5$ ) प्राप्त होता है यदि प्रत्येक का एक-एक भाग 1,000 रु. है (प्रत्येक भी बचत 1000 रु. दिया है)।

अतः राम की आय = 4 भाग

$$= 4 \times 1,000 = 4,000 \text{ रु. होगा!} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



### हल 39.

A और B की मासिक आय क्रमशः  $5x$  एवं  $6x$  हैं

A की बचत 1800 रु. तथा B की बचत 1600 रु. है जबकि व्यय का अनुपात  $3 : 4$  है।

$$\text{अर्थात् } \frac{5x - 1800}{6x - 1600} = \frac{3}{4}$$

$$4(5x - 1800) = 3(6x - 1600)$$

$$20x - 7200 = 18x - 4800$$

$$20x - 18x = 7200 - 4800$$

$$2x = 2400$$

$$x = 1200$$

अतः B की मासिक आय =  $(6 \times 1200)$  रु. = 7200 रु.

$\Rightarrow$  उत्तर



### हल 40.

माना A, B और C की आय क्रमशः  $3x$ ,  $7x$  एवं  $4x$  हैं।

A की आय अर्थात्  $3x = 2,400$  रु.

$$x = \frac{2,400}{3} = 800$$

तब B की आय =  $7 \times 800 = 5,600$  रु.

तथा C की आय =  $4 \times 800 = 3,200$  रु.

इनके व्ययों का अनुपात =  $4 : 3 : 5$  है।

इस प्रकार A का व्यय =  $(2,400 - 300) = 2,100$  रु.

माना  $4y = 2,100$

$$\text{तो } y = \frac{2,100}{4}$$

$$\text{अब B का व्यय} = \frac{2,100}{4} \times 3 = 1,575 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा C का व्यय} = \frac{2,100}{4} \times 5 = 2,625 \text{ रु.}$$

अतः B की बचत =  $(5,600 - 1,575)$  रु. = 4025 रु.

तथा C की बचत =  $(3,200 - 2,625)$  रु. = 575 रु.

$\Rightarrow$  उत्तर



### हल 41.

माना A, B तथा C की आय क्रमशः  $7x$ ,  $9x$

एवं  $12x$  हैं तथा व्यय क्रमशः  $8y$ ,  $9y$  एवं  $15y$  हैं।

अब प्रश्नानुसार,

$$7x - 8y = \frac{7x}{4}$$

$$7x - \frac{7x}{4} = 8y$$

[पक्षांतर किया गया]

$$\frac{28x - 7x}{4} = 8y$$

$$y = \frac{21}{32}x$$

B की बचत =  $9x - 9y$

$$= 9x - 9 \times \frac{21}{32}x \text{ (y का मान रखने पर)}$$

$$= \frac{99}{32}x$$

$$C \text{ की बचत} = 12x - 15y = 12x - 15 \times \frac{21}{32}x \Rightarrow \frac{69}{32}x$$

अतः A, B और C के बचतों का अनुपात =

$$\frac{7}{4}x : \frac{99}{32}x : \frac{69}{32}x = 56 : 99 : 69 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 42. माना A के पास  $2x$  रु. तथा B के पास  $x$  रु. है

अब प्रश्नानुसार,

$$\frac{2x-2}{x+2} = \frac{1}{1}$$

$$2x-2 = x+2$$

$$x=4$$

प्रारंभ में A के पास धन =  $2 \times 4 = 8$  रु.

तथा B के पास धन =  $4 \times 1 = 4$  रु. था  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 43. माना A, B, C के मासिक वेतन  $2x$ ,  $3x$  और

$5x$  हैं।

प्रश्नानुसार,  $5x - 2x = 12,000$

$$3x = 12,000$$

$$x = 4,000$$

$$\therefore B \text{ का वार्षिक केतन} = 3x \times 12 = 3 \times 4,000 \times 12$$

$$= 14,4000 \text{ रुपये } \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 44. सामान्य समझ पर

मिश्र धातु (A)	मिश्र धातु (B)
सोना : तांबा (5 : 3)	सोना : तांबा (5 : 11)
स्पष्ट है मिश्र धातु A के 8 भाग में 5 भाग सोना अर्थात् $\frac{5}{8}$	स्पष्ट है मिश्र धातु B के 16 भाग में 5 भाग सोना अर्थात् $\frac{5}{16}$
तथा 3 भाग तांबा अर्थात् $\frac{3}{8}$ है	तथा 11 भाग तांबा अर्थात् $\frac{11}{16}$ है
दोनों धातुओं की समान मात्राओं को मिलकर एक तीसरी मिश्र धातु C बनायी गई है। अतः मिश्र धातु C में सोने तथा तांबे का	

$$\text{अनुपात} = \left( \frac{5}{8} + \frac{5}{16} \right) : \left( \frac{3}{8} + \frac{11}{16} \right)$$

$$= \left( \frac{10+5}{16} \right) : \left( \frac{6+11}{16} \right)$$

$$= \frac{15}{16} : \frac{17}{16} \Rightarrow 15 : 17 \text{ होगा।}$$

$\Rightarrow$  उत्तर



हल 45. परंपरागत विधि

माना ग्रुप में लड़कों की संख्या  $x$  तथा लड़कियों की संख्या  $y$  है।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{x}{y-15} = \frac{2}{1}$$

$$x = 2y - 30 \quad \dots\dots\dots(i)$$

पुनः प्रश्नानुसार,

$$\frac{x-45}{y-15} = \frac{1}{5}$$

$$5x - 225 = y - 15$$

$$5x - y = 210 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (ii) में समी. (i) से  $x$  का मान  $2y-30$  रखने पर

$$5(2y-30) - y = 210$$

$$10y - 150 - y = 210$$

$$9y = 210 + 150$$

$$y = \frac{360}{9} = 40 \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रारंभ में लड़कियों की संख्या = 40 थी।



हल 46. परंपरागत विधि

माना कारों द्वारा तय की गई समान दूरी  $d$  है तथा कारों

की चाल क्रमशः  $2x$ ,  $3x$  एवं  $4x$  है। समय =  $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

प्रथम गार द्वारा ' $d$ ' दूरी तय रुने में का समय =  $\frac{d}{2x}$

$$\text{द्वितीय कार द्वारा 'd' दूरी तथा फ्रने में का समय} = \frac{d}{3x}$$

$$\text{तृतीय कार द्वारा 'd' दूरी तथा फ्रने में का समय} = \frac{d}{4x}$$

अतः तीनों कारों द्वारा लिए गए समयों का अनुपात

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{2x} : \frac{d}{3x} : \frac{d}{4x} \\ &= \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} \\ &= 6 : 4 : 3 \text{ होगा।} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



हल 47. A ने x रन बनाए, B ने y रन तथा C ने z

रन बनाए हों, तो  $x:y:y:z = 3:2$

अर्थात्  $x:y = 3:2$

$y:z = 3:2$

$$\begin{array}{r} 1 : 2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3 : 4 \\ \hline x : y : z = 9 : 6 : 4 \end{array}$$

इस प्रकार  $x:y:z = 9:6:4$  होगा।

आनुपातिक योग  $= 9 + 6 + 4 = 19$

कुल रनों की संख्या  $= 342$

$$\begin{aligned} \text{अतः A द्वारा बनाए गए रनों की संख्या} &= 342 \times \frac{9}{19} \\ &= 162 \text{ रन} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B द्वारा बनाए गए रनों की संख्या} &= 342 \times \frac{6}{19} \\ &= 108 \text{ रन} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा C द्वारा बनाए गए रनों की संख्या} &= 342 \times \frac{4}{19} \\ &= 72 \text{ रन} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



हल 48. परंपरागत विधि

माना महाविद्यालय में लड़कों की संख्या  $= 5x$

तथा लड़कियों की संख्या  $= 3x$  है।

$$\text{अब प्रश्न से, } \frac{5x-50}{3x+50} = \frac{9}{7}$$

$$7(5x-50) = 9(3x+50)$$

$$35x - 350 = 27x + 450$$

$$8x = 800$$

$$x = 100$$

अतः महाविद्यालय में लड़कों की संख्या  $= 5 \times 100$

$$= 500 \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 49. माना B व्यापार में x महीने बाद समिलित हुआ।

∴ 1 वर्ष में B द्वारा समिलित महीनों की संख्या  $= (12-x)$  प्रश्नानुसार,

$$\frac{64,000 \times 12}{48,000(12-x)} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{64 \times 12}{48(12-x)} = \frac{2}{1}$$

$$12-x=8$$

$$x=12-8 \Rightarrow 4$$

अतः B चार महीने बाद समिलित हुआ।  $\Rightarrow$  उत्तर



हल 50. माना घड़ियों के प्रारंभिक क्रमशः मूल्य  $16x$

और  $23x$  हैं।

प्रथम घड़ी के मूल्य 25% बढ़ने पर  $16x + 16x$  का 25%

$= 16x + 4x = 20x$  तथा द्वितीय घड़ी के मूल्य 294 रु.

बढ़ने पर  $= (23x+294)$  रु. होगा।

अब प्रश्नानुसार,

$$\frac{20x}{23x+294} = \frac{11}{20}$$

$$400x = 253x + 294 \times 11$$

$$400x - 253x = 294 \times 11$$

$$x = \frac{294 \times 11}{147} = 22$$

अतः प्रथम घड़ी का प्रारंभिक मूल्य  $= 16 \times 22$

$$= 352 \text{ रु.}$$

तथा द्वितीय घड़ी का प्रारंभिक मूल्य  $= 23 \times 22$

$$= 506 \text{ रु. था।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

## परीक्षा प्रश्न



**प्रश्न 1.** रु. 782 को  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  और  $\frac{3}{4}$  भिन्नों के अनुपात में 3 भागों में विभक्त किया गया है, तो पहला भाग क्या होगा?

- (a) रु.182                             (b) रु.190  
 (c) रु.196                             (d) रु. 204

**S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014**

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\begin{aligned} \text{संख्याओं का अनुपात} &= \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} \\ &= \frac{6}{12} : \frac{8}{12} : \frac{9}{12} \\ &= 6 : 8 : 9 \\ \therefore \text{रु. } 782 \text{ में पहला भाग} &= \frac{782 \times 6}{6 + 8 + 9} \\ &= \frac{782 \times 6}{23} \Rightarrow 204 \text{ रु.} \end{aligned}$$



**प्रश्न 2.**  $(x - 1)$  व्यक्तियों द्वारा  $(x + 1)$  दिनों में किए गए काम और  $(x + 2)$  व्यक्तियों द्वारा  $(x - 1)$  दिनों में किए गए काम का अनुपात  $9 : 10$  है। तबनुसार,  $x$  का मान कितना होगा?

- (a) 5                                     (b) 6  
 (c) 7                                     (d) 8

**S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2011**

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

प्रश्न से—

$$\frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{(x+1)}{(x+2)} = \frac{9}{10}$$

$$10x + 10 = 9x + 18$$

$$x = 8$$



### सामान्य समझ पर

काम का अनुपात सदैव व्यक्तियों की संख्या से काम के दिनों का गुणा करके प्राप्त किया जाएगा।  $(x-1)$  दोनों ही में शामिल है अतः ये परस्पर कट जाएंगे। स्पष्ट है कि  $x$  का मान ऐसी संख्या होगी जिससे  $x+1$  एवं  $x+2$  का मन क्रमशः 9 एवं 10 अनुपात में हो। निश्चित रूप से यह संख्या 8 होगी।



**प्रश्न 3.** A एक काम को 16 दिन में कर सकता है और B 24 दिन में वे C की सहायता लेते हैं और तीनों मिलकर काम 6 दिन में पूरा कर देते हैं। यदि काम के लिए कुल पारिश्रमिक रु. 400 है, तो काम के अनुपात में हर व्यक्ति को मिलने वाली राशि (रूपयों में) है—

- (a) A : 150, B : 150, C : 100  
 (b) A : 100, B : 150, C : 100  
 (c) A : 150, B : 100, C : 150  
 (d) A : 100, B : 150, C : 150

**S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014**  
 उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

$$A \text{ का } 1 \text{ दिन का काम} = \frac{1}{16}$$

$$B \text{ का } 1 \text{ दिन का काम} = \frac{1}{24}$$

$$(A + B + C) \text{ का } 1 \text{ दिन का काम} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore C \text{ द्वारा } 1 \text{ दिन में किया गया काम} = \frac{1}{6} - \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{24} \right) \\ = \frac{16 - (6 + 4)}{96} \Rightarrow \frac{1}{16}$$

$$\therefore A, B, C \text{ के एक दिन का काम का अनुपात} = \frac{1}{16} : \frac{1}{24} : \frac{1}{16} \\ = 3 : 2 : 3$$

$$\text{अनुपातिक योग} = 3 + 2 + 3 = 8$$

$$\therefore A \text{ को प्राप्त राशि} = \frac{400 \times 3}{8} = 150 \text{ रु.} = C \text{ को प्राप्त राशि}$$

अब B को प्राप्त राशि =  $400 \times \frac{2}{8} = 100$  रुपये

$\therefore$  A, B, C को क्रमशः प्राप्त राशि = 150, 100, 150



### पूर्णांक विधि

माना कुल 48 काम है।

A 16 दिन में करता है = 48 काम

$$\therefore 1 \text{ दिन में करेगा} = \frac{48}{24} = 2 \text{ काम}$$

चूंकि तीनों (A, B एवं C) मिलकर पूरा काम करते हैं  
= 6 दिन में

$$\therefore \text{तीनों मिलकर एक दिन में करेगे} = \frac{48}{6} = 8 \text{ काम}$$

इस प्रकार C एक दिन में करेगा =  $8 - (3 + 2)$

$$= 8 - 5 \Rightarrow 3 \text{ काम}$$

$\therefore$  तीनों के एक दिन के काम का अनुपात = 3 : 2 : 3

$\therefore$  तीनों को कुल पारिश्रमिक भी इसी अनुपात में बटेगा।

आनुपातिक योग  $3 + 2 + 3 \Rightarrow 8$

$$\therefore A \text{ को प्राप्त राशि} = 400 \times \frac{3}{8} = 150 \text{ रु.}$$

$$B \text{ को प्राप्त राशि} = 400 \times \frac{2}{8} = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा } C \text{ को प्राप्त राशि} = 400 \times \frac{3}{8} = 150 \text{ रु.}$$

अतः  $A : B : C = 150 : 100 : 150$



**प्रश्न 4.** यदि  $(x^3 - y^3) : (x^2 + xy + y^2) = 5 : 1$  और  
 $(x^2 - y^2) : (x - y) = 7 : 1$ , तो अनुपात  $2x : 3y$  किसके बराबर है?

- (a) 3 : 2                          (b) 4 : 3  
(c) 2 : 3                          (d) 4 : 1

**S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015**

उत्तर-(d)



### हल : परंपरागत विधि

$$\frac{x^3 - y^3}{(x^2 + xy + y^2)} = \frac{5}{1}$$

$$\frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{(x^2 + xy + y^2)} = \frac{5}{1}$$

$$\frac{x-y}{1} = \frac{5}{1}$$

$$\therefore x - y = 5 \dots\dots\dots\dots (i)$$

$$\text{और} \quad \frac{x^2 - y^2}{(x-y)} = \frac{7}{1}$$

$$\frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)} = \frac{7}{1}$$

$$\therefore x + y = 7 \dots\dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$$x = 6 \text{ तथा } y = 1$$

$$\text{अतः} \quad \frac{2x}{3y} = \frac{2 \times 6}{3 \times 1} = \frac{4}{1}$$

$$\therefore 2x : 3y = 4 : 1$$



**प्रश्न 5.** A, B और C  $\frac{7}{2} : \frac{4}{3} : \frac{6}{5}$  के अनुपात में अपनी पूँजी से साझेदारी करते हैं। 4 माह बाद A अपना 50% शेयर बढ़ा देता है। यदि वर्ष की समाप्ति पर कुल लाभ रु. 2,16,000 था, तो B का लाभ में शेयर कितना था?

- (a) रु.22,000                          (b) रु.24,000  
(c) रु.30,000                          (d) रु.40,000

**S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011, 2014**  
उत्तर-(d)



### हल : परंपरागत विधि

$$A, B \text{ तथा } C \text{ की पूँजी का अनुपात} = \frac{7n}{2} : \frac{4n}{3} : \frac{6n}{5}$$

$\therefore$  प्रथम 4 माह बाद A ने 50% शेयर बढ़ा दिया

प्रश्नानुसार

$$\frac{7}{2}n \times 4 + 8 \times \frac{7}{2}n \left( \frac{100+50}{100} \right) : \frac{4}{3}n \times 12 : \frac{6}{5}n \times 12$$

$$14n + 28n \times \frac{3}{2} : 16n : \frac{72}{5}n$$

$$14n + 42n : 16n : \frac{72}{5}n$$

$$56n : 16n : \frac{72}{5}n$$

280 : 80 : 72

अब, 216000 रु. के लिए सभी का हिस्सा

$$280n + 80n + 72n = 216000$$

$$432n = 216000$$

$$n = \frac{216000}{432} \Rightarrow 500$$

$$\therefore B \text{ का हिस्सा} = 80n \\ = 80 \times 500 \\ = 40,000 \text{ रु.}$$

अतः विकल्प (d) सही है।



**प्रश्न 6.** यदि  $x$  का  $10\% = y$  का  $15\% = z$  का  $20\%$  है, तो

$$x : y : z \text{ हैं—}$$

$$(a) 2 : 3 : 4$$

$$(b) 3 : 4 : 6$$

$$(c) 6 : 4 : 3$$

$$(d) 4 : 3 : 2$$

**S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2014**

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

$x$  का  $10\% = y$  का  $15\% = z$  का  $20\%$

$$\frac{x \times 10}{100} = \frac{y \times 15}{100} = \frac{z \times 20}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{15}{10} = 3 : 2$$

$$\text{या } x : y = 6 : 4$$

$$\frac{y}{z} = \frac{20}{15} = 4 : 3$$

$$\therefore x : y : z = 6 : 4 : 3$$



सामान्य समझ पर

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} x & = & y & = z \\ 10\% & & 15\% & 20\% \\ \hline 15 \times 20 : 10 \times 20 & : & 15 \times 10 & \\ 300 : 200 & : & 150 & \\ 6 : 4 & : & 3 & \\ x : y : z = 6 : 4 : 3 & & & \end{array} \right]$$



**प्रश्न 7.** यदि 78 को तीन ऐसे भागों में बांटा जाए कि वे  $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$  के अनुपात में हों, तो बीच वाला भाग होगा—

$$(a) 9 \frac{1}{3}$$

$$(b) 13$$

$$(c) 17 \frac{1}{3}$$

$$(d) 18 \frac{1}{3}$$

**S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011**

उत्तर—(c)

माना 78 को  $x$ ,  $\frac{x}{3}$  तथा  $\frac{x}{6}$  के अनुपात में बांटा गया।

प्रश्नानुसार

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 78$$

$$\frac{9x}{6} = 78$$

$$x = \frac{78 \times 6}{9} \Rightarrow 52$$

$$\therefore \text{बीच वाला भाग} = \frac{1}{3}x$$

$$= \frac{52}{3} \Rightarrow 17 \frac{1}{3}$$



**प्रश्न 8.** राम 8 दिन में रु. 125 अर्जित करता है और श्याम 10 दिन में रु. 140 अर्जित करता है, उनके अर्जन का अनुपात क्या है?

$$(a) 125 : 110 \quad (b) 112 : 125$$

$$(c) 125 : 112 \quad (d) 100 : 112$$

**S.S.C. मल्टी टॉसिंग परीक्षा, 2014**

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

राम और श्याम द्वारा अर्जित रूपयों का अनुपात

$$= \frac{125}{8} : \frac{140}{10}$$

$$= \frac{125 \times 10}{80} : \frac{140 \times 8}{80}$$

$$= 125 : 112$$



सामान्य समझ पर

श्याम की 1 दिन की आय =  $\frac{140}{10} = 14$  रु. है,

तो श्याम की 8 दिन की आय =  $14 \times 8 = 112$  रु.

राम और श्याम द्वारा अर्जित रुपयों का अनुपात = राम की 8 दिन की आय : श्याम की 8 दिन की आय =  $125 : 112$

**प्रश्न 9.** एक विद्यालय में 1554 विद्यार्थी थे और लड़कों और लड़कियों की संख्या का अनुपात  $4 : 3$  था। कुछ दिनों बाद 30 लड़कियों ने उस विद्यालय में प्रवेश ले लिया, कुछ लड़कों ने विद्यालय छोड़ दिया, परिणामस्वरूप लड़कों और लड़कियों का अनुपात  $7 : 6$  हो गया। विद्यालय छोड़ने वाले लड़कों की संख्या कितनी है?

- (a) 86                                  (b) 74  
 (c) 84                                    (d) 76

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2004

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

माना विद्यालय में लड़के एवं लड़कियों की संख्या क्रमशः  $4x$  एवं  $3x$  है।

$$\begin{aligned} \therefore 4x + 3x &= 1554 \\ 7x &= 1554 \\ x &= \frac{1554}{7} \Rightarrow 222 \end{aligned}$$

इस प्रकार लड़कों की संख्या =  $4 \times 222 \Rightarrow 888$

तथा लड़कियों की संख्या =  $3 \times 222 \Rightarrow 666$

माना B लड़के विद्यालय छोड़ दिए।

प्रश्नानुसार

$$\frac{888 - B}{666 + 30} = \frac{7}{6}$$

$$\begin{aligned} 5328 - 6B &= 4662 + 210 \\ 6B &= 5328 - 4872 \end{aligned}$$

$$B = \frac{456}{6} \Rightarrow 76$$

अतः विद्यालय छोड़ने वाले लड़कों की संख्या = 76



चार्ट विधि

$$\begin{array}{r} 1552 \\ \hline \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ B \qquad \qquad G \\ 4 : 3 \\ 888 \qquad 666 \\ 812 \qquad +30 \\ \uparrow \qquad \qquad 696 \\ 7 : 6 \end{array}$$

विद्यालय छोड़ने वाले लड़के =  $888 - 812 = 76$

**प्रश्न 10.** तीन संख्याओं का योगफल 98 है। यदि पहली संख्या का दूसरी से अनुपात  $2 : 3$  हो तथा दूसरी का तीसरी से अनुपात  $5 : 8$  हो, तो दूसरी संख्या होगी—

- (a) 49                                    (b) 48  
 (c) 30                                    (d) 20

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2005

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना संख्याएँ  $x, y$  एवं  $z$  हैं।

$$\begin{aligned} \therefore x : y &= 2 : 3 \\ y : z &= 5 : 8 \end{aligned}$$

$$\therefore x : y : z = 10 : 15 : 24$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दूसरी संख्या} &= 98 \times \frac{15}{10 + 15 + 24} \\ &= 98 \times \frac{15}{49} \Rightarrow 30 \end{aligned}$$



**प्रश्न 11.** A, B की मासिक आय का अनुपात  $6 : 5$  है और उनका मासिक व्यय  $4 : 3$  के अनुपात में है। यदि प्रत्येक प्रतिमाह रु. 400 की बचत करता है, तो उनकी मासिक आय की राशि ज्ञात कीजिए।

- (a) 2300                                (b) 2400  
 (c) 2200                                (d) 2500

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 1999, 2001, 2005, 2013

उत्तर—(c)



### हल : परंपरागत विधि

माना A की मासिक आय  $6x$  तथा व्यय  $4y$  है,  
तथा B की मासिक आय  $5x$  तथा व्यय  $3y$  है।

∴ प्रश्नानुसार

$$6x - 4y = 400 \quad \dots\dots(i)$$

$$5x - 3y = 400 \quad \dots\dots(ii)$$

समी. (i) को 3 से तथा समी. (ii) को 4 से गुणा करके घटाने पर

$$\begin{array}{r} 18x - 12y = 1200 \\ 20x - 12y = 1600 \\ - 2x \quad \quad = - 400 \\ \hline \quad \quad \quad \quad = \\ \therefore x = 200 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दोनों की मासिक आय} &= 6x + 5x \\ &= 11x = 11 \times 200 \Rightarrow 2200 \end{aligned}$$



### चार्ट विधि

A : B

आय 6 : 5

व्यय 4 : 3

बचत 2 : 2

2 अनुपातिक मान = 400 तो  $6 = 1200$  तथा  $5 = 1000$

आय का योग = 2200



प्रश्न 12. किसी कक्षा में लड़कियों की संख्या, लड़कों की संख्या से 20% अधिक है। इस कक्षा में कुल 66 विद्यार्थी हैं। यदि कक्षा में 4 और लड़कियाँ भर्ती कर ली जाएं, तो लड़के और लड़कियों की संख्याओं का अनुपात होगा—

- (a) 1 : 2
- (b) 3 : 4
- (c) 1 : 4
- (d) 3 : 5

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2005

उत्तर—(b)



### हल : परंपरागत विधि

माना कक्षा में लड़कों की संख्या  $x$  तथा लड़कियों की संख्या  $y$  है।

$$y = x + x \text{ का } 20\% \Rightarrow \frac{6}{5}x$$

$$\therefore x + y = 66$$

$$x + \frac{6}{5}x = 66$$

$$\frac{11x}{5} = 66 \quad \therefore x = 30$$

$x$  का मान सभी  $x + y = 66$  में रखने पर  
 $30 + y = 66$

$$y = 66 - 30 \Rightarrow 36$$

प्रारंभ में कक्षा में लड़कों की कुल संख्या 30 तथा लड़कियों की कुल संख्या 36 थी।

पुनः कक्षा में 4 लड़कियों के आ जाने के पश्चात् लड़के तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात =  $30 : 36 + 4$

$$= 30 : 40$$

$$= 3 : 4$$



### सामान्य समझ पर

लड़कों एवं लड़कियों की संख्या का अनुपात =  $100 : (100 + 20)$   
 $= 5 : 6$

$$\therefore \text{लड़के} = 66 \times \frac{5}{5+6} = 30, \text{लड़कियाँ} = 66 - 30 = 36$$

4 नई लड़कियों की भर्ती के पश्चात् दोनों का अनुपात

$$= 30 : 36 + 4 = 30 : 40 = 3 : 4$$



प्रश्न 13. कोई व्यक्ति तीन विभिन्न योजनाओं में 10%, 12% और 15% की दर से क्रमशः 6 वर्ष, 10 वर्ष और 12 वर्ष के लिए धन का निवेश करता है, प्रत्येक योजना की अवधि समाप्त होने के पश्चात उसे समान राशि प्राप्त होती है, उसके निविष्ट धन का अनुपात क्या था?

(a) 6 : 3 : 2      (b) 2 : 3 : 4

(c) 3 : 4 : 6      (d) इनमें से कोई नहीं

D.M.R.C. परीक्षा, 2002

R.R.B. भुवनेश्वर (A.S.M.) परीक्षा, 2002

उत्तर—(a)



### हल : परंपरागत विधि

माना तीनों व्यक्ति द्वारा लगाई गई धनराशि  $x, y$  तथा  $z$  है।

प्रश्नानुसार

$$x \times 10 \times 6 = y \times 12 \times 10 = z \times 15 \times 12$$

$$60x = 120 \quad y = 180 \quad z = k$$

$$y = 2x = 3z = k$$

$$\therefore x = k, y = \frac{k}{2}, z = \frac{k}{3}$$

$$\therefore x : y : z = k : \frac{k}{2} : \frac{k}{3}$$

$$= 6 : 3 : 2$$

 प्रश्न 14. एक निश्चित पार्टी में पुरुष एवं औरतों की संख्या के बीच  $1 : 2$  का अनुपात था। परंतु जब 2 पुरुष एवं 2 औरतों ने पार्टी छोड़ दिया, तो यह अनुपात  $1 : 3$  बन जाता है। पार्टी में कितने लोग उपस्थित थे?

- (a) 8   (b) 10  
 (c) 12   (d) 14

R.R.B. मुंबई, भोपाल (G.G.) परीक्षा, 2003

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

माना पुरुषों की संख्या  $x$  तथा औरतों की संख्या  $2x$  थी।

प्रश्नानुसार

$$\frac{x-2}{2x-2} = \frac{1}{3}$$

$$3x-6 = 2x-2$$

$$x = 4$$

$$\text{कुल उपस्थित लोगों की संख्या} = x + 2x = 3x \\ = 3 \times 4 = 12$$

 प्रश्न 15. मेरे खर्च और बचत के बीच अनुपात  $3 : 4$  है, यदि यह अनुपात  $4 : 3$  करना हो, तब खर्च में कितने प्रतिशत वृद्धि करनी होगी?

- (a) 25   (b) 35.55  
 (c) 26.66                                     (d) 33.33

D.M.R.C. परीक्षा, 2002

उत्तर—(d)



हल : सामान्य समझ पर

माना कुल आय 700 रुपये है।

खर्च की राशि = 300 रुपये, बचत की राशि = 400 रुपये  
 दूसरी स्थिति में—

खर्च की राशि = 400 रुपये, बचत की राशि = 300 रुपये

खर्च की राशि में वृद्धि =  $400 - 300 = 100$

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{100 \times 100}{300} = 33.33\%$$



सूत्र विधि-

$$\text{खर्च की राशि में \% \text{ वृद्धि}} = \frac{\text{नया खर्च} - \text{पुराना खर्च}}{\text{पुराना खर्च}} \times 100 \\ = \frac{4-3}{3} \times 100 \\ = \frac{1}{3} \times 100 = 33.33\%$$



प्रश्न 16. यदि लड़कों व लड़कियों का अनुपात  $5 : 8$  है व लड़कियाँ 40 हैं, तो लड़कों की गणना करने के लिए किस अनुपात का उपयोग करेंगे?

- (a)  $\frac{5}{8} = \frac{40}{b}$    (b)  $\frac{5}{40} = \frac{8}{b}$   
 (c)  $\frac{8}{40} = \frac{b}{5}$    (d)  $\frac{5}{8} = \frac{b}{40}$

R.R.C. कोलकाता (डी./इले.लोको असि./पी.बी.टी.) परीक्षा, 2005

R.R.C. महेन्द्रधाट (T.C./C.C./J.C.) परीक्षा, 2007

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\frac{\text{लड़के}}{\text{लड़कियाँ}} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore \frac{b}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\text{अतः } \frac{5}{8} = \frac{b}{40} \text{ होगा।}$$



प्रश्न 17. राम और श्याम की आय का अनुपात  $7 : 17$  है तथा श्याम और सोहन की आय का अनुपात  $7 : 17$  है। यदि राम की आय 490 है, तो सोहन की आय कितनी है?

- (a) 490   (b) 2890  
 (c) 2790   (d) 1190

R.R.B. गोरखपुर (E.C.R.C./C.A./T.A./A.S.M.) परीक्षा, 2005

R.R.B. इलाहाबाद (E.C.R.C.) परीक्षा, 2007

उत्तर—(b)



हल : सामान्य समझ पर

$$\text{राम} : \text{श्याम} = 7 : 17$$

$$\text{श्याम} : \text{सोहन} = 7 : 17$$

$$\therefore \text{राम} : \text{श्याम} : \text{सोहन} = 49 : 119 : 289$$

$$\therefore \text{राम के } 49 \text{ रुपये पर सोहन की आय} = 289$$

$$\therefore \text{राम के } 1 \text{ रुपये पर सोहन की आय} = \frac{289}{49}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{राम के } 490 \text{ रुपये पर सोहन की आय} &= \frac{289}{49} \times 490 \\ &= 2890 \text{ रुपये}\end{aligned}$$



**प्रश्न 18.** A और B की आय का अनुपात  $3 : 2$  है और उनके व्यय का अनुपात  $5 : 3$  है। यदि दोनों रु. 200 की बचत करते हैं, तो A की आय कितनी है?

- (a) 800 रुपये      (b) 1600 रुपये  
 (c) 1200 रुपये      (d) 2000 रुपये

R.R.B. चेन्नई (T.C.) परीक्षा, 2005

उत्तर-(c)



हल : परंपरागत विधि

माना A तथा B की आय क्रमशः  $3x, 2x$  है।

तथा इनके व्यय क्रमशः  $5y, 3y$  हैं।

प्रश्न से

$$3x - 5y = 200 \quad \dots(i)$$

$$2x - 3y = 200 \quad \dots(ii)$$

$$\therefore 3x - 5y = 2x - 3y \quad \therefore x = 2y$$

$\therefore$  समी. (i) से

$$3 \times 2y - 5y = 200$$

$$y = 200$$

$$\therefore x = 2y = 400$$

$\therefore$  A की आय  $= 3x \Rightarrow 3 \times 400 = 1200$  रुपये

**प्रश्न 19.** एक नियोक्ता अपने कर्मचारियों की संख्या  $9 : 8$  के अनुपात में घटाता है और उनका वेतन  $14 : 15$  के अनुपात में बढ़ाता है। कुल वेतन बिल की राशि में अंतर जो मूलतः रु. 1, 890 थी, उक्त दो परिवर्तनों के बाद होगी-

- (a) 100 रु.      (b) 110 रु.

(c) 120 रु.

(d) 90 रु.

R.R.B. चेन्नई (T.C.) परीक्षा, 2005

R.R.B. मालदा/कोलकाता (ग्रुप D) परीक्षा, 2010

उत्तर-(d)



हल : परंपरागत विधि

$\therefore$  पहले कर्मचारियों की संख्या 9 थी तथा अब कर्मचारियों की संख्या 8

पहले प्रति कर्मचारी 14 रुपये वेतन था तो अब 15 रुपये

$\therefore$  पहले का कुल वेतन बिल  $= 9 \times 14 \Rightarrow 126$  रुपये

अब कुल वेतन बिल  $= 8 \times 15 \Rightarrow 120$  रुपये

$\therefore$  वेतन बिल में अंतर  $= 126 - 120 \Rightarrow 6$  रुपये

$\therefore$  126 रुपये बिल पर अंतर  $= 6$  रुपये

$$\therefore 1 \text{ रुपये बिल पर अंतर} = \frac{6}{126}$$

$$\therefore 1890 \text{ रुपये बिल पर अंतर} = \frac{6}{126} \times 1890 = 90 \text{ रुपये}$$

**प्रश्न 20.** A ने 30,000 रु. लगाकर एक व्यापार शुरू किया। 4 माह बाद B भी शामिल हो गया। यदि वर्ष के अंत में A तथा B द्वारा लाभ का अनुपात  $9 : 4$  है, तो B ने कितने रुपये लगाए?

- (a) 35000      (b) 30000  
 (c) 19000      (d) 20000

R.R.B. जम्मू (A.S.M.) परीक्षा, 2005

उत्तर-(d)



हल : परंपरागत विधि

माना B ने व्यापार में  $x$  रु. लगाए।

$\therefore$  लाभ का अनुपात  $= (\text{लागत धन} \times \text{समय})$  का अनुपात

$$\therefore \frac{30000 \times 12}{x \times 8} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore x = \frac{30000 \times 12 \times 4}{8 \times 9} \Rightarrow 20000 \text{ रुपये}$$

**प्रश्न 21.** एक थैले में 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के सिक्के  $5 : 9 : 4$  के अनुपात में हैं, जिनकी कुल राशि 206 रुपये है। सिक्कों की कुल संख्या ज्ञात करें?

- (a) 700      (b) 720

(c) 668

(d) 672

R.R.C. अहमदाबाद (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014  
R.R.C. मुंबई (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

$$15x + 21x + 10x = 414 \times 3$$

$$46x = 414 \times 3$$

$$x = \frac{414 \times 3}{46} \Rightarrow 27$$

उत्तर-(b)



हल : परंपरागत विधि

माना थैले में 50 पैसे, 25 पैसे तथा 10 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः  $5x, 9x$  तथा  $4x$  है।

∴ प्रश्नानुसार

$$\frac{5x}{2} + \frac{9x}{4} + \frac{4x}{10} = 206$$

$$\frac{50x + 45x + 8x}{20} = 206$$

$$\frac{103x}{20} = 206$$

$$x = \frac{206 \times 20}{103} \Rightarrow 40$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट संख्या} &= 5x + 9x + 4x \\ &= 18x \\ &= 18 \times 40 \Rightarrow 720 \end{aligned}$$



प्रश्न 22. 414 रुपये को तीन भागों में इस प्रकार बांटा जाता है कि A, B का  $2/3$  प्राप्त करता है और B तथा C के बीच अनुपात  $5 : 7$  है। A कितना प्राप्त करेगा?

- (a) 60 रुपये      (b) 90 रुपये  
(c) 135 रुपये      (d) 189 रुपये

R.R.C. चेन्नई (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर-(b)



हल : परंपरागत विधि

माना B तथा C की राशि  $5x$  तथा  $7x$  है।

$$A \text{ की धनराशि} = B \times \frac{2}{3}$$

$$= 5x \times \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{10x}{3}$$

प्रश्नानुसार

$$5x + 7x + \frac{10x}{3} = 414$$

$$A \text{ की राशि} = \frac{10x}{3}$$

$$= \frac{10 \times 27}{3} \Rightarrow 90 \text{ रुपये}$$



प्रश्न 23. यदि  $A:B = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$  तथा  $B:C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ , तो A : B : C है-

- (a)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$       (b)  $\frac{1}{6} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$   
(c)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : 1$       (d)  $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{9}$

U.P. P.C.S (Main) 2015

उत्तर-(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\therefore A:B = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$$

$$B:C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore A:B:C &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{9} \end{aligned}$$



प्रश्न 24. पीटर और पॉल की मासिक आय  $4:3$  के अनुपात में हैं। उनके व्यय  $3:2$  के अनुपात में हैं। यदि मास के अंत में प्रत्येक व्यक्ति 6,000 रु. की बवत करता है, तो उनकी मासिक आय (रुपये में) क्रमशः क्या हैं?

- (a) 24,000 और 18,000  
(b) 28,000 और 21,000  
(c) 32,000 और 24,000  
(d) 34,000 और 26,000

I.A.S.(Pre) 2015

उत्तर-(a)



हल : परंपरागत विधि

माना पीटर की मासिक आय  $4x$  तथा मासिक व्यय  $3y$  है  
तथा पाल की मासिक आय  $3x$  तथा व्यय  $2y$  है।

प्रश्नानुसार

$$4x - 3y = 6000 \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{और} \quad 3x - 2y = 6000 \quad \dots \dots \dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) से,

$$x = y$$

$$\therefore 4x - 3x = 6000$$

$$x = 6000$$

अतः पीटर की मासिक आय  $= 4x = 4 \times 6000 = 24000$

पाल की मासिक आय  $= 3x = 3 \times 6000 = 18000$



प्रश्न 25. 500 मीटर की दौड़ में, B,A से 45 मीटर आगे से प्रारंभ करता है, लेकिन A दौड़ जीत जाता है जबकि B अभी भी 35 मीटर पीछे रहता है। यह मानते हुए कि दोनों एक ही समय दौड़ना प्रारंभ करते हैं, A की चाल का B की चाल से, अनुपात क्या है ?

(a) 25 : 21

(b) 25 : 20

(c) 5 : 3

(d) 5 : 7

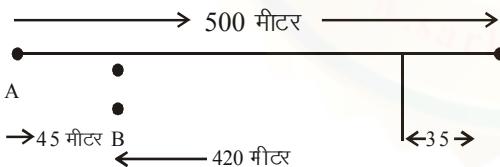
I.A.S.(Pre) 2015

उत्तर-(a)



हल : परंपरागत विधि

कुल दूरी = 500 मीटर



$$B \text{ द्वारा तय की गई दूरी} = 500 - (45 + 35) \text{ मीटर}$$

$$= 500 - 80 \Rightarrow 420 \text{ मीटर}$$

$$\text{तथा } A \text{ द्वारा तय की गयी दूरी} = 500 \text{ मीटर}$$

यदि दौड़ एक साथ प्रारंभ होती है तो माना दौड़ में t घंटे का समय लगता है।

तो

$$\text{सूत्र - चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$A \text{ की चाल} = \frac{500 \text{ मीटर}}{t \text{ घंटे}}$$

$$= \frac{500}{t} \text{ मीटर/घंटे}$$

$$\text{तथा } B \text{ की चाल} = \frac{420}{t} \text{ मीटर/घंटे}$$

अतः A की चाल का B की चाल से अनुपात

$$= \frac{500}{t} : \frac{420}{t}$$

$$= 50 : 42$$

$$= 25 : 21$$

अतः विकल्प (a) सही है।



प्रश्न 26. एक दुर्लभ सिक्कों के ढेर में, प्रति तीन अस्वर्ण सिक्कों पर एक स्वर्ण सिक्का है। ढेर में 10 स्वर्ण सिक्के और डाल दिए जाते हैं और स्वर्ण तथा अस्वर्ण सिक्कों का अनुपात 1 : 2 हो जाता है। इस सूचना के आधार पर, ढेर में कुल सिक्कों की संख्या अब क्या हो जाएगी ?

(a) 90

(b) 80

(c) 60

(d) 50

I.A.S.(Pre) 2013

उत्तर-(a)



हल : परंपरागत विधि

व्याख्या : माना प्रारंभ में स्वर्ण सिक्कों की संख्या  $x$  है।

$$\therefore \text{अस्वर्ण सिक्कों की संख्या} = 3x$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{x+10}{3x} = \frac{1}{2}$$

$$2x + 20 = 3x$$

$$\therefore 3x - 2x = 20$$

$$\therefore x = 20$$

अतः प्रारंभ में अस्वर्ण सिक्कों की संख्या  $= 3x$

$$= 3 \times 20 \Rightarrow 60$$

प्रारंभ में कुल सिक्कों की संख्या  $= 60 + 20 = 80$

10 स्वर्ण सिक्के डालने के पश्चात् अब कुल सिक्कों की संख्या

$$= 10 + 80 = 90$$